

# Überlegungen zum Einstieg ins Mathematikstudium: Einführung in das mathematische Arbeiten

---

Hermann Schichl, Roland Steinbauer

Fakultät für Mathematik, Universität Wien

---

ÖMG + DMV Kongress, Graz, September 2009

# Inhalt

Bericht über die Neugestaltung des ersten Semesters der  
Mathematikstudien an der Universität Wien seit dem  
Studienjahr 2001.

- 1 Eine Analyse
- 2 Lösungsansatz
  - Inhaltliche Aspekte
  - Curriculare Aspekte
  - Didaktische Aspekte
- 3 Wirkung

# Eine Analyse

- breiter Graben zwischen Schul- und Hochschulmathematik
- hoher Drop-Out gerade zu Beginn
- Mitschleppen grundlegender Missverständnisse/Schwächen

## (A) Abstraktionsschock:

- scharfer Gegensatz im Abstraktionsniveau Schule Universität
- unterschiedliche Rolle von Beispielen

Viele Studierende gehen schon zu Beginn im Definition-Satz-Beweis-Dschungel eines unkommentiert auf sie einwirkenden abstrakten Zugangs verloren.

## (B) Beherrschung des Schulstoffs:

Deutliche Lücke zwischen dem tatsächlich aus der Schule mitgebrachten Wissen und dem in den AnfängerInnenvorlesungen vorausgesetzten und unkommentiert verwendeten „Schulstoff“.

# Lösungsansatz Studieneingangsphase (A)

Einführung in das mathematische Arbeiten  
(3 SWSt., 5 ECTS)

- Pflichtvorlesung zur Linderung des Abstraktionsschocks
- geblockt am Anfang des Semester, *vor* den Hauptvorlesungen
- **Inhalte & Themen** die den Hauptvorlesungen vorgelagert sind bzw. an deren Beginn stehen:  
grundlegende Ideen & Schreibweisen, Aussagenlogik, (naive) Mengenlehre, einfache algebraische Strukturen, Zahlenmengen, analytische Geometrie
- **Methodik:** Mathematik gemeinsam mit ihrer Methode, Sprache, und ihren Konventionen vermitteln
- **Ziel:** geeignetes Abstraktionsniveau für Hauptvorlesungen herstellen

# Lösungsansatz Studieneingangsphase (B)

## Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs (3 ECTS)

- 15 freiwillige Einheiten (2-4 Std.) zu Beginn des Semesters zu jeweils zentralen Themen des Schulstoffs (z.B.: Teilbarkeit & Primzahlen, elementare Funktionen, Kurvendiskussion, Restklassen, ...)
- freiwilliger Besuch nach anonymen Online-Einstufungstests
- schulartig, beispielorientiert, *nicht* „mathematisch exakt“
- stark interaktiver Charakter, von TutorInnen gestaltet
- Einsatz neuer Medien (blended learning)
- **Leistungsüberprüfung**  
Kolloquium über die Studieneingangsphase  
Inhalte der EMA und Schulstoff aus Workshops

# Curriculare Umsetzung

- „Traditionelles“ erstes Semester

Analysis, VO (5 SWSt.)
Lineare Algebra und Geometrie, VO (5 SWSt.)
Analysis, UE (2 SWSt.)
Lineare Algebra und Geometrie, UE (2 SWSt.)

- erstes Semester mit Studieneingangsphase

Studieneingangsphase	
Einführung in das mathematische Arbeiten (3 SWSt., 6 ECTS)	Einführung in die Analysis, VO (3 SWSt., 5 ECTS)
	Einführung in die Lineare Algebra, VO (3 SWSt., 5 ECTS)
Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs (3 ECTS)	Einführung in die Analysis, UE (2 SWSt., 4 ECTS)
	Einführung in die Lineare Algebra, UE (2 SWSt., 4 ECTS)
	Hilfsmittel aus der EDV, UE (2 SWSt., 3 ECTS)

# EMA: Didaktisches Credo

## Dem „Was“ das „Wie“ gleichberechtigt zur Seite stellen

- Methodik, Fachsprache, Konventionen verwoben mit den Inhalten an Ort und Stelle thematisieren
- oft Unausgesprochenes explizit und Inoffizielles offiziell machen
- Explizite Hilfestellung zum Überwinden dreier Hürden
  - **Abstraktion:** sanfte Einführung, vom Speziellen zum Allgemeinen vorgehen, Motivation! Breiter Raum dem Beweisen widmen
  - **Fachsprache:** Informationsdichte explizit aufdecken, richtiges Rezipieren mathematischer Inhalte thematisieren
  - **Selbständiges Arbeiten:** „versteckte“ Mini-Aufgaben, sorgfältige Auswahl von Übungsaufgaben

Zunächst als Vorlesungskonzept und begleitendens Skriptum  
Nun eigenständiges Lehrbuch (über 3std. VO hinausgehend)

# EMA: Stilmittel

- graue Boxen erklären an Ort und Stelle Methodik, fachsprachliche Aspekte, Konventionen, etc.
- „naives“ Verwenden des Schulstoffs ermöglicht Rückgriff auf reichen Beispielfundus; explizit machen!
- Mathematische Methodik als „Nebeneffekte“ z.B. in Kapitel
  - 2 Grundlagen: Satz, Beweis, Definition
  - 3 Logik: Implikation, (in)direkte Beweise, Über das Beweisen
  - 5 Algebra: Def-Satz-Beweis-Stil, Spezialisierung und Verallgemeinerung in mathematischen Strukturen
- Anknüpfungspunkte zu weiterführenden Themen
  - 5 Algebra: Zahlentheorie, Algebra
  - 6 Zahlenmengen: Brückenkopf zur Analysis
  - 7 Analyt. Geometrie: Brückenkopf zur Lin. Algebra, Angew. Math.
- direktes Ansprechen der LeserInnen
- Erweiterungsstoff (ZFC, Konstruktion der Zahlenmengen)



# EMA: Beispiele (1)

## Korrektes Aufschreiben von Rechnungen

### Ziel

- Unterschied zwischen Äquivalenzumformungen und Implikationen
- korrektes Ableiten von Formeln in Beweisen („von oben nach unten rechnen“)
- ① **Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (1)**
- ② Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (2)
- ③ Korrektes Aufschreiben eines Induktionsbeweises

# EMA: Beispiele (1)

## Korrektes Aufschreiben von Rechnungen

### Ziel

- Unterschied zwischen Äquivalenzumformungen und Implikationen
- korrektes Ableiten von Formeln in Beweisen („von oben nach unten rechnen“)
- ① Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (1)
- ② **Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (2)**
- ③ Korrektes Aufschreiben eines Induktionsbeweises

# EMA: Beispiele (1)

## Korrektes Aufschreiben von Rechnungen

### Ziel

- Unterschied zwischen Äquivalenzumformungen und Implikationen
- korrektes Ableiten von Formeln in Beweisen („von oben nach unten rechnen“)
- ① Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (1)
- ② Gleichungsumformungen in Beweisen — Stil und Fallen (2)
- ③ **Korrektes Aufschreiben eines Induktionsbeweises**

# EMA: Beispiele (2)

## Richtiges Rezipieren mathematischer Texte

Ziel:

- Hinweis auf hohe Informationsdichte mathematischer Texte
  - Motivation zu genauem Lesen
  - Vermeiden von Lücken im exakten Aufbau und Verständnis
- 1 **Definition der symmetrischen Mengendifferenz**
  - 2 Eigenschaften von Äquivalenzklassen

# EMA: Beispiele (2)

## Richtiges Rezipieren mathematischer Texte

Ziel:

- Hinweis auf hohe Informationsdichte mathematischer Texte
- Motivation zu genauem Lesen
- Vermeiden von Lücken im exakten Aufbau und Verständnis
  
- ① Definition der symmetrischen Mengendifferenz
- ② **Eigenschaften von Äquivalenzklassen**

# Wirkung

derzeit zuwenig Datenmaterial für Statistik

Erfahrungsbericht aus Rückmeldungen von Studierenden & Lehrenden, eigenen Beobachtungen

- Konzept der EMA bedingt Akzentuierung der Stoffauswahl
- Frühe erste Prüfung gibt verwertbare Rückmeldung
- Stoffliche Doppelgleisigkeiten der Hauptvorlesungen eliminiert
- Schulstoff-Kompetenz erhöht
- tendenziell leicht gesunkene HörerInnenzahlen in den Hauptvorlesungen bei leicht höherem Leistungsniveau

# Was noch zu sagen und zu tun wäre

- EMA: Differenzierung zwischen Vorlesung und Buchtext
- Differenzierung zwischen Bachelor- und Lehramtsstudien
- Detailliertes zu den Workshops
- Einbinden neuer Medien
  
- genauere Analyse der Wirkung

## Zum Weiterlesen

- Hermann Schichl, Roland Steinbauer „Einführung in das Mathematische Arbeiten: Ein Projekt zur Gestaltung der Studieneingangsphase an der Universität Wien“, Mitteilungen der DMV, 17-2, im Druck, 2009.
- Hermann Schichl, Roland Steinbauer „Einführung in das Mathematische Arbeiten“, Springer, 2009.
- Albrecht Beutelspacher, Rainer Danckwerts, „Mathematik Neu Denken, Abschlußbericht 2005–07“,  
<http://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/tkprojekt/downloads/abschlussbericht07.pdf>.
- Franz Embacher, Petra Oberhuemer, „Mathe online, Eine Galerie multimedialer Lernhilfen für Schule, Fachhochschule, Universität und Selbststudium“,  
<http://www.mathe-online.at>.