

Einführung in das mathematische Arbeiten

Überlegungen und Erfahrungen zur Studieneingangsphase

Roland Steinbauer

Fakultät für Mathematik, Universität Wien

17. Mai 2018 (Universität Konstanz)

Inhalt

Aspekte & Gestaltung des Anfangssemesters
der Mathematikstudien an der Universität Wien

- ➊ **Ausgangspunkt, Analyse**
- ➋ **StEOP: Grundkonzeption, curriculare Umsetzung**
- ➌ **StEOP: Inhalte, Methoden, didaktisches Konzept**
- ➍ **EMA: Konkrete Beispiele**
- ➎ **Erfahrungen, Empirische Untersuchung**
- ➏ **Work in progress: Videounterstützung**

Table of Contents

- 1 Ausgangspunkt, Analyse**
- 2 StEOP: Grundkonzeption, curriculare Umsetzung
- 3 StEOP: Inhalte, Methoden, didaktisches Konzept
- 4 EMA: Konkrete Beispiele
- 5 Erfahrungen, Empirische Untersuchung
- 6 Work in progress: Videounterstützung

Analyse: Abstraktion, Schulstoff

Der Studieneinstieg im Fach Mathematik gilt wegen des hohen Abstraktionsgrades der Hochschulmathematik und ihrer fundamentalen Differenz zur Schulmathematik als schwierig.

- breiter Graben zwischen Schul- und Hochschulmathematik
- hoher Drop-Out gerade zu Beginn
- Mitschleppen grundlegender Missverständnisse/Schwächen

(A) Abstraktionsschock:

Viele Studierende gehen schon zu Beginn im Definition-Satz-Beweis-Dschungel eines unkommentiert auf sie einwirkenden abstrakten Zugangs verloren.

(B) Beherrschung des Schulstoffs:

Diskrepanz zwischen dem tatsächlich aus der Schule mitgebrachten Wissen und dem zu Studienbeginn vorausgesetzten und unkommentiert verwendeten „Schulstoff“.

Historie

- Reformansatz seit den frühen 2000-er Jahren (vor curricularer Verankerung von Studieneingangsphasen) gemeinsam mit **Hermann Schichl**
- Weiterentwicklung in mehreren Zyklen aus
 - fachdidaktisch begleiteter Evaluation (gemeinsam mit **Evelyn Süss-Stepancik**)
 - Anpassungen
- 2009 Lehrbuch **Einführung in das mathematische Arbeiten** 2. Auflage 2012, 3. Auflage 2018
- derzeitige curriculare Implementierung als **Studieneingangs- und -orientierungsphase (StEOP)**
 - Bachelorstudium Mathematik (WS 14/15)
 - Bachelorstudium UF Mathematik (WS 16/17)

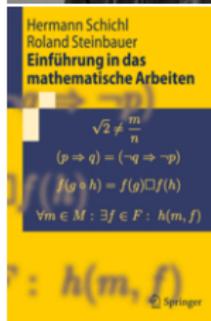


Table of Contents

- 1 Ausgangspunkt, Analyse
- 2 StEOP: Grundkonzeption, curriculare Umsetzung**
- 3 StEOP: Inhalte, Methoden, didaktisches Konzept
- 4 EMA: Konkrete Beispiele
- 5 Erfahrungen, Empirische Untersuchung
- 6 Work in progress: Videounterstützung

Grundkonzept der StEOP

- den traditionellen Vorlesungszyklen (Analysis, Lineare Algebra) **zeitlich & inhaltlich vorgelagert** mit klarer Schnittstelle
- **Zielvorgabe:** reibungsloser Einstieg ins weitere Studium
- **Gliederung gemäß Analyse**
(A) mathem. Abstraktion (B) Beherrschung des Schulstoffs
- widmet sich beiden Aspekten in jeweils inhaltlich und methodisch speziell darauf ausgerichteten Lehrveranstaltungen
 - (A) **Einführung in das mathematische Arbeiten (EMA)**
Vorlesung und Übungen
 - (B) **Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs**
- **Dauer**
 - BA MA: 5-6 Wochen, danach Hauptvorlesungen
 - UF MA: 3 Monate, daneben weitere StEOPs
(Zweifach, Pädagogik)
- **Leistungsüberprüfung:** schriftliche Klausur zur StEOP
(Stoff der EMA und Schulstoff-Teil)

Curriculare Umsetzung (BA MA)

- „Traditionelles“ erstes Semester

Analysis, VO (5 SWSt.)
Lineare Algebra und Geometrie, VO (5 SWSt.)
Analysis, UE (2 SWSt.)
Lineare Algebra und Geometrie, UE (2 SWSt.)

- erstes Semester (BA MA) mit Studieneingangsphase

Studieneingangsphase	
Einführung in das mathematische Arbeiten (3 SWSt., 6 ECTS)	Einführung in die Analysis, VO (3 SWSt., 5 ECTS)
	Einführung in die Lineare Algebra, VO (3 SWSt., 5 ECTS)
Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs (3 ECTS)	Einführung in die Analysis, UE (2 SWSt., 4 ECTS)
	Einführung in die Lineare Algebra, UE (2 SWSt., 4 ECTS)
	Hilfsmittel aus der EDV, UE (2 SWSt., 3 ECTS)

Table of Contents

- 1 Ausgangspunkt, Analyse
- 2 StEOP: Grundkonzeption, curriculare Umsetzung
- 3 StEOP: Inhalte, Methoden, didaktisches Konzept**
- 4 EMA: Konkrete Beispiele
- 5 Erfahrungen, Empirische Untersuchung
- 6 Work in progress: Videounterstützung

Ansatz zu (A)

Einführung in das mathematische Arbeiten (EMA, 3 St., 7 ECTS)

- Pflichtvorlesung zur Linderung des Abstraktionsschocks
& Übungen (BA MA: Hauptvo., UF MA: PUE)
- geblockt am Anfang des Semesters, *vor* den Hauptvorlesungen
- **Inhalte & Themen** die den Hauptvorlesungen vorgelagert sind bzw. an deren Beginn stehen:
 - 2 Grundlegende Ideen & Schreibweisen (Induktion)
 - 3 Logik (naiv: Aussagenlogik, Prädikatenlogik, Quantoren,...)
 - 4 Mengenlehre (naiv: Relationen, Funktionen, Mächtigkeit)
 - 5 Grundlegende Algebra (Gruppen, Ringe, Körper)
 - 6 Zahlenmengen (\mathbb{N} bis \mathbb{C})
 - 7 Analytische Geometrie
- **Methodik:** Mathematik gemeinsam mit ihrer Methode vermitteln;
Fachsprache, Konventionen, Methodik an Ort und Stelle
verwoben mit Inhalten thematisieren
- **Ziel:** geeignetes Abstraktionsniveau für Hauptvorlesungen
herstellen (vordefiniertes Schnittstelle)

EMA: Didaktisches Credo

Dem „Was“ das „Wie“ gleichberechtigt zur Seite stellen

- sehr ausführliche Beweise einfacher Inhalte
- Aufbau math. Texte, Bedeutung typischer Formulierungen
- hohe Informationsdichte, richtiges Rezipieren math. Texte

Fachsprache: Unausgesprochenes explizit, Inoffizielles offiziell

- ausführliche Motivation neuer Begriffe, sinnstiftende Beispiele
- schrittweises Erhöhen von Abstraktionsgrad und Tempo

Abstraktion als denkökonomischer und ästhetischer Gewinn

- versteckte Mini-Behauptungen/Aufgaben aufdecken
- sorgfältige Auswahl von Übungsaufgaben verschiedener Niveaus
- typische Fehler (mit Ironie) vorwegnehmen

direkte Instruktion \rightsquigarrow selbstgesteuertes/individ. Lernen

behutsame Einführung in die math. Denkweise bis zum vordefinierten Kompetenzniveau (annähernd selbe Stoffmenge)

EMA: Stilmittel

- graue Boxen erklären an Ort und Stelle Methodik, fachsprachliche Aspekte, Konventionen, etc.
- „naives“ Verwenden des Schulstoffs ermöglicht Rückgriff auf reichen Beispielfundus; explizit machen!
- Mathematische Methodik als „Zusatzeffekte“ z.B. in Kapitel
 - 2 Grundlagen: Satz, Beweis, Definition
 - 3 Logik: Implikation, (in)direkte Beweise, Über das Beweisen
 - 5 Algebra: Def-Satz-Beweis-Stil, Spezialisierung und Verallgemeinerung in mathematischen Strukturen
- Anknüpfungspunkte zu weiterführenden Themen
 - 5 Algebra: Brückenkopf zur Zahlentheorie und Algebra
 - 6 Zahlenmengen: Brückenkopf zur Analysis
 - 7 Analyt. Geometrie: Brückenkopf zur Lin. Algebra, Angew. Math.
- direktes Ansprechen der LeserInnen
- Erweiterungstoff (ZFC, Konstruktion der Zahlenmengen)

Ansatz zu (B)

Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs (3 ECTS)

- ca. 15 freiwillige Einheiten (2-4 Std.) zu Beginn des Semesters zu jeweils zentralen Themen des Schulstoffs (z.B.: Teilbarkeit & Primzahlen, elementare Funktionen, Kurvendiskussion, Restklassen)
- freiwilliger Besuch nach anonymen Online-Einstufungstests
- orientiert an schulmath. Praxis des beispielorientierten Lernens
- studierendenzentrierte Phase individualisierten Lernens
- von erfahrenen TutorInnen gestaltet (gecoacht von LVA-LeiterIn)
- Technologieeinsatz (blended learning)
- weiterführende Begleitung im gesamten 1. Semester (Nachleseeinheiten, Prüfungsvorbereitung)
- **Leistungsüberprüfung:** Schulstoff-Teil der StEOP-Klausur.

Table of Contents

- 1 Ausgangspunkt, Analyse
- 2 StEOP: Grundkonzeption, curriculare Umsetzung
- 3 StEOP: Inhalte, Methoden, didaktisches Konzept
- 4 EMA: Konkrete Beispiele**
- 5 Erfahrungen, Empirische Untersuchung
- 6 Work in progress: Videounterstützung

EMA: Beispiele (1)

Korrektes Aufschreiben von Rechnungen

Ziel

- Unterschied zwischen Äquivalenzumformungen und Implikationen aufdecken und internalisieren
- korrektes Ableiten von Formeln in Beweisen
„von oben nach unten rechnen“

- ➊ **Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (1)**
- ➋ Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (2)
- ➌ Korrektes Aufschreiben eines Induktionsbeweises

EMA: Beispiele (1)

Korrektes Aufschreiben von Rechnungen

Ziel

- Unterschied zwischen Äquivalenzumformungen und Implikationen aufdecken und internalisieren
 - korrektes Ableiten von Formeln in Beweisen
„von oben nach unten rechnen“
- 1 Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (1)
 - 2 **Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (2)**
 - 3 Korrektes Aufschreiben eines Induktionsbeweises

EMA: Beispiele (1)

Korrektes Aufschreiben von Rechnungen

Ziel

- Unterschied zwischen Äquivalenzumformungen und Implikationen aufdecken und internalisieren
- korrektes Ableiten von Formeln in Beweisen
„von oben nach unten rechnen“

- 1 Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (1)
- 2 Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (2)
- 3 **Korrektes Aufschreiben eines Induktionsbeweises**

EMA: Beispiele (2)

Richtiges Rezipieren mathematischer Texte

Ziel:

- Hinweis auf hohe Informationsdichte mathematischer Texte
 - Motivation zu genauem Lesen
 - Vermeiden von Lücken im exakten Aufbau und Verständnis
- 1 **Definition der symmetrischen Mengendifferenz**
 - 2 Eigenschaften von Äquivalenzklassen

EMA: Beispiele (2)

Richtiges Rezipieren mathematischer Texte

Ziel:

- Hinweis auf hohe Informationsdichte mathematischer Texte
- Motivation zu genauem Lesen
- Vermeiden von Lücken im exakten Aufbau und Verständnis

- ① Definition der symmetrischen Mengendifferenz
- ② **Eigenschaften von Äquivalenzklassen**

Table of Contents

- 1 Ausgangspunkt, Analyse
- 2 StEOP: Grundkonzeption, curriculare Umsetzung
- 3 StEOP: Inhalte, Methoden, didaktisches Konzept
- 4 EMA: Konkrete Beispiele
- 5 Erfahrungen, Empirische Untersuchung**
- 6 Work in progress: Videounterstützung

Statistik zur StEOP

- **Faustregel:** ca. 50% Drop-out in der StEOP
- Zahlen langfristig relativ konstant
 - BA MA seit Beginn der Aufzeichnungen 2011
 - UF MA seit 2016 (Verbund!) davor ca 300 TN

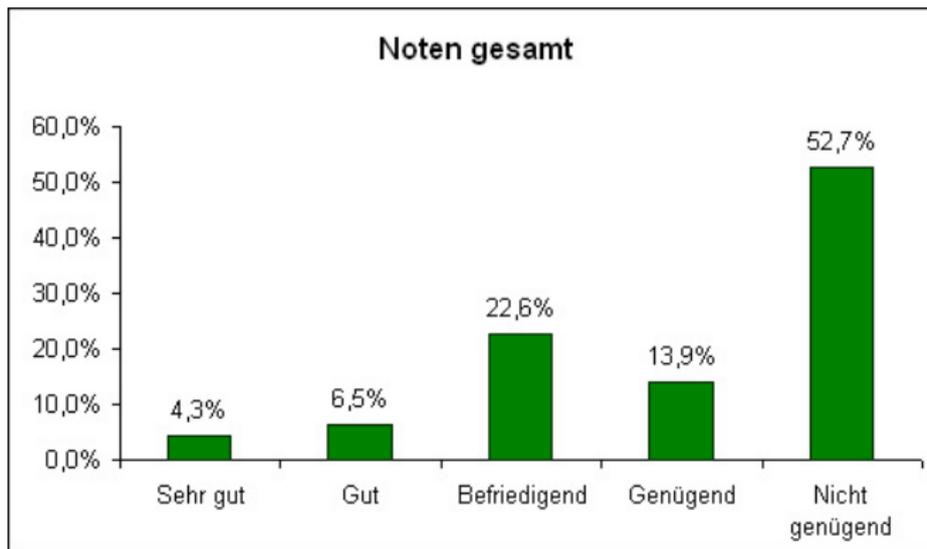
	TN	Aktiv.	Erfolgsq.	ABS
BA MA	250	2/3	2/3	4/9 ~ 120
UF MA	450 (650)	3/4	2/3	1/2 ~ 220

- Aktivierungsraten Fach/LA universitätsweit ähnlich
- negativ bei erstem Antritt ca. 55% (BA MA) 70% (UF MA)
- ca. 30 Antritte zu 4. kommissionellem Termin ca. 15 Ausschlüsse

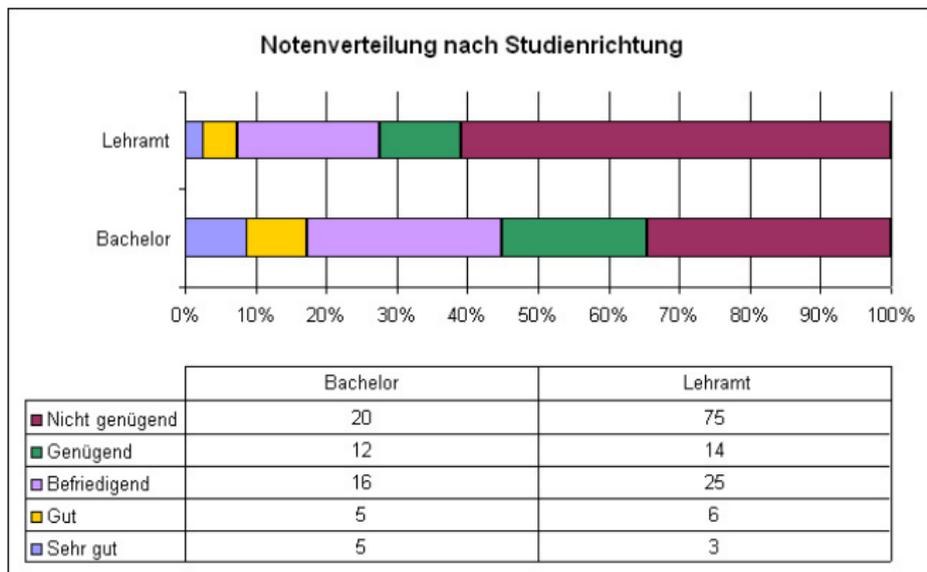
Emprische Untersuchung: Eckdaten

- freiwillige Befragung nach der schriftlichen Prüfung WS 2010/11
 - Schulstoff & Vorlesungsstoff je 50%
 - Positiv ab: jeweils 11 von 20 Punkten
- Fragebogenitems:
 - Schulform
 - Lernunterlagen
 - Teilnahme an Workshops
 - Lernform (alleine/Gruppe)
 - Lerninhalte (Schulstoff, Vorlesung)
- $n = 186$ (58%)
- weiblich: 52%, männlich: 48%

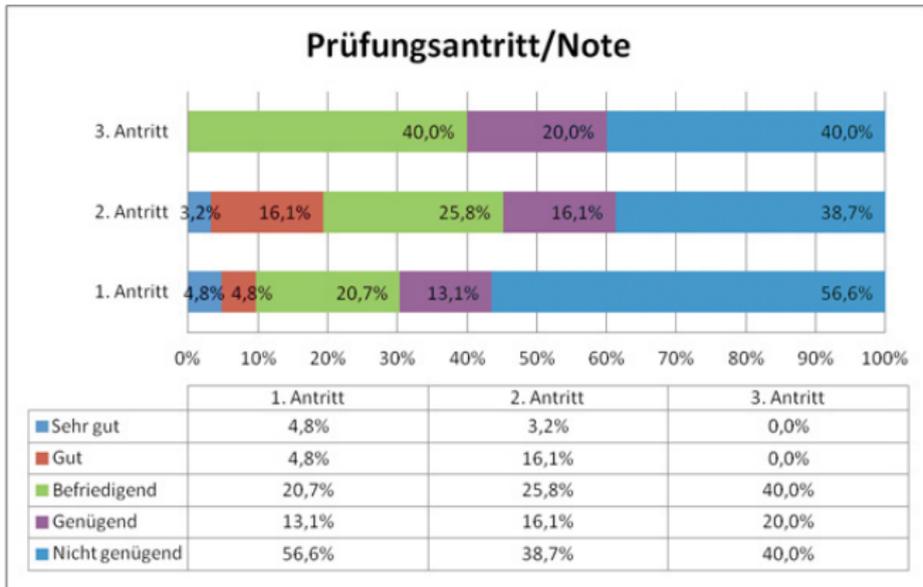
Emprische Untersuchung: Ergebnisse



Emprische Untersuchung: Ergebnisse



Emprische Untersuchung: Ergebnisse



Emprische Untersuchung: Ergebnisse

Typisches „Sehr Gut“ vs. typisches „Nicht Genügend“

<p>Sehr gut</p> <p>Männlich AHS Bachelor Schulstoff: 19 Punkte Vorlesungsstoff: 18,5 Punkte Lernt:</p> <ul style="list-style-type: none">• ausgiebig nach dem Lehrbuch• kaum nach anderen Unterlagen• zu 64% alleine• zu 28% zu zweit• zu 8% in der Gruppe <p>89% Vorlesungsstoff 11% Schulstoff</p>	<p>Nicht genügend</p> <p>Männlich AHS Lehramt Schulstoff: 8 Punkte Vorlesungsstoff: 9 Punkte Lernt:</p> <ul style="list-style-type: none">• sehr viel nach dem Lehrbuch• geringfügig nach anderen Unterlagen• zu 77% alleine• zu 17% zu zweit• zu 6% in der Gruppe <p>76% Vorlesungsstoff 24% Schulstoff</p>
---	---

Zusammenfassung, Schlussfolgerungen

- Konzept bedingt
 - Akzentuierung der Stoffauswahl, weniger Doppelgleisigkeiten
 - Frühe erste Prüfung \leadsto hilfreiche Rückmeldung
- Institutionelle LVA-Evaluation zeigt
 - Gute Akzeptanz des Konzepts
 - EMA als wichtige Grundlage fürs Studium wahrgenommen
- Informelle Rückmeldungen (Lehrende, SPL)
 - tendenziell leicht gesunkene HörerInnenzahlen in den Hauptvorlesungen bei leicht höherem Leistungsniveau
 - mehr aktivierbares strukturelles Wissen, Schulstoff-Kompetenz!
- Empirische quantitative Ergebnisse
 - Große Schere zwischen Fach- und LA-Studierenden, Gender-Gap
 - Defizite im Schulstoff haben gravierende Auswirkungen
 - typisches „Nicht genügend“ knapp, Wiederholungsantritte wertvoll
- Empirische qualitative Ergebnisse
 - unterschiedliche Motivations- u. Erwartungshaltung BA MA/UF MA
 - unterschiedlich hoch empfundene Anforderungshaltung

Table of Contents

- 1 Ausgangspunkt, Analyse
- 2 StEOP: Grundkonzeption, curriculare Umsetzung
- 3 StEOP: Inhalte, Methoden, didaktisches Konzept
- 4 EMA: Konkrete Beispiele
- 5 Erfahrungen, Empirische Untersuchung
- 6 Work in progress: Videounterstützung**

Erklärvideos zur EMA

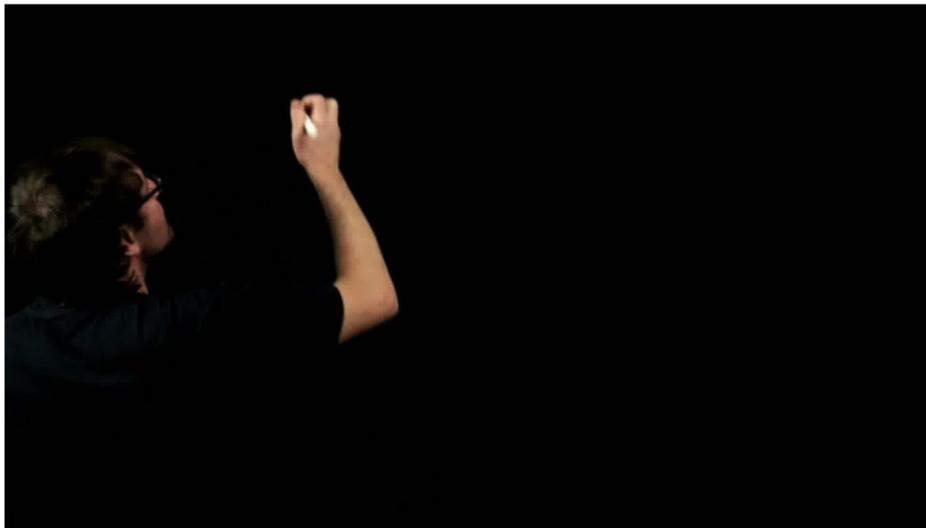
6 – 9 minütige Videosequenzen
zu ausgewählten Kerninhalten / Schlüsselstellen

- als Ergänzung, Zusatzmaterial (Experiment...)
- CC-lizenziert, frei verfügbar auf EMA-Webseite
- eingebunden als Links in E-Book / QR-Codes in Printversion
- ca. 25 Videos für 3. Auflage, mehr in Planung

Entwicklung des Setups

- an/mit Fachhochschule Technikum Wien
- adaptiert mit „Center for Teaching and Learning“, Uni Wien
- „klassisches“ Tafel-Setting
- stark reduzierte Inszenierung

Beispielvideo (1)



Rechenregeln für Mengenoperationen (R.S.)

Beispielvideo (2)



Implikation, Teil 1 (H.S.)

Literatur



H. SCHICHL, R. STEINBAUER: *Einführung in das mathematische Arbeiten*. Springer, 2009, 2. Auflage 2012, 3. Auflage 2018.



H. SCHICHL, R. STEINBAUER: *Einführung in das mathematische Arbeiten: Ein Projekt zur Gestaltung der Studieneingangsphase an der Universität Wien*, *Mitteilungen der DMV*, 17(4), 244–246 (2009).



ROLAND STEINBAUER, EVELYN SÜSS-STEPANCIK, HERMANN SCHICHL: *Einführung in das mathematische Arbeiten — der Passage-Point an der Universität Wien*, in *Mathematische Vor- und Brückenkurse* edited by Bausch, I et al. Springer Spektrum, 410–424 (2014).



KARL MARQUARDT: *Beurteilungsraster für Mathematik-Erklärvideos*. Diplomarbeit, Universität Wien. Fakultät für Mathematik (Betreuer: Franz Embacher) 2016.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!