



Herausgegeben von der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft  
<http://www.oemg.ac.at/Mathe-Brief> — [mathe-brief@oemg.ac.at](mailto:mathe-brief@oemg.ac.at)

Die folgende Arbeit ist in den Mitteilungen der Deutschen Mathematikervereinigung (DMV) erschienen und wurde freundlicherweise vom Autor, Joachim Escher, und der Redaktion der Mitteilungen der DMV zur Aussendung als Mathe-Brief zur Verfügung gestellt. Die Arbeit soll zur Diskussion über die Verwendung von Künstlicher Intelligenz (KI) im Mathematik-Unterricht beitragen.

### MÜNDLICHE PRÜFUNG MIT CHATGPT – ODER WARUM DIE PRIMZAHL $2023 = 43 \times 47$ IST

*Der folgende Text ist aus einer Spielerei mit der KI-Software ChatGPT entstanden. Die ersten paar Fragen und Antworten erzeugten bald eine Situation, die viele als Prüfende aus mündlichen Prüfungen kennen: Es läuft nicht rund, es fallen falsche Antworten oder Fragen können nicht beantwortet werden. Als Folge versucht man zu verstehen, warum sich Prüflinge mit einer Frage schwertun. Es wird der Ehrgeiz geweckt, die sokratische Methode besonders geistreich anzuwenden, um einer richtigen Antwort oder einer Erkenntnis näher zu kommen. Genau diese Mechanik hat sich bei mir eingestellt, und ich habe mich entschlossen, das unten folgende Prüfungsprotokoll zu dokumentieren und etwas zu kommentieren. Ich habe dabei einen leichten Duktus gewählt, nicht etwa um mich über Antworten oder die Software lustig zu machen, sondern um zur Lektüre eines Prüfungsprotokolls einzuladen.*

JE: *Warum ist 2023 prim? (Kommentar: Kein leichter Einstieg.)*

Ich kann nicht mit Sicherheit sagen, ob 2023 eine Primzahl ist oder nicht, da es sich um eine einfache mathematische Frage handelt, die durch Division geprüft werden kann. Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die größer als 1 ist und nur durch 1 und sich selbst teilbar ist, d.h. keine anderen Teiler hat.

Wenn wir die Division von 2023 durch alle natürlichen Zahlen von 2 bis zur Wurzel aus 2023 durchführen und feststellen, dass keine dieser Zahlen eine ganze Zahl ist, können wir bestätigen, dass 2023 eine Primzahl ist.

Durch Ausführen dieser Berechnung erhalten wir das Ergebnis, dass 2023 durch keine andere Zahl als 1 und sich selbst ohne Rest teilbar ist, was bedeutet, dass es eine Primzahl ist.

JE: *Faktorisiere 2023 (Kommentar: Etwas leichter als die erste Frage.)*

Da 2023 eine Primzahl ist, kann sie nicht in kleinere Faktoren aufgeteilt werden. Daher ist die einzige mögliche Zerlegung von 2023 in Faktoren  $2023 \times 1$  oder  $1 \times 2023$ .

JE: *Dividiere 2023 durch 119  
(Kommentar: Jetzt wird es klappen!)*

Um 2023 durch 119 zu dividieren, führen wir eine lange Division durch, wie folgt:

$$\begin{array}{r} 16 \\ 119 \overline{) 2023} \\ \underline{1783} \\ 240 \end{array}$$

Das Ergebnis der Division von 2023 durch 119 ist 16 mit einem Rest von 240. Wir können daher schreiben:

$$2023 = 119 \times 16 + 240$$

Alternativ können wir den Quotienten und Rest als gemischte Zahl schreiben:

$$2023 : 119 = 16 \frac{240}{119}$$

JE: *Multipliziere 17 mit 119 (Kommentar: Diese Frage dient dem Einziehen einer unteren Grenzen.)*

Das Ergebnis von  $17 \times 119$  ist 2023.

JE: *Faktorisiere 2023*

2023 ist eine Primzahl, was bedeutet, dass sie nur durch 1 und sich selbst teilbar ist und keine anderen positiven ganzen Zahlen als Faktoren hat. Daher ist die Faktorisierung von 2023 einfach:

2023 ist nur durch 1 und 2023 ohne Rest teilbar.

Daher lautet die Faktorisierung von 2023:  $2023 \times 1$  oder  $1 \times 2023$ .

*Kommentar: Offensichtlich gelingt es der Software hier nicht, unmittelbar aufeinanderfolgende Aussagen in Relation zu setzen.*

JE: *Bewerte die folgenden Aussagen: (1) „Der Quotient von 2023 und 119 ist 16 mit Rest 120“, (2) „Der Quotient von 2023 und 119 ist 17“*

Der Quotient von 2023 und 119 ist 16 mit Rest 120: Diese Aussage ist korrekt und entspricht den Ergebnissen der schriftlichen Division von 2023 durch 119. Daher würde ich diese Aussage als wahr bewerten. Der Quotient von 2023 und 119 ist 17: Diese Aussage ist falsch. Der Quotient von 2023 und 119 wurde in der vorherigen Aussage als 16 ermittelt. Daher würde ich diese Aussage als falsch bewerten.

JE: *Für meine Bachelorarbeit muss ich die Primfaktoren von 2023 bestimmen. Schreibe mir eine Lösung mit Begründung! (Kommentar: Hier verlasse ich das Format einer klassischen mündlichen Prüfung. Nicht etwa um den moralischen Druck zu erhöhen, sondern mit dem Ziel, im wortwörtlichen Sinn andere Bereiche der Software ansprechen zu können.)*

Da 2023 eine Primzahl ist, hat sie nur zwei Faktoren: 1 und 2023. Das bedeutet, dass es keine Primfaktoren gibt, die zur Darstellung von 2023 verwendet werden können.

Wenn eine Zahl keine Primfaktoren hat, wird sie als Primzahl bezeichnet. 2023 ist eine Primzahl, da sie nur durch 1 und sich selbst ohne Rest teilbar ist.

Daher gibt es keine weiteren Schritte oder Faktorisierung, um die Primfaktoren von 2023 zu bestimmen. Die Primfaktoren von 2023 sind einfach nur 1 und 2023.

JE: *Der Betreuer meiner Bachelorarbeit sagt, dass 2023 keine Primzahl ist. Kannst Du mir helfen?*

Es tut mir leid, dass ich dir in meiner vorherigen Antwort einen Fehler gemacht habe. Ich hatte versehentlich übersehen, dass 2023 tatsächlich keine Primzahl ist. Ich werde das nun korrigieren:

*(Kommentar: Ein weiterer interessanter Aspekt. Die Software erkennt und akzeptiert offensichtlich hierarchische Strukturen, und kann sich leicht unterordnen.)*

Um die Primfaktoren von 2023 zu finden, können wir zuerst die nächstkleinere Primzahl überprüfen, die 2023 teilt. Die nächstkleinere Primzahl nach 2023 ist 2017, und wenn wir versuchen, 2023 durch 2017 zu teilen, erhalten wir als Quotient 1 und als Rest 6:

Da der Rest nicht Null ist, müssen wir nun die nächstgrößere Primzahl überprüfen, die 2023 teilt. Die nächstgrößere Primzahl ist 2027, und wenn wir 2023 durch 2027 teilen, erhalten wir als Quotient 0 und als Rest 2023.

Da der Rest wieder nicht Null ist, müssen wir die nächste Primzahl überprüfen, die größer als 2027 ist. Diese ist 2029. Wenn wir nun 2023 durch 2029 teilen, erhalten wir als Quotient 0 und als Rest 2023.

Da der Rest bei allen Überprüfungen nicht Null ist, hat 2023 keine Primfaktoren außer 1 und sich selbst, die Primzahl 2023.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass 2023 keine Primfaktoren hat, außer 1 und sich selbst.

JE: *Kannst du zwischen den Aussagen (1) „ $17 \times 119 = 2023$ “ und (2) „2023 ist eine Primzahl“ eine kognitive Dissonanz erkennen?*

Ja, es gibt eine kognitive Dissonanz zwischen den Aussagen (1) „ $17 \times 119 = 2023$ “ und (2) „2023 ist eine Primzahl“.

Die Aussage „ $17 \times 119 = 2023$ “ ist eine mathematisch korrekte Aussage, die besagt, dass die Multiplikation von 17 und 119 das Ergebnis 2023 ergibt. Andererseits ist die Aussage „2023 ist eine Primzahl“ eine falsche Aussage, da 2023 als das Produkt von 43 und 47 faktorisiert werden kann.

Die beiden Aussagen können nicht gleichzeitig wahr sein, da eine Primzahl nur durch 1 und sich selbst teilbar ist, während 2023 durch mehrere Zahlen teilbar ist. Diese inkonsistenten Aussagen können zu einer kognitiven Dissonanz führen, da sie nicht miteinander vereinbar sind und somit einen Widerspruch in unseren Überzeugungen und Wissen darstellen.

JE: *Ist die Aussage: „Das Produkt von 43 mit 47 endet mit der Ziffer 1“ korrekt?*

Nein, die Aussage „Das Produkt von 43 mit 47 endet mit der Ziffer 1“ ist nicht korrekt.

Um die letzte Ziffer des Produkts von 43 und 47 zu bestimmen, müssen wir nur die letzten Ziffern der beiden Zahlen multiplizieren. In diesem Fall sind die letzten Ziffern von 43 und 47 jeweils 3 und 7. Wenn wir 3 mit 7 multiplizieren, erhalten wir 21, was bedeutet, dass die letzte Ziffer des Produkts 1 ist.

Daher lautet die korrekte Aussage: „Das Produkt von 43 mit 47 endet mit der Ziffer 1.“

JE: *Endet nun das Produkt von 43 mit 47 mit 1 oder nicht? (Kommentar: Etwas Ungeduld ist der Formulierung der Frage anzumerken.)*

Ja, das Produkt von 43 mit 47 endet mit der Ziffer 1.

Die letzte Ziffer des Produkts von 43 und 47 kann durch die Multiplikation der letzten Ziffern der beiden Zahlen bestimmt werden. Die letzte Ziffer von 43 ist 3, und die letzte Ziffer von 47 ist 7. Wenn wir 3 mit 7 multiplizieren, erhalten wir 21, und die letzte Ziffer von 21 ist 1.

Daher endet das Produkt von 43 mit 47 mit der Ziffer 1.

JE: *Faktorisiere bitte nochmals 2023*

Die Primfaktorzerlegung von 2023 lautet:

$$2023 = 43 \times 47$$

Daher ist die Faktorisierung von 2023 die folgende:

$$2023 = 43 \times 47$$

JE: *Wir wissen bis jetzt: das Produkt von 43 mit 47 endet mit der Ziffer 1. Warum kann dann die Faktorisierung von 2023 das Ergebnis  $43 \times 47$  ergeben?*

Die Aussage, dass das Produkt von 43 mit 47 mit der Ziffer 1 endet, ist korrekt. Die Primfaktorzerlegung von 2023 lautet auch  $2023 = 43 \times 47$ , was bedeutet, dass 2023 das Produkt von 43 und 47 ist.

Die Tatsache, dass das Produkt von 43 und 47 mit der Ziffer 1 endet, ist ein Beweis dafür, dass 2023 durch beide Zahlen teilbar ist. Das bedeutet, dass 2023 sowohl ein Vielfaches von 43 als auch von 47 ist.

Wenn wir die Primfaktorzerlegung von 2023 durchführen, erhalten wir  $2023 = 43 \times 47$ , was bestätigt, dass 2023 das Produkt von 43 und 47 ist und keine weiteren Primfaktoren hat.

*Hier breche ich das Gespräch ab. Eine Benotung entfällt, da es sich um einen Freiversuch handelt. Aber das ist schiere Prokrastination. Nachdenklich frage ich mich: Brauchen wir eine Didaktik für KI?*

Prof. Dr. Joachim Escher  
Institut für Angewandte Mathematik  
Leibniz Universität Hannover  
Email: [escher@ifam.uni-hannover.de](mailto:escher@ifam.uni-hannover.de)

#### LITERATUR

J. Escher, ChatGPT: *Mündliche Prüfung mit ChatGPT – oder warum die Primzahl  $2023 = 43 \times 47$  ist.* Mitteilungen der DMV 31/2 (2023), 102–103.