

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
5
G

Note:

PRÜFUNG ZU NUMERISCHE MATHEMATIK (29.9.2014)

- (1) *Numerische Lineare Algebra:*
- (a) Was ist ein unterbestimmtes lineares Gleichungssystem, und wie ist der Lösungsbegriff für unterbestimmte lineare Gleichungssysteme?
(1 Punkt)
 - (b) Wie hängt die Lösung eines unterbestimmten linearen Gleichungssystems mit der Singulärwertzerlegung zusammen?
(1 Punkt)
 - (c) Geben Sie die Rundungsfehlerabschätzung für die Lösung eines dreieckigen Gleichungssystems $Rx = b$ an und beweisen Sie diese.
(6 Punkte)
 - (d) Was ist der Unterschied zwischen dem Spaltenpivotverfahren und dem Totalpivotverfahren? Wie sehen die entstehenden Zerlegungen aus, und wie kann man mit Hilfe dieser Zerlegungen ein lineares Gleichungssystem lösen?
(2 Punkte)
 - (e) Wie ist die (Moore-Penrose-)Pseudoinverse einer Matrix definiert?
(1 Punkt)
 - (f) Wie sind die Konditionszahlen für rechteckige Matrizen definiert?
(1 Punkt)
- (2) *Differentiation, Differentialgleichungen, etc.:*
- (a) Beschreiben Sie (kurz!) das Runge-Kutta-Verfahren und das Adams-Bashford-Verfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen. Worin besteht der prinzipielle Unterschied zwischen den beiden Verfahren?
(4 Punkte)
 - (b) Geben Sie den Rückwärtsdifferenzenquotienten an. Wie genau lässt sich mit seiner Hilfe (in nicht degenerierten Fällen) die Ableitung einer Funktion approximieren? Warum geht es nicht besser?
(2 Punkte)
 - (c) Wie lässt sich die Approximationsgüte für numerische Differentiation durch Extrapolation verbessern? Welche Approximationsgüte kann man erreichen?
(2 Punkte)

(3) *Interpolation, Integration:*

(a) Beschreiben Sie den Algorithmus zur Berechnung des Newtonschen Interpolationspolynoms.

(3 Punkte)

(b) Was ist ein kubischer Spline? Welche Arten kubischer Splines kennen Sie?

(2 Punkte)

(c) Was bedeutet Extrapolation? Beschreiben Sie zwei numerische Verfahren, in denen Extrapolation eine wichtige Rolle spielt.

(2 Punkte)

(d) Was sind interpolatorische Quadraturformeln, und wie werden sie konstruiert. Was sind die Newton-Côtes-Formeln?

(3 Punkte)

(4) *Nullstellen, etc.:*

(a) Was bedeutet Konvergenzordnung für ein Iterationsverfahren?

(1 Punkt)

(b) Was ist der Unterschied zwischen lokaler und globaler Konvergenz eines Nullstellenverfahrens?

(1 Punkt)

(c) Beschreiben Sie das Sekantenverfahren. Wie ist seine Konvergenzordnung?

(2 Punkte)

(d) Was ist das Bisektionsverfahren und wie schnell konvergiert es?

(2 Punkte)

(e) Beweisen Sie, dass die Kleinste-Quadrate-Lösung eines überbestimmten linearen Gleichungssystems genau die Lösung der Gaußschen Normalengleichung ist.

(4 Punkte)