Herausgeber: Mathematische Gesellschaft in Wien
Schriftleitung: Prof. Dr. W. Wunderlich, Technische Hochschule Wien
Druck: Richard Bernhardt, Wien VI.

NACHRICHTEN

DER

MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT IN WIEN

SEKRETARIAT: WIEN, IV., KARLSPLATZ 13 (TECHNISCHE HOCHSCHULE)
TELEPHON U 46-5-30 / POSTSPARKASSENKONTO 82395

2. Jahrgang | September 1948 | Nr. 4

DIE ERSTE ÖSTERREICHISCHE MATHEMATIKERTAGUNG — EIN ERFOLG, DER VERPFLICHTET

In der Zeit vom 19. bis 22. Mai 1948 fand in Wien unter dem Ehrenschutze des Herrn Bundesministers für Unterricht, Dr. Felix Hurdes, die 1. Österreichische Mathematikertagung statt.

Die Abhaltung dieser Tagung entsprang dem Wunsche, den österreichischen Mathematikern die Gelegenheit zu geben, dem In- und Auslande gegenüber als eine geschlossene Einheit auftreten und von der in der Heimat auf dem Gebiete der Mathematik geleisteten wissenschaftlichen und pädagogischen Arbeit Zeugnis ablegen zu können. Unsere Fachleute haben denn auch freudig von dieser Gelegenheit Gebrauch gemacht, wie schon allein aus der Tatsache zu ersehen ist, daß an vier Tagen nicht weniger als 24 Vorträge abgehalten wurden. Der Besuch der Veranstaltungen war erfreulich stark und die Anteilnahme an den Darbietungen außerordentlich rege. Es zeigte sich damit, daß die Veranstaltung der Tagung einem wirklichen Bedürfnis der österreichischen Mathematikerschaft entgegenkam und daß daher dieser von der Gesellschaft eingeschlagene Weg ein richtiger ist und weiterbeschritten zu werden verdient.

Mit gutem Gewissen kann gesagt werden, daß die Abhaltung dieser ersten Tagung ein voller Erfolg war, der der einträchtigen Zusammenarbeit aller an der Tagung aktiv teilnehmenden Mitglieder zu danken ist. Die Früchte dieses Erfolges werden gewiß nicht ausbleiben. Zunächst besteht begründete Hoffnung, daß die österreichischen Unterrichtsbehörden ihre Verpflichtung zur Förderung der Bestrebungen unserer Gesellschaft erkennen und in der Folge die zur Erfüllung ihrer Aufgaben unbedingt notwendige finanzielle Unterstützung gewähren werden.

Sehr zu bedauern ist es, daß wir bei der Tagung auf die Teilnahme ausländischer Fachkollegen verzichten mußten. Dem Ausschuß der Gesellschaft, der diese Frage wiederholt beraten hat, ist dieser Entschluß gewiß nicht leicht geworden, da wir nur zu gerne die Gelegenheit wahrgenommen hätten, unsere Freunde aus dem Auslande in Wien als unsere Gäste zu begrüßen. Wir müssen uns ihnen gegenüber diesmal mit der Berichterstattung über die Tagung im Inneren des Blattes begnügen, doch hoffen wir, daß das Interesse, das man unseren Nachrichten in stets steigendem Maße entgegenbringt, jene Voraussetzungen schaffen wird, die bei der nächsten Tagung eine zahlreiche Auslandsbeteiligung sicherstellen. Bis dahin werden sich auch die wirtschaftlichen Verhältnisse in unserer Heimat soweit gebessert haben, daß ein würdiger Empfang von Gästen möglich ist.

Der Erfolg der 1. Österreichischen Mathematikertagung verpflichtet uns jedoch alle zur Anspannung aller Kräfte, um auf dem begonnenen Wege weitere Erfolge zu erringen. In diesem Sinne verbinde ich mit dem Ausdruck des herzlichsten Dankes an alle Mitarbeiter die dringende Bitte, auch im kommenden Jahre weiter am Ausbau unserer Gesellschaft mitzuwirken.

Inzinger.

AUS DEN ERÖFFNUNGSANSPRACHEN

Nach offizieller Begrüßung der am ersten Tage erschienenen Festgäste legte der Vorsitzende der Mathematischen Gesellschaft, Prof. Dr. R. Inzinger, die Beweggründe zur Veranstaltung der 1. Österreichischen Mathematikertagung dar. In seiner Rede umriß er zunächst die Hauptziele der Mathematischen Gesellschaft — die sich kurz als Förderung der mathematischen Tätigkeit auf allen Gebieten und Pflege der internationalen wissenschaftlichen Beziehungen kennzeichnen lassen — und berichtete sodann über die in dieser Hinsicht seit 1945 erreichten Erfolge.

Die Tätigkeit der Gesellschaft war vordem kaum über die laufende Abhaltung von wissenschaftlichen Vorträgen hinausgegangen, da alle anderen Belange durch die Dachorganisation der „Deutschen Mathematiker-Vereinigung“, der die österreichischen Mathematiker ebenfalls angehörten, betreut wurden. Deren Aufgaben werden nunmehr gleichfalls von der Mathematischen Gesellschaft in Wien übernommen, seit die österreichische Mathematikerschaft ganz auf sich selbst gestellt ist; diese hat damit zum ersten Male Gelegenheit, als selbständige und geschlossene Einheit aufzutreten und die Heimat zu repräsentieren.

Eine Abänderung des Verfahrens durch Verlegung des Oskulationspunktes in den Ursprung führt auch für die übrigen Kegelschnitte ziemlich einfach zum Ziel; hiebei erhält man allerdings außer dem Krümmungskreis noch andere, leicht deutbare Kreise, weil eine gleiche Abszisse oder Ordinate nicht notwendig das Zusammenfallen von Kurvenpunkten bedeutet.

Dr. J. Laub (Wien): Geometrie auf der Kugel.

Der Vortragende verweist auf die Notwendigkeit, vor der Behandlung der sphärischen Trigonometrie im Mittelschulunterricht die Grundbegriffe der Geometrie auf der Kugel zu erörtern.

Es werden die einfachsten Begriffe der Geometrie der Ebene verglichen mit den entsprechenden auf der Kugel, wobei sowohl das Gemeinsame wie auch das Trennende besonders unterstrichen wird. Ferner wird gezeigt, wie sich die Formeln der ebenen Trigonometrie besonders einfach aus jenen der sphärischen Trigonometrie gewinnen lassen, wenn man die Ecken des Kugeldreiecks festhält und den Kugelradius über alle Grenzen wachsen läßt.

Dr. H. Szeparowicz (Wien): Unterrichtsfilme für Darstellende Geometrie.

Nach einführenden Worten von LSI. Prowaznik über die Verwendung des Lehrfilms im Unterricht, speziell im mathematischen, entwickelt die Vortragende die Möglichkeiten des Einsatzes von Filmen im Unterricht der Darstellenden Geometrie.

Es wird oft die Meinung geäußert, daß das Erfassen dieses Faches an eine besondere Begabung gebunden sei. Um diesem Irrtum entgegenzuwirken, wird vorgeschlagen, die Unterstützung des Vorstellungsvermögens mittels der üblichen starren Modelle noch durch den Trickfilm zu ergänzen, der die Elemente des Raumes, ihre Entstehung und Zusammensetzung zu geometrischen Gebilden — in ständiger Verbindung mit den Projektionen — vorführt. Operationen mit und an den Gebilden können in ihrem Ablauf verfolgt und in jeder Phase studiert werden, wobei gerade der Film die Möglichkeit bietet, auch Unsichtbares zu zeigen und Wesentliches besonders hervorzuheben.

Als erstes ist eine Trickfilmserie „Die Grundaufgaben der Darstellenden Geometrie“ geplant, die dem Schüler die Überwindung der Anfangsschwierigkeiten erleichtern soll. Ein Probestreifen hieraus, die Erklärung und Abbildung der 1. Hauptlinie einer Ebene betreffend, wird anschließend vorgeführt. Prof. Hübl von der Hauptbildstelle weist auf die noch bestehenden technischen Mängel hin und schildert kurz die Schwierigkeiten der Herstellung, sowie die Erfahrungen, die bei den ersten Versuchen bereits gewonnen wurden.

Zu Vergleichszwecken laufen dann noch zwei ältere Lehrfilme von Prof. Baldus (München) über den Drehkegel und seine ebenen Schnitte, sowie über das einschalige Hyperboloid.

Dir. A. Koref (Wien): Der große Fermatsche Satz im Mittelschulunterricht.

Der Vortragende versucht zu zeigen, wie der „Große Fermatsche Satz“ im Mittelschulunterricht ausgewertet werden könnte. Obwohl er aus dem Rahmen des Lehrplanes fällt, verdient er als eines der bekanntesten mathematischen Probleme Beachtung. Gleichzeitig wird der Schüler in die ihm ungewohnte zahlentheoretische Denkrichtung eingeführt und kann aus deren Anwendung im Geometrieunterricht Nutzen ziehen.

Der Ausgang wäre von der bekannten Identität

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

zu nehmen (die die sogenannten „indischen Formeln" in sich schließt). Sie liefert für ganzzahlige m und n sämtliche pythagoreischen Dreiecke, durch deren geeignete Zusammensetzung auch alle Heronischen Dreiecke, und kann schließlich zur Aufsuchung rationaler Ellipsen- und Hyperbelpunkte herangezogen werden.

Die anschließende Behandlung des Fermatschen Satzes für die Exponenten 3 und 4 kommt wohl nur für mathematisch besonders interessierte und begabte Gruppen in Betracht. Man zeigt etwa, daß man aus drei teilerfremden Zahlen x, y, z, die der Gleichung $x^4 + y^4 = z^2$ genügen, durch wiederholte Anwendung der indischen Formeln ein neues Lösungstripel x', y', z' ableiten kann, wobei jedoch z' unter $z/2$ gesunken ist, was schließlich auf einen Widerspruch führen muß.

Dr. H. Rigele (Wien): Über gemeinverständliche Darstellungen mathematischer Probleme und Methoden.

Das Referat beschäftigt sich mit der Aufgabe, der Mathematik Fernerstehenden einen richtigen Begriff von dieser Wissenschaft zu geben. Es wird zunächst festgestellt, daß die üblichen Kurse über bestimmte mathematische Rechenverfahren diesem Ziel im allgemeinen kaum nahekommen. Andererseits beweist die große Verbreitung populärmathematischer Literatur reges Allgemeininteresse an mathematischen Dingen.

Für den Außenseiter faßliche Vorträge, die als grundlegend oder typisch anerkannte Probleme oder Begriffsbildungen der Mathematik behandeln, dürften daher dem mathematischen Bildungsbedürfnis breiter Kreise entgegenkommen. Um dem Ungeschulten das Verständnis des Wesens mathematischer Begriffe und Sätze zu erleichtern, müssen aber bei solchen Vorträgen das anschauliche Beispiel, das geometrische Bild und gegebenenfalls auch das Modell im Vordergrund stehen. Einer rein logischen Deduktion ist, wo angängig, eine Darstellung vorzuziehen, aus der erkennbar ist, auf welchem Wege der Mensch zu den betreffenden Erkenntnissen gelangen konnte. Auf die große Bedeutung historischer Hinweise für die Steigerung des Verständnisses und des Interesses an mathematischen Problemen wird in diesem Zusammenhang im einzelnen hingewiesen.

Der schwierigen Aufgabe, das Wesen der Mathematik Außenstehenden verständlich zu machen, sollte sich der Fachmathematiker schon deshalb nicht entziehen, damit das vielfach verzerrte Bild, das heute in weiten Kreisen über Zielsetzungen und Möglichkeiten der Mathematik besteht, berichtigt wird.

20. Mai: Tagung der Fachgruppe für GEOMETRIE

Prof. W. Wunderlich (Wien): Die Böschungslinien auf den Flächen 2. Ordnung.

Vom projektiven Gesichtspunkt aus ist eine Böschungslinie — Kurve konstanter Steigung — eine Raumkurve, deren Tangenten einen bestimmten Fernkegelschnitt l treffen. Verläuft eine Böschungslinie k auf einer nichtausgearteten Fläche 2. Ordnung F, so kann man die Polarität bezüglich F heranziehen: Diese verwandelt l in einen Kegel oder Zylinder L mit der Flächenmitte 0 als

Spitze und ordnet jeder Tangente s von k die konjugierte Flächentangente t zu; t berührt L und wird von s durch die Flächenerzeugenden e_1, e_2 harmonisch getrennt. Bei Zentralprojektion aus 0 auf eine Bildebene E erscheinen die Erzeugenden als Tangenten e'_1, e'_2 des Umrißkegelschnittes u' (= Bild des Fernkegelschnittes u von F), so daß die Projektionen s' und t' der konjugierten Flächentangenten als normal im Sinne jener Metrik bezeichnet werden können, die sich auf u' gründet. Da t' den Spurkegelschnitt L' von L berührt, ist das Bild k' der Böschungslinie eine Orthogonaltrajektorie der Tangentenschar von L', also eine Kegelschnittsevolvente im Sinne der genannten Maßbestimmung.

Im Falle von Mittelpunktsflächen ist der Maßkegelschnitt u' nicht zerfallend, die Metrik in der Bildebene also eine nichteuklidische nach Cayley-Kleinschem Muster. Bei Paraboloiden artet das Maßgebilde aus und es liegt eine der euklidischen Metrik äquivalente vor, ja die euklidische selbst, wenn für E eine Kreisschnittebene gewählt wird. — Kegel und Zylinder 2. Ordnung erfordern eine eigene Behandlung, da das Polarsystem ausgeartet ist.

Von den zahreichen zu unterscheidenden Lagen von F bezüglich l ist speziell der Fall der Doppelberührung hervorzuheben, der eine elementare Durchrechnung gestattet und auch algebraische Böschungslinien liefern kann. Bei regulären Grundflächen gelangt man zu Kreisevolventen (im Bild), bei singulären zu W-Kurven (Bahnkurven einer kontinuierlichen eingliedrigen Affinitätsgruppe).

Prof. F. Hohenberg (Graz): Die linearen und quadratischen Gebilde der komplexen affinen Ebene.

Es werden reelle Modelle der ins Komplexe erweiterten affinen Ebene E aufgesucht, indem die komplexen affinen Punktkoordinaten z_1 und z_2 in je einer Gaußschen Zahlenebene E_1 und E_2 gedeutet werden. Dadurch entsprechen den komplexen Punkten von E bei vereinigter Lage von E_1 und E_2 die reellen Punktepaare einer Ebene E_{12}, bei paralleler Lage die Strahlen des Raumes S, die die Bildpunkte z_1 und z_2 verbinden, und bei ganznormaler Lage in einem vierdimensionalen Raum R dessen reelle Punkte.

Einer komplexen Affinität in E entspricht in R eine spezielle reelle Affinität, in S eine spezielle quadratische Strahltransformation, insbesondere eine spezielle reelle Kollineation, wenn in E reelle Richtungen in ebensolche übergehen.

Es werden zunächst die linearen Kettengebilde in E betrachtet (z_1 und z_2 sind durch lineare Polynome in ein, zwei oder drei reellen Parametern definiert). Ihnen entsprechen in E_{12} ähnliche Punktreihen, Affinitäten, Zentralkorrelationen, in S Strahlscharen, Strahlnetze, Strahlgewinde, in R Geraden, Ebenen, Hyperebenen. — Analog bestehen bei den quadratischen Kettengebilden Beziehungen zur Veroneseschen Fläche.

Einem komplexen Kegelschnitt von E entspricht eine konforme (2,2)-Verwandtschaft, im besonderen eine Moebiussche Kreisverwandtschaft in E_{12}, dagegen in S eine Cremonasche Strahlkongruenz.

Schließlich können auch die Segreschen Hyperkegelschnitte vom affinen Standpunkt aus untersucht, klassifiziert und in E_{12} konstruktiv behandelt werden. In R entsprechen ihnen spezielle Hyperflächen 2. Grades; deren Polarität liefert eine neue Art von Polarität an einem Hyperkegelschnitt. In S ergeben sich i. a. Hirstsche Strahlkomplexe; den automorphen Affinitäten des Hyperkegelschnittes entsprechen hierbei automorphe quadratische Strahltransformationen des Bildkomplexes, insbesondere Kollineationen, die sich als nichteuklidische Schraubungen mit festen Achsen deuten lassen.

Prof. R. I n z i n g e r (Wien): Topologische Differentialinvarianten.

Sei M die Mannigfaltigkeit der ein- und zweiparametrigen Elementvereine, die durch ein festes Flächenelement des dreidimensionalen Raumes hindurchgehen, und B die Gruppe der Berührungstransformationen dieses Raumes, die das Flächenelement invariant lassen. Es werden sodann die Invarianten zweier oder mehrerer Vereine aus M gegenüber B oder einer der Untergruppen untersucht.

Beschränkt man sich auf die 2. Differentiationsordnung, so können die Vereine aus M durch ihre in geeigneter Weise zu bestimmenden Elemente 2. Ordnung ersetzt werden. Für zweiparametrige Vereine verwendet man hierzu die von F. E n g e l eingeführten fünf homogenen Koordinaten, die einer quadratischen Bedingungsgleichung genügen und sich bei Berührungstransformationen linearhomogen substituieren. Die Geometrie der Elemente 2. Ordnung aus M ist somit die projektive Geometrie einer im projektiven R_4 eingebetteten nichtsingulären quadratischen Mannigfaltigkeit von der Signatur 1. Diese kann bekanntlich als projektive Geometrie eines nichtausgearteten Strahlgewindes im projektiven R_3 oder aber als L i e sche Kreisgeometrie in der Ebene interpretiert werden. Dadurch ergeben sich leicht alle Invarianten der Gruppe der Berührungstransformationen, der Punkttransformationen, der Ebenentransformationen und der linearen Transformationen, sowie der Gruppen der L i e schen, L a g u e r r e schen und M ö b i u s schen Kugeltransformationen des R_3. Eine Erweiterung des für Flächen wohlbekannten Indikatrizenbegriffes auf ein- und zweiparametrige Elementvereine gestattet es sodann, diese Invarianten in adäquater Weise zu deuten als die Invarianten der Indikatrizen gegenüber den von der Gruppe der Berührungstransformationen und ihren Untergruppen induzierten Transformationsgruppen dieser Indikatrizen.

Prof. E. K r u p p a (Wien): Strahlflächen als Verallgemeinerungen der Cesàro-Kurven.

Bei der Bewegung des begleitenden Dreikants einer Raumkurve erzeugen die Tangente und alle zu ihr in der rektifizierenden Ebene parallelen Geraden Torsen. E. C e s à r o hat die Kurven untersucht, bei denen es dabei außer diesen Geraden noch andere gibt, die Torsen erzeugen; bei diesen Kurven besteht zwischen der Krümmung und der Torsion eine quadratische Gleichung mit konstanten, i. a. willkürlichen Vorzahlen und verschwindendem absoluten Glied. Nach E. S a l k o w s k i ist diese Gleichung freilich bloß eine notwendige Bedingung für die Existenz solcher Geraden.

Der Vortragende berichtet über seine Untersuchungen, die er über das dem Cesàro-Problem entsprechende Problem in der Theorie der S t r a h l f l ä c h e n durchgeführt hat. Das begleitende Dreikant wird hier von der Erzeugenden, der Zentralnormalen und der Zentraltangente gebildet. Es sind sieben Hauptfälle zu unterscheiden, je nachdem die Torsen erzeugenden Geraden zu keiner, nur zu einer oder zu zwei Ebenen des begleitenden Dreikants parallel sein sollen. Das Cesàro-Problem ist ein Sonderfall dieses Problems über Strahlflächen.

Neben Übereinstimmungen ergeben sich dabei auch Verschiedenheiten. Bekanntlich existieren zu einer Cesàro-Kurve i. a. vier Geraden, die Torsen erzeugen, während das Strahlflächenproblem im „allgemeinen Fall" bloß zwei Lösungen hat. Die Geraden, die Torsen erzeugen, können aber in besonderen Fällen auch ein- oder zweifach ausgedehnte Mannigfaltigkeiten bilden. Ebenso wie die Cesàro-Kurven können auch die ihnen entsprechenden Strahlflächen zerfallen.

Neben der Vortragstätigkeit, die dank der intensiven Beteiligung der Fachkollegen aus allen Kreisen rasch wieder auflebte, sah es die Gesellschaft daher auch als ihre Aufgabe an, sich mit pädagogischen Fragen zu befassen, womit eine eigene Unterrichtskommission betraut wurde, ferner ein Mitteilungsblatt ins Leben zu rufen, das seit 1947 in Gestalt unserer „Nachrichten" das gesamte mathematische Leben in Österreich widerspiegelt und die Verbindung mit den Mitgliedern und Freunden festigt, gleichzeitig eine wirksame Ergänzung der rein wissenschaftlichen „Monatshefte für Mathematik" bildend, die von Prof. R a d o n unter Mitwirkung der Gesellschaft neu herausgegeben werden; schließlich wurde auch die zeitweise Abhaltung größerer wissenschaftlicher Tagungen ins Auge gefaßt, deren erste nunmehr eröffnet werden soll.

Der Vorsitzende gab seiner Freude darüber Ausdruck, nach dreijähriger Tätigkeit jetzt den Vollzug des Ausbaues der Gesellschaft auf allen Arbeitsgebieten melden zu können. Die Gesellschaft ist stolz darauf, die Schwierigkeiten des Aufbaues durch eigene Tatkraft gemeistert und bisher aus eigenen Mitteln bestritten zu haben; sie richtet aber nunmehr an das Bundesministerium die Bitte, den Bestrebungen der Gesellschaft die verdiente staatliche Unterstützung nicht zu versagen. Gerade die Mathematiker in aller Welt sind es, die sich am leichtesten über alle nationalen und ideologischen Schranken hinweg verständigen und damit ihren nicht zu verachtenden Beitrag zur zwischenstaatlichen Zusammenarbeit und Völkerversöhnung liefern.

Der Vorsitzende schloß mit einem Gleichnis: „Die schönen Deklarationen der Großmächte von Moskau, Teheran und Jalta über unsere staatliche Wiedergeburt können mit einem mathematischen Axiomensystem verglichen werden. Die unentwegten Bemühungen der Staatsmänner, aus diesen Deklarationen einander nicht widersprechende Folgerungen zu ziehen, entsprechen dann dem Versuch, den Beweis für die Widerspruchsfreiheit des Axiomensystems zu erbringen. Dem Mathematiker ist es aber wohlbekannt, daß dieser Beweis nur in einem übergeordneten Bezugssystem erbracht werden kann. Dieses übergeordnete Bezugssystem, in dem der Begriff eines freien und unabhängigen Österreich widerspruchsfrei ist, ist aber das Begriffssystem der allseitigen und uneingeschränkten Friedensbereitschaft der Welt. Hoffen wir, daß die Staatsmänner der Welt die richtigen Konsequenzen ziehen, zum Nutzen der gesamten Menschheit und Wohle unseres Vaterlandes!"

In seiner Erwiderung forderte der Bundesminister für Unterricht, Dr. F. H u r d e s, die österreichischen Mathematiker auf, den eingeschlagenen Weg beharrlich weiterzuverfolgen, um auch der Welt gegenüber die großen Leistungen auf mathematischem Gebiet hervortreten zu lassen, die die bisher allzu bescheidene Heimat seit eh und je erbracht hat. Als viel zu wenig bekanntes Zeugnis für die Höhe unserer Leistungen kann die Tatsache gewertet werden, daß gegenwärtig mehr als doppelt so viel Mathematiker österreichischer Abstammung an ausländischen Hochschulen tätig sind, als Österreich selbst Lehrkanzeln besitzt.

Der Minister hob die Berufung der Mathematiker hervor, Ordnung in die Verwirrung der Welt zu bringen, und zitierte in diesem Zusammenhang ein Wort L i c h t e n b e r g s : „Leute nennen wir rasend, wenn sich die Ordnung ihrer Begriffe nicht mehr aus der Folge der Gegebenheiten unserer geordneten Welt bestimmen läßt; deshalb ist gewiß die Mathematik das sicherste Mittel wider Raserei.“

Der Minister erkannte die wertvolle Arbeit der Mathematischen Gesellschaft in Wien voll an und sagte Unterstützung zu. Mit den besten Wünschen für den Erfolg der 1. Österreichischen Mathematikertagung erklärte er dieselbe dann für eröffnet.

Anschließend sprachen noch Prof. Dr. H. W. D u d a als Dekan der philosophischen Fakultät, Prof. Dr. J. R a d o n als Vorstand des Mathematischen Instituts der Universität Wien, dessen Räume die Tagung beherbergten, und zum Schluß Landesschulinspektor Prof. F. P r o w a z n i k im Namen des Stadtschulrates und der Mittelschullehrer.

Wunderlich.

Über den Ablauf der Tagung geben die auf Autoreferaten beruhenden Vortragsberichte im Anschluß Auskunft.

In der G e s c h ä f t s s i t z u n g am 20. Mai stand hauptsächlich die Frage der Erweiterung der Mathematischen Gesellschaft in Wien zu einer gesamtösterreichischen zur Debatte. Die Beschlußfassung mußte auf die nächste Generalversammlung vertagt werden.

VORTRAGSBERICHTE

19. M a i, v o r m i t t a g : T a g u n g d e r F a c h g r u p p e f ü r ALGEBRA UND ZAHLENTHEORIE

Prof. E. H l a w k a (Wien): Ausfüllungen und Überdeckungen konvexer Körper.

Der Vortrag beschäftigte sich mit folgendem Problem: Es liegt im n-dimensionalen Raum ein konvexer Bereich vor. Er soll ausgefüllt, bzw. überdeckt werden durch konvexe Körper, die auseinander durch Parallelverschiebung hervorgehen.

Die Maximalanzahl der eingelagerten Körper, bzw. die Minimalanzahl der überdeckenden Körper wird nach unten und oben abgeschätzt, weiters wird die

Dichte der Ausfüllung, bzw. Überlagerung besprochen. Einige Folgerungen werden angedeutet und auf den Zusammenhang mit dem Vitalischen Überdeckungssatz wird hingewiesen.

Prof. N. H o f r e i t e r (Wien): Gitterpunkte in nicht-konvexen Bereichen.

Über Gitterpunkte in nicht-konvexen Bereichen wurden erst in den letzten 10 Jahren einige Arbeiten geschrieben (D a v e n p o r t, H l a w k a, M a h l e r, M o r d e l l).

„Sternbereiche“ sind Bereiche, die einen Punkt 0 im Innern mit folgender Eigenschaft haben: Jeder Halbstrahl durch 0 trifft den Rand in genau einem Punkt. Konvexe Bereiche sind Sternbereiche, aber die Umkehrung braucht nicht zu gelten.

Ein Gitter heißt in bezug auf einen Mittelpunktsbereich „zulässig“, wenn der Mittelpunkt des Bereiches der einzige Gitterpunkt im Innern ist. Zulässige Gitter mit kleinster Determinante heißen „kritische Gitter“.

Jeder konvexe Bereich besitzt kritische Gitter; sie enthalten drei Paare von Gitterpunkten auf dem Rand. Beschränkte Sternbereiche haben kritische Gitter; es brauchen aber nicht drei Paare von Gitterpunkten auf dem Rande zu liegen. Nicht beschränkte Sternbereiche haben nicht immer zulässige Gitter; haben sie zulässige Gitter, dann auch kritische; diese brauchen aber keine Gitterpunkte am Rande zu besitzen.

Prof. W. G r ö b n e r (Innsbruck): Über perfekte Polynomideale.

Die von H i l b e r t (Math. Ann. 1890) begründete Syzygientheorie der homogenen Polynomideale wird weiter entwickelt und daraus der Begriff des „perfekten“ Polynomideals gewonnen. Es zeigt sich, daß dieser Begriff mit dem von M a c a u l a y (Cambridge 1916) auf einem anderen Weg gewonnenen übereinstimmt.

In der algebraischen Geometrie haben die perfekten Ideale deshalb eine besondere Bedeutung, weil für sie der Bézoutsche Satz ohne Einschränkung gilt und der Noethersche Fundamentalsatz in mehrdimensionalen Räumen nur auf perfekte Ideale ausgedehnt werden kann.

19. M a i, n a c h m i t t a g : T a g u n g d e r F a c h g r u p p e f ü r MATHEMATISCHEN UNTERRICHT

LSI. F. P r o w a z n i k (Wien): Vorläufiger Bericht über die Tätigkeit der mathematischen Unterrichtskommission.

Die Tatsache, daß das Bundesministerium für Unterricht neue, definitive Lehrpläne für den Mathematik-Unterricht an den österreichischen Mittelschulen vorbereitet, veranlaßte den Ausschuß der Mathematischen Gesellschaft, die Einsetzung einer Kommission ins Auge zu fassen, die sich allgemein mit den Problemen einer Unterrichtsreform, speziell aber mit der Kritik der provisorischen Lehrpläne und der Ausarbeitung von Vorschlägen für die definitiven Lehrpläne befassen sollte. Den Kern dieser Kommission mußten naturgemäß die Vertreter der Mittelschullehrer bilden, die sich als besondere Gruppe konstituierten und bis zur heutigen Tagung eine Reihe von Sitzungen abhielten. Hiebei wurden

Leitsätze ausgearbeitet, die vornehmlich die „Aufgabe des mathematischen Unterrichts an den allgemein bildenden Mittelschulen" und die „Lehrziele des mathematischen Unterrichts in der Unterstufe und Oberstufe der Mittelschulen" behandeln. Diese Beratungen sind noch nicht abgeschlossen und sollen im Herbst wieder aufgenommen werden. Ihre Ergebnisse werden dann den übrigen Interessenten am mathematischen Unterricht, also den Hochschullehrern und Vertretern der Praxis, zur Einsicht übermittelt und nach endgiltiger Formulierung als Meinung der Mathematischen Gesellschaft vorgelegt werden.

Wenn die Arbeit für die Erstattung von Lehrplanvorschlägen auch die augenblicklich dringendste ist, so ist sie doch keineswegs die einzige, für welche die Gesellschaft Interesse hat. Es werden in Hinkunft auch die Probleme hinzukommen, welche die Ausbildung der Lehramtskandidaten betreffen, Fragen, die in kleinem Kreis bereits einmal beraten wurden; auch die Fortbildung der bereits im Beruf stehenden Mathematiklehrer, die Schaffung neuer Schulbücher und Lehrbehelfe, die Beobachtung der Entwicklung des ausländischen mathematischen Unterrichts und andere Aufgaben werden die Kommission beschäftigen. Ihr Ziel wird es sein, der Mathematik innerhalb des Ganzen der Bildungsgebiete unserer Mittelschulen jene Stellung zu geben, die sie als seit Jahrtausenden anerkanntes hervorragendes Bildungsmittel beanspruchen darf.

Prof. E. Dintzl (Kritzendorf): Eine besondere perspektiv-kollineare Erzeugung der Kegelschnitte aus dem Kreis und ihre Verwendung im mathematischen Unterricht.

Die abzubildende Ebene E sei die YZ-Ebene, die Bildebene E' die XY-Ebene eines räumlichen rechtwinkligen Koordinatensystems. Das Perspektivzentrum sei im Punkt $S(-2n, 0, +2n)$. Zur besseren Unterscheidung seien die Punkte von E auf ein Koordinatensystem x, y bezogen, dessen x-Achse mit der Z-Achse und dessen y-Achse mit der Y-Achse zusammenfalle.

Die so vermittelte perspektiv-kollineare Abbildung von E auf E' wird durch die Transformationsformeln

$$x = \frac{2nX}{2n+X}, \quad y = \frac{2nY}{2n+X}$$

beschrieben. Durch diese Abbildung geht der Kreis $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ der Ebene E in den Kegelschnitt $(n-r)X^2 - 2nrX + nY^2 = 0$ der Bildebene E' über. Bei Umlegung von E um y nach E' gelangt das Zentrum S in den Koordinatenursprung 0 und der Kreis wird zum Krümmungskreis des Bildkegelschnittes in 0. Daraus ergibt sich u. a. eine einfache Punktkonstruktion eines Kegelschnittes, insbesonders der Parabel, aus dem Scheitelkrümmungskreis.

Die Behandlung dieser Abbildung im Unterricht fügt sich am besten als Abschluß in das Kapitel der analytischen Geometrie ein.

Prof. K. Rossrucker (Preßbaum): Über den Krümmungskreis in einem Parabelpunkt.

Die Heranziehung der Gleichungslehre ermöglicht eine anschauliche Einführung in das Wesen des Krümmungskreises. Der Schnitt der Parabel $y^2 = 2px$ mit dem Kreis $K(m, n, r)$ wird durch eine Gleichung 4. Grades vermittelt, die im Falle des Krümmungskreises in $P(x_1, y_1)$ eine dreifache Wurzel hat. Der Vergleich mit den elementarsymmetrischen Wurzelfunktionen liefert einfache Gleichungen für die Ordinate y_4 des vierten Schnittpunktes, sowie für m, n, r; zur Konstruktion genügt bereits die Beziehung $m = (x_1 + p) + 2x_1$.

Konjunktion (Multiplikation) und Inversion, sondern darüber hinaus noch die weiteren Verknüpfungen der Subtraktion und Division. Aus dem Tautologiesatz folgt, daß diese Operationen nicht eindeutig sind, sondern fallweise mehrere Resultate ergeben. Unter diesen sind die minimalen, maximalen und optimalen Differenzen und Quotienten als spezielle Lösungen von besonderem Interesse.

Auch die Differentiation und Integration ist in diesem Kalkül möglich. Dem Differential kommt hierbei nicht die Bedeutung eines Grenzüberganges, sondern nur diejenige eines Erscheinens und Verschwindens des Existenzwertes zu. Das partielle Differential einer Funktion nach einem ihrer Argumente gibt die Bedingungen an, unter denen ein Zustandswechsel des Argumentes auch einen Wechsel des Funktionswertes impliziert. — Die Integration läßt sich nicht nur für Funktionen, die explizit darstellbar sind, durchführen, sondern kann auch Integralfunktionen ergeben, deren Existenzwert auf sich selbst rückbezogen ist; diese labilen kausalen Verknüpfungen entsprechen dem technischen Begriff der Rückkopplung und liegen auch vielen biologischen Vorgangsfolgen zu Grunde.

NEUE MITGLIEDER

Basch A., Dr., Hofr., o. Prof. a. d. T. H. — II. Haidgasse 14
Alfred B., geb. 1882 Prag, 1910 prom. T. H. Wien, 1911 Bundesamt f. Eich- u. Vermessungswesen, 1926 hab. T. H. Wien, 1939 Holy Cross College, Worcester (Mass.), 1942 Harvard U. u. College of the City of New York, 1944 Rensselier Polyt. Inst., 1945 Amherst Coll., 1946 U. of Massachusetts, 1947 w. Hofr., 1948 o. Prof. (Mechanik) T. H. Wien.

Cicin P., Dipl.-Ing., Dr., o. Prof. a. d. T. H. — IV. Argentinierstr. 26
Paul C., geb. 1893 Wien, 1925 Dipl.-Ing. T. H. Wien, 1932 prom. T. H. Wien, 1947 o. Prof. (Stahlbau) T. H. Wien.

Eder A., Versicherungsmath. — XXI. Schöpfleuthnergasse 29/6
Adolfine E., geb. 1912 Wien, 1937 Lpr. Ma. Ph., 1947 Mathematikerin bei „Der Anker", Wien.

Hadwiger A., Dr., M. Prof. — XXIV. Maria Enzersdorf, Schloßg. 6
Alois H., geb. 1908 Wien, 1933 prom. U. Wien, 1936 Lpr. Ma. Ph., M. Prof.

Hörwarthner A., M. Prof. — Baden bei Wien, Annagasse 20
Antonia H., geb. 1908 Wien, 1934 Lpr. Ma. Ph.

Jaworek K., M. Prof. — XIII. Feldmühlgasse 15
Kurt J., geb. 1902 Bielitz, 1934 Lpr. Ma. Ge.

Müller H. R., Dr., Priv. Doz. a. d. U. — Graz, Kastellfeldgasse 14
Hans Robert M., geb. 1911 Graz, 1935 Lpr. Ma. Ge., 1936 Ass. U. Graz, 1937 prom. U. Graz, 1939 hab. U. Graz, 1945 Suppl. T. H. Graz.

Sames M., M. Prof. — XVIII. Gentzgasse 53
Maximilian S., geb. 1910 Wien, 1935 Lpr. Ma. Th., 1936 M. Prof.

Sturm E., Pfarrer — Salzburg, Schwarzstraße 25
Emil St., geb. 1910 Wien, 1933 Lpr. Ma Ge., 1938 evang. Theol., 1948 1. Pfarrer Salzburg.

Urban P., Dr., ao. Prof. a. d. U. — Graz, Universitätsplatz 5
Paul U., geb. 1905 Wien, 1935 prom. U. Wien, 1942 hab. U. Wien, 1947 ao. Prof. U. Graz.

W a h l e - Brunner H., Dr. — I. Schottengasse 10
Hedwig W.-B., geb. 1897 Wien, 1924 prom. U. Wien, 1925 Vers. Staatspr. T. H. Wien.

AUSLÄNDISCHE MITGLIEDER

B l a s c h k e W., Dr., o. Prof. a. d. U. — Hamburg 39, Heilholtkamp 45, Deutschland
Wilhelm B., geb. 1885 Graz, 1908 prom. U. Wien, 1910 hab. U. Bonn, 1911 Priv. Doz. U. Greifswald, 1913 ao. Prof. T. H. Prag, 1915 ao. Prof. U. Leipzig, 1917 o. Prof. U. Königsberg, 1919 U. Tübingen, 1919 U. Hamburg.

G e i r i n g e r H., Dr., Prof. am Wheaton College — Norton, Mass., U. S. A.
Hilde G., geb. 1895 Wien, 1918 prom. U. Wien, 1927 Priv. Doz. U. Berlin, 1947 Prof. Wheaton College.

K o t t l e r F., Dr. — 433 Maplewood Av., Rochester 13, N. Y., U. S. A.
Friedrich K., geb. 1886 Wien, 1912 prom. U. Wien, 1916 hab. U. Wien, 1923 ao. Prof. U. Wien, 1939 Consultant with the Eastman Kodak, Rochester.

von M i s e s R., Prof. — Harvard University, Pierce Hall, Cambridge 38, Mass., U. S. A.
Richard Edler v. M., geb. 1883 Lemberg, 1908 prom. T. H. Wien, 1908 hab. T. H. Brünn, 1909 ao. Prof. Straßburg, 1919 o. Prof. T. H. Dresden, 1920 U. Istambul-Beyoglu, Inkilap-Apartm. Taksim.

GEDENKEN AN LUDWIG ECKHART

Am 5. Oktober 1948 jährt es sich zum zehnten Male, daß Dr. techn. Ludwig E c k h a r t, ordentlicher Professor der Darstellenden Geometrie an der Technischen Hochschule zu Wien, auf tragische Weise aus dem Leben geschieden ist. Dies soll für die Mathematische Gesellschaft in Wien der Anlaß sein, um einer noch ausständigen Pflicht nachzukommen und ihres verdienstvollen Mitgliedes zu gedenken.

Ludwig Alexander E c k h a r t war am 8. März 1890 als ältester Sohn einer deutschen Beamtenfamilie in Selletitz (Mähren) zur Welt gekommen. Nach dem Besuch der Oberrealschule in Znaim begann er 1907 unter recht schwierigen Verhältnissen das Studium an der Technischen Hochschule in Wien. Er legte noch die I. Staatsprüfung für Bauingenieure ab, hatte aber inzwischen seine Liebe zu den mathe-

matischen Fächern und sein Lehrtalent entdeckt, so daß er auf das Lehramt umsattelte. Noch vor Beendigung seiner Studien, die er durch die Lehramtsprüfung für Mathematik und Darstellende Geometrie 1912 abschloß, war sein Lehrer Emil M ü l l e r auf seine besondere Begabung aufmerksam geworden und bot ihm eine Hilfsassistentenstelle an seiner Lehrkanzel; sein Einfluß ist dann auch bestimmend gewesen.

Der ausbrechende 1. Weltkrieg unterbrach zunächst die wissenschaftliche Entwicklung Eckharts, doch benützte er schon die Zeit seiner Spitalsbehandlung nach einer 1917 erhaltenen Verwundung zur Abfassung der Dissertation „Eine lineare Abbildung des linearen Strahlkomplexes auf die Ebene“, auf Grund welcher er im Jahr darauf zum Doktor der technischen Wissenschaften promoviert wurde.

Nach dem Kriegsende wandte sich Eckhart zunächst zur Mittelschule und avancierte schon nach zwei Jahren zum stellvertretenden Direktor der Bundeserziehungsanstalt Wien-Breitensee. Gleichzeitig hielt er aber auch laufend Kurse für Darstellende Geometrie am Mathematischen Seminar der Universität ab. Trotz stärkster beruflicher Beanspruchung fand er außerdem noch die Zeit zu wissenschaftlichen Arbeiten und habilitierte sich schließlich 1924 als Privatdozent für Geometrie.

Durch seine Forschungs- und Lehrtätigkeit hatte sich Eckhart bald in allen Kreisen den Ruf eines hervorragenden Fachmannes und Methodikers erworben, so daß er 1929 zum Nachfolger des in den Ruhestand getretenen Hofrats Th. S c h m i d an der II. Lehrkanzel für Darstellende Geometrie der Technischen Hochschule in Wien ernannt wurde, nachdem er kurz vorher einen Ruf nach Brünn abgelehnt hatte. Hier entfaltete er nun im Rahmen der Ausbildung der Maschinenbauer sowie der Lehramtsanwärter eine rege Vorlesungstätigkeit; bei ersteren pflegte er besonders die Anwendung der geometrischen Prinzipien an technischen Beispielen und erweiterte sein Vorlesungsprogramm durch Aufnahme der Kinematik als der Grundlage der Getriebelehre; für die letzteren richtete er ein Proseminar ein, das seine Vorlesungen über Projektive Geometrie wirksam ergänzte. Alle Hörer schätzten vor allem seine klare und überaus anschauliche Ausdrucksweise im Vortrag, wie auch sein freundliches Wesen im persönlichen Verkehr; mit feinem Humor legte er bei Prüfungen und auch sonst immer wieder ein tiefes und gütiges Verständnis für menschliche Schwäche und Unzulänglichkeit an den Tag.

Auf wissenschaftlichem Gebiet sah Eckhart als sein Hauptarbeitsgebiet die Ausgestaltung des Abbildungsprinzips in dessen weitestem Sinne an. Es war seine Idee, die verschiedensten Abbildungen ohne Rücksicht auf Anschaulichkeit gewissermaßen auf Vorrat zu sammeln und zu untersuchen, um sie zu gegebener Zeit zur Verfügung zu haben; so bildete er z. B. die linearen Strahlkomplexe mit Benützung eines Drehnetzes als Projektionsmittel auf Kreis-Punkt-Elemente der Zeichenebene ab. Neben solchen mehr programmatischen Arbeiten, denen auch seine Dissertation, die Habilitationsschrift und zwei kleine Büchlein „Konstruktive Abbildungsverfahren" und „Der vierdimensionale Raum" (Springer 1926, Teubner 1929) zuzurechnen sind, veröffentlichte er eine Anzahl von Abhandlungen, die mehr ein gründliches Eingehen auf Einzelheiten spezieller geometrischer Gebilde zum Gegenstand haben und eine außergewöhnliche Gewandtheit in der Handhabung des analytischen Apparats verraten, dessen er sich stets gerne bediente; hierher gehören seine Untersuchungen über ebene Loxodromen, über eine Fläche 4. Ordnung mit Kegelschnitten als Fallinien (und auch als Schichtenlinien), über die Doppelpunkte der Koppelkurve und über das Striktionsband der hyperbolischen Regelschar. Eine dritte Gruppe von Arbeiten endlich bezieht sich auf ein von ihm entwickeltes elegantes Schrägrißverfahren, das sich inzwischen in der Praxis durchgesetzt hat und in alle einschlägigen Lehrbücher eingegangen ist; das Eckhartsche „Einschneideprinzip" besteht darin, durch entsprechende Punkte zweier beliebig auf die Zeichenebene gelegten Parallelrisse eines Gegenstandes (z. B. Grund- und Aufriß) Strahlen fester Richtungen zu legen, deren Schnittpunkte dann ein achsonometrisches Bild des Objektes liefern.

Eckharts Lebensführung war einfach und zurückgezogen. Er hatte noch während des Krieges mit Gabriele, geb. Hajek, die Ehe geschlossen, der zwei Söhne entstammen. In seiner Familie, die er über alles liebte, und in seinem Beruf, der ihm alles bedeutete, ging er vollkommen auf.

Wie ein Blitzschlag traf ihn daher die kurz nach dem Umsturz 1938 erfolgte Enthebung von seinem Amt. Dieser Maßnahme, deren Ursache er nicht zu ergründen vermochte, stand er völlig fassungslos gegenüber, und es war erschütternd zu sehen, wie ihn der Gram seelisch und körperlich zugrunde richtete. Er hatte wohl Berufung eingelegt, doch schwand seine Hoffnung von Tag zu Tag; er fühlte sich verfemt und ausgestoßen, und in einem Augenblick tiefster Depression muß es gewesen sein, daß er die Waffe gegen sich richtete und einem Leben ein Ende machte, das noch soviel Gutes tun und Wertvolles geben hätte können ...

Die Wissenschaft hat in Ludwig Eckhart einen hervorragenden Vertreter allzu früh verloren, der jedoch im Gedächtnis seiner Kollegen und Schüler weiterlebt!

Wunderlich.

Doz. H. R. Müller (Graz): Über Striktionsgebilde.

Unter Verwendung von genormten Quaternionen werden Sätze über die Striktionslinien von Regelflächen aus der euklidischen in die elliptische Geometrie übertragen. Weiters werden die Kurvenpaare des elliptischen Raumes, die als Striktionslinienpaare (Stauungs- und Einschnürungslinien) von Regelflächen fungieren, geometrisch charakterisiert. Die Zentraltorsen werden als duale Gebilde der Striktionslinien erkannt und der Übergang zur euklidischen Geometrie betrachtet. — Schließlich werden noch die orthoiden Regelflächen und ihre dualen Gegenstücke, denen euklidisch die konoidalen Regelflächen entsprechen, untersucht und beide Flächenklassen dadurch charakterisiert, daß die Zentraltangentenflächen Torsen sind.

21. Mai, vormittag: Tagung der Fachgruppe für ANALYSIS

Prof. J. Radon (Wien): Über die Feldtheorien der Variationsrechnung bei mehrfachen Integralen.

Anschließend an die Arbeiten von Carathéodory, Weyl, Boerner, Lepage u. a. wird die Theorie der geodätischen Felder besprochen und einige bisher wenig beachtete Gesichtspunkte werden hervorgehoben. So wird am Beispiel des Doppelintegrals im R_4 gezeigt, daß die Forderung nach Definitheit der E-Funktion im allgemeinen die Wahl der bei ihrer Konstruktion freibleibenden Parameter je nach dem vorliegenden Problem mehr oder weniger einschränkt, eventuell sogar zu deren eindeutiger Bestimmung führt. Weiter wird betont, daß man bei Problemen mit fester Berandung stets mit der einfachen Weylschen Theorie auskommt und die allgemeinen Ansätze von Lepage nicht benötigt.

Prof. H. Hornich (Wien): Über eine neue Klasse von algebraischen Funktionen.

Es werden diejenigen algebraischen Funktionen $y(x)$ untersucht, deren Iteration — eventuell neben anderen analytischen Funktionen — auch die Identität liefert. Diese algebraischen Funktionen genügen algebraischen Gleichungen $f(x,y) = 0$ mit symmetrischen $f(x,y) = f(y,x)$. Die algebraischen Gebilde, welche eine solche Funktion enthalten, gestatten eine involutorische Transformation in sich. Es wird nun eine neue Darstellung dieser involutorischen algebraischen Funktionen gegeben, die diese mit den ebenen algebraischen Kurven verbindet.

Dr. L. Schmetterer (Wien): Zur Summierung Fourierscher Reihen.

Der Vortragende berichtet über Untersuchungen betreffend die Tragweite der Borelschen und verwandter Summierungsverfahren im Gebiet der Fourierschen Reihen. Von einem schon bekannten Resultat (Hardy, Takahashi) wird gezeigt, daß es in seiner Art das beste ist. Geht man aber zum Bereich der nicht absolut integrierbaren Funktionen über, dann werden mittels eines neuen Konvergenzkriteriums und der Tauberschen Sätze eine kontinuierliche Folge von

Kriterien abgeleitet, welche die Summierbarkeit der Reihe nach einem dieser Verfahren, nicht aber die Konvergenz zur Folge zu haben brauchen.

Prof. H. Wendelin (Graz): Untersuchungen zur Mengenlehre.

Das übliche Rechnen in der Mengenalgebra läßt sich durch Umformen der Mengenausdrücke in die „ausgezeichneten Normalformen" systematisieren. Diese stellen Vereinigungen geeigneter „Konstituenten" — d. s. Durchschnitte aus den Grundmengen oder ihrer Komplemente — dar. Durch Übergang zu den „Entwicklungen" und Zuordnung dieser zu Matrizen, die die Entwicklungskoeffizienten als Elemente enthalten, gelingt es, den Mengenkalkül isomorph auf einen Matrizenkalkül abzubilden, wodurch die mengenalgebraischen Probleme in einfacher Weise rein algebraisch behandelbar werden.

21. Mai, nachmittag, und

22. Mai, vormittag: Tagung der Fachgruppe für

ANGEWANDTE MATHEMATIK

Prof. L. Vietoris (Innsbruck): Zum Begriff der Wahrscheinlichkeit.

Grundsätzliche Schwierigkeiten, die der Anwendung einer auf die „Limesdefinition" der Wahrscheinlichkeit gegründeten Wahrscheinlichkeitsrechnung entgegenstehen, verlangen eine andere Begründung.

Wahrscheinlichkeit ist ein Größenbegriff. B. O. Koopman (Ann. of Math. 1940 u. 1941) hat bemerkt, daß wie bei anderen Größenbegriffen, z. B. dem Zahl- und dem Längenbegriff, auch im Gebiet der Wahrscheinlichkeit der Größenvergleich primitiver als der Größenbegriff selbst ist. Wir haben hiefür das Wort „eher", mit dem wir Warhscheinlichkeiten vergleichen, lange bevor wir einen Wahrscheinlichkeitsbegriff selbst haben. Dieses „eher" läßt sich durch Axiome leicht beschreiben (B. O. Koopman, a. a. O. und L. Vietoris, Mh. f. Math. 1948).

Die Wahrscheinlichkeiten ergeben sich dann als Äquivalenzklassen in dieser Vergleichung wie etwa die Mächtigkeiten der Mengen als Äquivalenzklassen gegenüber der Vergleichung mit Hilfe der eindeutigen Zuordnungen. Sie brauchen nur noch mit Zahlen bewertet zu werden. Das geschieht dadurch, daß mit Hilfe eines genügend allgemeinen Symmetriebegriffs die Laplacesche Wahrscheinlichkeitsdefinition in einem engen Bereich zirkelfrei gegeben werden kann. So liefern z. B. die Urnen Skalen von Wahrscheinlichkeiten, an denen beliebige Wahrscheinlichkeiten durch Vergleichung mit Hilfe des „eher" gemessen werden können, genau so wie Längen durch Vergleich mit den Strecken eines Maßstabes. So erhält man einen für die Anwendungen hinreichend allgemeinen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Die Sätze der klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung einschließlich der Sätze von Bernoulli und Bayes ergeben sich für ihn, indem sie für Urnen auf dem klassischen Wege hergeleitet und von den Urnen mit Hilfe des „eher" auf die allgemeinen Wahrscheinlichkeiten übertragen werden. Ein

Satz, der die Konvergenz von relativen Häufigkeiten behauptet, ergibt sich dagegen nicht.

Prof. P. Funk (Wien): Über ein Problem der Elektronenoptik.

Behandelt wird die von W. Glaser aufgeworfene Frage, wann das Newtonsche Abbildungsgesetz für die Elektronenoptik gilt. Analytisch formuliert lautet die Frage: Wann ist bei einer linearen homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung der Wert der einen Nullstelle eine projektive Funktion des Wertes der anderen? Dabei darf man annehmen, daß das Glied mit dem 1. Differentialquotienten in der Differentialgleichung fehlt.

Zur Lösung der Aufgabe wird eine anschauliche Deutung herangezogen, bei der die unabhängig Veränderliche als Zeit aufgefaßt wird und zwei voneinander linear unabhängige Lösungen der Differentialgleichung als kartesische Koordinaten einer „Leitkurve" gedeutet werden. Wird die Leitkurve in Polarkoordinaten dargestellt, so lautet die Antwort auf die gestellte Frage: Der reziproke Wert des Radiusvektors für die Leitkurve muß einer Hillschen Differentialgleichung mit der Periode π genügen.

Prof. W. Glaser (Wien): Das Maxwellsche Fischauge als ideale Elektronenlinse.

Der kugelsymmetrische Brechungsexponent $n = A/(a^2 + r^2)$ des „Maxwellschen Fischauges" vermittelt bekanntlich eine vollkommene optische Abbildung des Raumes auf sich selbst. In einer 1928 von W. Lenz angegebenen Verallgemeinerung ist der Nenner durch den Ausdruck $r[(r/a)^p + (a/r)^p]$ mit ungeradem p zu ersetzen. Da optische Mittel mit vorgegebenem stetigen Verlauf des Brechungsexponenten technisch kaum herzustellen sind, haben das Maxwellsche Fischauge und seine Verallgemeinerungen für die praktische Optik keine Bedeutung erlangt. Ganz anders liegt nun der Fall in der Elektronenoptik, welche grundsätzlich nur mit inhomogenen optischen Mitteln arbeitet. Denn in bezug auf die Elektronenbewegung ist ein elektrisches Potential N äquivalent einem optischen Mittel, dessen Brechzahl n vermöge $n^2 = N$, bzw. (für hohe Elektronengeschwindigkeiten) $n^2 = N + kN^2$ festgelegt ist.

Eine Verwirklichung der dem Fischauge, bzw. seiner Verallgemeinerung entsprechenden kugelsymmetrischen Raumladungsverteilung gemäß der Poissonschen Gleichung kommt technisch kaum in Frage. Beschränkt man sich aber auf die Abbildung in einer Ebene und die unmittelbare Umgebung derselben, so kann man eine raumladungsfreie Elektrodenanordnung berechnen, welche in einer bestimmten Ebene eine Potentialverteilung der verlangten Gestalt erzeugt. Die Potentialflächen werden mittels der Hankelschen Integraldarstellung in geschlossener Form berechnet; für die numerische Auswertung wird eine Reihendarstellung angegeben.

Ein unmittelbares Bedürfnis nach Elektronenlinsen der erwähnten Art besteht auf verschiedenen Gebieten, insbesondere in der Geschwindigkeitsspektrographie bei kernphysikalischen Untersuchungen. Da die Elektronenbahnen als geodätische Linien in einem Riemannschen Raum mit dem Linienelement $dS^2 = N{\cdot}ds^2$ angesehen werden können, folgt, daß durch die Lenzschen Mittel Flächen mit der Eigenschaft definiert werden, daß die von einem Punkt ausgehenden Geodätischen sich wieder in einem zweiten Punkte treffen. Für den Maxwellschen Fall $p = 1$ handelt es sich um die bekannte Eigenschaft der größten Kugelkreise.

Dr. E. Skudrzyk (Wien): Die innere Reibung in festen Körpern, Flüssigkeiten und Gasen.

In der Größe und dem Frequenzgang der inneren Reibung spiegelt sich die Struktur der Stoffe wider. Das Studium der inneren Reibung ist daher für Theorie und Praxis von großem Interesse.

Für die mathematische Behandlung der inneren Reibung werden die Spannungen als Taylorreihen der Deformationen und ihrer zeitlichen und räumlichen Ableitungen, bzw. ihrer Integrale dargestellt. Es ergibt sich so neben einer elastischen Nachwirkung auch eine räumliche Fernwirkung, wie sie z. B. als Spezialfall im Temperaturausgleich adiabatisch komprimierter und dilatierter Stellen und den dadurch hervorgerufenen Spannungsänderungen bekannt ist. Bei periodischen Vorgängen kann der elastischen Nachwirkung durch zwei komplexe und frequenzabhängige Elastizitätskonstanten Rechnung getragen werden. Die Grundgleichungen zeigen ferner, daß eine konstante innere Reibung einen nicht realisierbaren Grenzfall für tiefe Frequenzen darstellt und daß es sich in Wirklichkeit immer um einen stetigen Übergang zwischen innerer Reibung, Hysterese und plastischem Fließen handelt. Man muß also entweder den Begriff innere Reibung fallen lassen oder darunter die auf die Geschwindigkeit bezogenen Verluste, unabhängig von ihrem Frequenzgang, verstehen. Je nachdem, ob die Verluste eine Folge der Schub- oder der Dilatationsbewegung sind, wird man von einer Schub- oder Dilatationsreibung sprechen. Die bekannte Stokessche Hypothese, die die beiden Reibungskonstanten auf eine einzige reduziert, erweist sich mit der Annahme eines verlustlosen Kompressionsmoduls identisch und widerspricht so jedweder Erfahrung. Die praktische Folge des Auftretens zweier verschiedener Arten innerer Reibung ist, daß das logarithmische Dekrement nicht eine Stoffkonstante ist, sondern von der besonderen Form der Schwingung abhängt. Auf Grund der Theorie kann das logarithmische Dekrement beliebiger Schwingungen aus den Verlustfaktoren der elastischen Grundkonstanten berechnet werden.

Doz. O. Plechl (Wien): Naturwissenschaft und algebraische Logik.

Die technische Anwendung unserer Naturerkenntnis stellt gelegentlich Probleme qualitativer Natur, bei denen es sich nicht um Beziehungen zwischen Größen, sondern um die Notwendigkeit der Existenz bestimmter Bauteile oder Wirkungen handelt. Es zeigt sich nun, daß den physikalischen Gleichungen auch dann noch ein Aussagewert zukommt, wenn ihren Variablen keine Größenwerte, sondern nur Existenzwerte unterlegt werden. Ordnet man der Nichtexistenz einer Erscheinung den Wert „Null“ und ihren übrigen Meßwerten den Wert „Nichtnull“ zu, so symbolisiert die physikalische Gleichung eine kausale Verknüpfung, die über die Existenzbedingungen einer Erscheinung in Abhängigkeit von der Existenz anderer solcher Auskunft gibt.

Der aus den Gesetzen der Zahlenrechnung abstrahierte Kalkül für die Verknüpfung der beiden Werte „Null“ und „Nichtnull“ ergibt die gleichen Regeln, die für die zweiwertige algebraische Logik bekannt sind. Die Denkregeln unserer Aussagenlogik mit dem Wertepaar „wahr“ und „unwahr“ sind somit identisch mit den kausalen Verknüpfungen, die aus der mathematischen Formulierung unserer empirisch gewonnenen Naturgesetze hervorgehen.

Hieraus folgt, daß alle Rechenoperationen der Algebra, die bisher auf physikalische Gleichungen angewandt wurden, auch für diesen Kalkül Geltung haben müssen. Es bestehen also nicht nur die Beziehungen der Disjunktion (Addition),