

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
G

- A. Čap
 H. Schichl

Note:

PRÜFUNG ÜBER „EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN“ UND DEN
SCHULSTOFF (19.12.2012)

- (1) (a) (*Algebra*) Definieren Sie den Begriff *Körper*, indem Sie die Körperaxiome angeben. (5 Punkte)
(b) (*Abbildungen*) Definieren Sie die Begriffe *injektiv* und *surjektiv*.
Seien $f : B \rightarrow C$ und $g : A \rightarrow B$ injektive Abbildungen. Beweisen Sie, dass $f \circ g$ injektiv ist. (3 Punkte)
(c) (*Mengenlehre*) Geben Sie das cartesische Produkt der beiden Mengen

$$A := \{a, b, c\} \quad \text{und} \quad B := \{1, 2, 3\}$$

an. Wenn Mengen X und Y die Mächtigkeiten $|X| = m$ und $|Y| = n$ haben, wieviele Elemente hat dann $X \times Y$? (2 Punkte)

- (2) (a) (*Analytische Geometrie*) Gegeben seien die Ebenen $\varepsilon_1 : -3x + y - z = -9$ und $\varepsilon_2 : 2x + 2y + 6z = 14$.
(i) Berechnen Sie eine Parameterdarstellung der Menge $\varepsilon_1 \cap \varepsilon_2$.
(ii) Bestimmen Sie jene Elemente von $\varepsilon_1 \cap \varepsilon_2$, die vom Punkt $M = (4, -2, 0)$ denselben Abstand haben wie $P = (2, 0, -1)$. (5 Punkte)
(b) (*Relationen*) Sei M eine Menge. Was versteht man unter einer Äquivalenzrelation auf M ? Wie ist der Begriff Äquivalenzklasse definiert? (3 Punkte)

- (3) (*Kurvendiskussion*)
(a) Die reelle rationale Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + a}{x + b}$$

hat einen Extremwert bei $x = \frac{1}{2}$ und geht durch den Punkt $P = (1, \frac{7}{6})$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f . (4 Punkte)

- (b) Berechnen Sie für die reelle Funktion

$$g(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte, Wendetangente, sowie das asymptotische Verhalten gegen $\pm\infty$. (5 Punkte)

- (c) Berechnen Sie

$$\int_{-1}^0 g(x) dx.$$

(1 Punkt)

WEITER AUF DER RÜCKSEITE!

- (4) (a) (*Induktion*) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \geq 0$

$$\sum_{j=0}^n j(j+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

gilt. (**4 Punkte**)

- (b) (*Zahlen*) Beweisen Sie, dass $\sqrt{2}$ eine irrationale Zahl ist. (**4 Punkte**)

- (c) (*Komplexe Zahlen*) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$(4 + 3i)z - (4 + 2i)w = 1 - i$$

$$5z - (3 + 9i)w = 4 + 2i$$

und geben Sie die Lösung in der Form $a + ib$ an. (**4 Punkte**)