Laudatio für Mathias Beiglböck aus Anlass der Verleihung des Förderungspreises 2012 der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft

Reinhard Winkler: Ich lernte Mathias Beiglböck im März des Jahres 2000 kennen, als er sich im vierten Semester seines Mathematikstudiums an der TU Wien befand und in jener Übungsgruppe zur Funktionalanalysis saß, die ich leitete. Er fiel mir bald auf, weil er und sein Jahrgangskollege Gabriel Maresch auch jene recht zahlreichen und nur an Freiwillige adressierten Aufgaben, die ich als *Zusatzbeispiele* bezeichnete, fast im Alleingang bewältigten. Bei diesen Zusatzbeispielen handelte es sich selten um knifflige Einzelprobleme, sondern vorwiegend um recht weit ausholende Überlegungen, die ich nur durch minimale Hinweise andeutete. Ich versuchte damit, interessierten Studentinnen und Studenten auf organische Weise einen Zugang zu einem weiteren mathematischen Horizont zu erleichtern. Anders erscheint mir das im Rahmen von Pflichtübungen schwer zu vermitteln. In den folgenden Semestern war Mathias treuer Teilnehmer meiner Speziallehrveranstaltungen. Meist gab es begleitende Übungen, sodass sich mein erster Eindruck von ihm als einem der begabtesten Studenten, die ich je unterrichten durfte, verfestigte.

Eine für mich besonders glückliche Fügung wollte es, dass ich im Jahr 2001 von Gerhard Larcher und Robert Tichy, den Sprechern eines zahlentheoretischen FWF-Forschungsschwerpunkts, eingeladen wurde, bei ihnen mit einem eigenen Projekt (als thematischen Fokus wählte ich topologische Methoden) mitzumachen. Der Antrag beim FWF war erfolgreich, und so kam ich in die angenehme Situation, junge Mathematiker für die Forschung engagieren zu dürfen. Natürlich wollte ich Mathias für das Projekt gewinnen. Zwar war er erst im vierten Jahr seines Studiums, doch war es nicht sehr schwierig, ihn für projektrelevante Forschungsthemen zu interessieren.

Schon lange hatte mich die Möglichkeit fasziniert, diskrete Strukturen in einen topologischen und maßtheoretischen Kontext einzubetten, um so gewisse Zusammenhänge klarer zu sehen. Mithilfe von Intuitionen, die der kontinuierlichen Mathematik entstammen, eröffnet sich dadurch oft ein besseres Verständnis diskreter Strukturen. Besonders beeindruckt war ich von den Vorträgen von Vitaly Bergelson, einem führenden Vertreter der sogenannten ergodischen Ramsey-Theorie. Auf mehreren zahlentheoretischen Tagungen erhielt ich durch ihn eine Vorstellung von den großartigen Errungenschaften aus der Schule seines berühmten Lehrers Hillel Furstenberg. Furstenberg hatte ein nach ihm benanntes Korrespondenzprinzip gefunden, wonach sich Fragen der additiven Zahlentheorie in die Sprache dynamischer Systeme und ihrer Rekurrenzeigenschaften übersetzen lassen. Außerdem war es ihm gelungen, beispielsweise die als Raum der Ultrafilter aufgefasste Stone-Čech-Kompaktifizierung, also ein äußerst schwer greifbares, abstraktes Objekt, für höchst konkrete Fragen zu nutzen. Unter anderem mit diesen Mitteln hatte er einen völlig neuartigen, auf dynamischen Systemen fußenden Zugang zum berühmten Satz von Szemerédi gefunden, der sich auf denkbar elementare Objekte bezieht. Und zwar lautet er: Jede Teilmenge der natürlichen Zahlen mit positiver Dichte besitzt beliebig lange arithmetische Folgen.[1]

Wer mehr über diese Zusammenhänge erfahren will, stößt unweigerlich auch auf die Monographie *Algebra in the Stone-Čech Compactification* von Neil Hindman und Dona Strauss, wo die Theorie der Ultrafilter und topologische Algebra eine fruchtbare Synthese feiern. Auch mir fiel dieses Buch in die Hände, doch gab ich es bald an Mathias weiter, in der Hoffnung, ihm möge ein Diplomarbeitsthema aus diesem Bereich zusagen. Seine Diplomarbeit mit dem Titel *The Stone-Čech Compactification in Number Theory and Combinatorics* war nicht nur in kürzester Zeit fertig. Sie enthielt auch neue Resultate, die ihm erste Publikationen einbrachten, außerdem den Preis der ÖMG für die beste Diplomarbeit des Jahres 2003 sowie eine mit einem Reisestipendium verbundene Auszeichnung durch die TU Wien. Das ermöglichte ihm einen Forschungsaufenthalt bei Bergelson in Columbus/Ohio, wodurch er auch Neil Hindman, Dona Strauss, Imre Leader und andere internationale Größen kennenlernte. Sofort wurde er von ihnen als vielversprechender junger Vertreter ihres Fachgebiets anerkannt und als Koautor gemeinsamer Arbeiten geschätzt.

So verwundert es nicht, dass auch seine Dissertation (Titel: *Filters in Number Theory and Combinatorics*) in beeindruckend kurzer Zeit fertig wurde, nämlich schon im Herbst 2004. Die darin enthaltenen Forschungsergebnisse lassen sich sehen: Eine neue, besonders kurze und durchsichtige Beweisvariante des klassischen Satzes von van der Waerden (wonach in jeder endlichen Partition der natürlichen Zahlen wenigstens eine der Klassen beliebig lange arithmetische Folgen enthält); ein allgemeiner Satz, der sowohl den Satz von van der Waerden als auch die ebenfalls klassischen Sätze von Ramsey und Hindman[2] als Spezialfälle enthält;[3] neuartige Verbindungen von additiver und multiplikativer Struktur der natürlichen Zahlen im Geiste der Ramseytheorie[4] und eine Anwendung topologischer Methoden auf eine Frage im Grenzgebiet zwischen Zahlentheorie und topologischen Gruppen. Auf das letztgenannte Resultat will ich im Folgenden kurz näher eingehen.

---

[1] Ich darf zu diesem Thema auf den gemeinsamen Artikel mit Mathias in Heft Nr. 221 (Dezember 2012) der *IMN*, Seiten 21–38, verweisen.

[2] *Satz von Ramsey*: Färbt man die Kanten des vollständigen Graphen mit abzählbar unendlicher Knotenmenge mit endlich vielen Farben, so gibt es eine unendliche Menge von Knoten, zwischen denen alle Kanten dieselbe Farbe haben. *Satz von Hindman*: In jeder endlichen Partition von $\mathbb{N}$ enthält wenigstens eine Klasse eine unendliche Menge, die abgeschlossen ist bezüglich endlicher Summen, gebildet aus paarweise verschiedenen Summanden.

[3] Furstenberg hatte bereits vorher eine Synthese der Sätze von van der Waerden und Hindman erzielt.

[4] Dabei handelt es sich um eine Verschärfung des Satzes von van der Waerden von beliebig langen arithmetischen Folgen $(a+im)_{0\leq i\leq n}$ zu beliebig langen arithmetisch-geometrischen Doppelfolgen $b(a+im)^j_{0\leq i,j\leq n}$.

Sei $k = (k_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge ganzer Zahlen, so bilden all jene $\alpha \in \mathbb{T} := \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ (eindimensionaler Torus), für die $k_n\alpha$ für $n \to \infty$ gegen 0 konvergiert, eine Untergruppe, die mit $G(k)$ bezeichnet sei. Es stellt sich umgekehrt die Frage, welche Untergruppen G von $\mathbb{T}$ als $G(k)$ für geeignete k auftreten. (Schon allein aus Kardinalitätsgründen können es nicht alle sein.) Nach Vorgängerarbeiten z.B. von Gerhard Larcher hatten Andras Birò, Jean-Marc Deshouillers und Vera Sòs mit feinsinnigen kombinatorisch-zahlentheoretischen Überlegungen zeigen können, dass dies für zyklische und sogar endlich erzeugte G der Fall ist. Im August 2003, unmittelbar bevor Mathias mit Anfang September die Dissertantenstelle im FWF-Projekt antrat, äußerte ich ihm gegenüber mein Anliegen, dieser Frage mithilfe topologischer Methoden (Filtern) neue Einsichten abzugewinnen. Bereits Mitte September war seine erste Arbeit fertig, in der er das perfekt ausgeführt hatte, was mir nur sehr vage vorgeschwebt war, und noch mehr. Er zeigte, dass es sogar zu jeder beliebigen abzählbaren Untergruppe G von $\mathbb{T}$ eine Folge k mit $G = G(k)$ gibt, für die er überdies noch etwas stärkere Eigenschaften beweisen konnte.

Auch nach Abschluss der Dissertation ließ Mathias' mathematische Kreativität nicht nach, ganz im Gegenteil. Er dehnte seinen mathematischen Aktionsradius weiter beträchtlich aus, indem er vor allem beim Einsatz maßtheoretischer Methoden noch viel tiefer drang. Beispielsweise konnte er, ganz im Geiste des weiter oben erwähnten Korrespondenzprinzips von Furstenberg, an einen berühmten Satz von Hugo Steinhaus anschließen, wonach für jede Menge $A \subseteq \mathbb{R}$ mit positivem Lebesguemaß die Menge aller Differenzen $a - b$ mit $a, b \in A$ ein offenes Intervall enthält. Nach einem Resultat von Renling Jin hat der Satz von Steinhaus auch eine Entsprechung in $\mathbb{Z}$ (statt $\mathbb{R}$). Mathias konnte dieses Resultat in einer Arbeit mit Bergelson und Alexander Fish auf mittelbare Gruppen ausdehnen und, in einer (für ihn typischen), extrem konzisen Soloarbeit, vermittels Maßen auf der Stone-Čech-Kompaktifizierung eine Verbindung zu seiner aus Diplomarbeit und Dissertation angestammten Welt der Ultrafilter herstellen.

Fragt man mich, welche Qualitäten generell für das mathematische Werk von Mathias typisch sind, fallen mir vor allem ein: Zunächst eine in dieser ausgeprägten Form äußerst seltene Originalität in der Kombination mathematischer Ideen (alter wie neuer, oft eigener); daraus resultierend zahlreiche neue und verblüffende Ergebnisse, aber auch immer wieder unverhofft kurze und elegante Zugänge zu klassischen Sätzen; unabhängig davon ein weiter Blick, der über die Beherrschung unterschiedlicher mathematischer Methoden und Denkweisen hinaus zwischen diesen immer wieder neue fruchtbare Verbindungen entdeckt; und schließlich ein feiner mathematischer Geschmack, der Mathias davor bewahrt, sich in unzähligen Einzelergebnissen zu verlieren (die für ihn leicht erreichbar wären), und ihm dabei hilft, seine mathematische Schaffenskraft auf Aufgaben zu konzentrieren, die tieferes Nachdenken wirklich lohnen. Was mehr kann man sich von einem mathematischen Forscher erhoffen?

Nicht ausgeblendet sei, dass selbst die größten Begabungen für ihre Entfaltung zunächst einmal ein günstiges geistiges wie auch persönliches Umfeld brauchen. In diesem Zusammenhang möchte ich ein paar Kollegen erwähnen, die in Mathias' Entwicklung eine wichtige Rolle spielten: Ein sehr wichtiger Lehrer für Mathias war Martin Goldstern, Leiter jener Forschungsgruppe an der TU Wien, an der das erwähnte FWF-Projekt wie auch Nachfolgeprojekte (im Rahmen von Großprojekten unter der Leitung von Michael Drmota und Peter Grabner) beheimatet waren. Im Projekt selbst tätig waren außerdem Gerhard Dorfer in mitverantwortlicher Rolle sowie Gabriel Maresch und Christian Steineder, die zur gleichen Zeit wie Mathias und in enger Freundschaft mit ihm an Diplomarbeit und Dissertation arbeiteten. Ebenfalls in diesem Zusammenhang zu nennen ist Franz Schuster, Schüler von Monika Ludwig, der damals in unmittelbarer räumlicher Nähe seine äußerst erfolgreiche mathematische Laufbahn begann und durch regen wechselseitigen fachlichen wie auch persönlich-freundschaftlichen Austausch Wertvolles zum gedeihlichen Klima dieser Jahre beitrug.

Ich betone diese persönlichen Aspekte deshalb, weil sich meine Freude an Mathias' Entwicklung nicht nur auf seinen Erfolg als Wissenschaftler bezieht, sondern auch auf allgemein menschliche Tugenden, die keineswegs selbstverständlich sind und an denen meines Erachtens auch die erwähnten Personen (wie sicher auch zahlreiche hier nicht erwähnte) einen wichtigen Anteil haben. Auch außerhalb der Mathematik schätze ich an Mathias Beiglböck besonders seine Konsequenz im Denken, die vor keinen Tabus Halt macht, sich aber immer an einem hohen philanthropischen Ethos orientiert. Beides zeigt sich in seiner Zivilcourage, die ihm die Kraft gibt, nie feig wegzuschauen, sondern dort aktiv Partei zu ergreifen, wo Menschlichkeit es verlangt. Das kann durchaus so weit gehen, dass er bei rassistischen Übergriffen im öffentlichen Bereich nicht tatenlos zusieht, sondern dem Opfer zu Hilfe kommt und damit nicht nur körperliche Verletzungen, sondern sogar Verleumdungen durch die Täter mit aufreibendem rechtlichen Nachspiel in Kauf nimmt.

All dies im Auge, wird man meine Freude darüber gut nachvollziehen können, dass Mathias in wichtigen Belangen hin und wieder auch das Glück des Tüchtigen hatte. Denn Glück war zweifellos beteiligt, als gerade zum richtigen Zeitpunkt jemand vom Kaliber eines Walter Schachermayer Mathias' mathematische Wege kreuzte, ihn als jungen Koautor an sich zog und mit neuen wissenschaftlichen Impulsen versorgte. So brach Mathias vor ein paar Jahren zu neuen mathematischen Ufern auf. Ich wünsche ihm dort viel Erfolg (noch über den gegenwärtigen hinaus!) und hoffe, dass er trotzdem immer gern an seine Anfangszeit, über die ich hier berichten durfte, zurückdenken möge.

Walter Schachermayer: Wie schon bei Josef Teichmann im Jahr 2005 darf ich den zweiten Teil der Laudatio für Mathias Beiglböck übernehmen und über die Jahre berichten, die er in der Forschungsgruppe für Finanzmathematik verbracht hat.

Ich möchte die Arbeitsweise von Mathias anhand eines Beispiels aus seiner aktuellen Forschungstätigkeit beschreiben. Es stammt aus einer Gemeinschaftsarbeit,[5] aber ich darf im Namen der Koautoren sagen, dass Mathias hier ein zentraler Part bei der Entwicklung der konzeptiven Ideen zukommt.

Ich glaube, dass ich mit einem konkreten mathematischen Beispiel am besten illustrieren kann, wie die verschiedenen Gebiete zusammenhängen, und wie meisterhaft Mathias es versteht, nicht nur ein weites Feld zu überblicken, sondern auch Querverbindungen zwischen scheinbar entfernten Teilen der Mathematik herzustellen und dadurch überraschende Erkenntnisse zu gewinnen.

Die Doobsche Ungleichung ist seit über 60 Jahren bekannt und eine tragende Säule der stochastischen Analysis. Ich formuliere sie für den einfachsten Fall. Sei $(M_n)_{n=0}^N$ ein $\mathbb{R}_+$-wertiges Martingal und sei

$$\overline{M}_n = \max_{0\le i\le n} M_i \qquad\qquad n = 0,\dots,N,$$

der Prozess der "running maxima". Dann gilt

$$\mathbb{E}[\overline{M}_N^2] \le 4\mathbb{E}[M_N^2]. \tag{1}$$

Diese Ungleichung erlaubt es, das pfadweise Verhalten eines Martingals M, das durch die Maximal-Funktion $\overline{M}_N$ kontrolliert werden kann, durch ihre Werte M_N am Ende des Zeit-Intervalls abzuschätzen. Die Abschätzung bezieht sich auf die L^2-Norm der Funktionen M_N und $\overline{M}_N$. Es ist wohlbekannt, dass die Konstante 4 scharf, die Ungleichung aber immer strikt ist (außer im trivialen Fall $M \equiv 0$).

Machen wir jetzt folgendes Gedankenexperiment. Wir interpretieren $(M_n)_{n=0}^N$ als einen stochastischen Prozess, der den Preis einer Aktie an $N+1$ konsekutiven Tagen modelliert. Der heutige Wert M_0 ist bekannt, aber die zukünftige Preisentwicklung $(M_n)_{n=1}^N$ wird erst an den entsprechenden Tagen bekannt werden. Zu dieser Aktie sollen folgende zwei „Optionen" existieren: Die erste, M_N^2, zahlt zum Zeitpunkt N das Quadrat des Preises der Aktie zum Zeitpunkt N. Die zweite, $\overline{M}_N^2$, zahlt zu diesem Zeitpunkt das Quadrat des Maximums des Aktienpreises über den gesamten Zeitraum $\{1,\dots,N\}$ aus. In unserem Gedankenexperiment stellen wir uns weiters eine Person vor, nennen wir sie Mathias, die vier Optionen vom Typ M_N^2 besitzt (wofür sie zum Zeitpunkt N eine Zahlung erhält) und eine Option vom Typ $\overline{M}_N^2$ verkauft hat (wofür sie zum Zeitpunkt N eine Zahlung leisten muss). Aufgrund der Ungleichung (1) wissen wir, dass der Erwartungswert der Summen dieser beiden Zahlungen strikt positiv ist (außer im trivial Fall $M \equiv 0$). Wenn Mathias also „oft" eine solche Kombination von Optionen hält, wissen wir aufgrund

[5] B. Acciaio, M. Beiglböck, F. Penkner, W. Schachermayer, J. Temme: *A Trajectorial Interpretation of Doob's Martingale Inequalities*. To appear in Ann. Appl. Prob.

des Gesetzes der großen Zahlen, dass er auf die Dauer positiv abschneiden wird. Aber bei einmaligem Halten des „Portfolios“

$$4M_N^2 - \overline{M}_N^2$$

kann es durchaus der Fall sein, dass er einen empfindlichen Verlust erleidet: Es kann selbstverständlich passieren, dass für gewisse Zufallselemente $\omega \in \Omega$ die Maximalfunktion $\overline{M}_N(\omega)$ sehr groß ist, während der Endwert $M_N(\omega)$ des Martingals sehr klein ist.

Hier kommt die entscheidende Idee aus der Finanzmathematik: Angenommen es gibt für $n = 0, \ldots, N-1$ deterministische Funktionen $\Delta_n(m_1, \ldots, m_n)$ von $\mathbb{R}^n$ nach $\mathbb{R}$ so, dass

$$\overline{M}_N^2 \leq 4M_N^2 + \sum_{n=0}^{N-1} \Delta_n(M_1, \ldots, M_n)(M_{n+1} - M_n) \tag{2}$$

in einem *punktweisen Sinn* gilt, also für $\mathbb{P}$-*fast alle* Zufallselemente ω des zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsraums $(\Omega, \mathbb{P})$.

Dann folgt aus (2) sofort die Ungleichung (1) durch das Bilden des Erwartungswerts. Denn für jedes n gilt

$$\mathbb{E}[\Delta_n(M_1, \ldots, M_n)(M_{n+1} - M_n)] = 0. \tag{3}$$

Die Gültigkeit der Gleichung (3) für alle deterministischen Funktionen Δ_n ist im Wesentlichen die Definition der Martingal-Eigenschaft des Prozesses $(M_n)_{n=0}^N$ (sofern der Erwartungswert existiert, was wir natürlich annehmen). Die Ungleichung (2) ist also stärker als die Ungleichung (1).

Die Funktionen $\Delta_n(\cdot)$ können finanzmathematisch als Absicherungsstrategie interpretiert werden: Zum Zeitpunkt n, wenn die Aktienpreise $M_1, \ldots, M_n$ bekannt sind, kauft Mathias $\Delta_n(M_1, \ldots, M_n)$ viele Aktien und hält sie während des Zeit-Intervalls $[n, n+1]$. Er verkauft sie dann wieder zum Zeitpunkt $n+1$. Der Gewinn oder Verlust, den er damit macht, ist gegeben durch die Zufallsvariable

$$\Delta_n(M_1, \ldots, M_n)(M_{n+1} - M_n).$$

Wenn er diese Strategie für jedes $n = 0, \ldots, N-1$ durchführt, so besagt die Ungleichung (2), dass der Gewinn/Verlust aus dieser Strategie plus die Zahlung von $4M_N^2$ ausreichen, um die Zahlung von $\overline{M}_N^2$ zu finanzieren – nun aber in einem *punktweisen Sinn*, das heißt unabhängig davon, welche Kapriolen der konkrete Pfad $(M_n(\omega))_{n=0}^N$ schlägt.

Wir haben bis jetzt noch nicht gezeigt, dass wir tatsächlich Funktionen $\Delta_n(\cdot)$ finden können, sodass (2) gilt. Dies folgt aus dem folgenden elementaren Lemma, das man als Olympiade-Aufgabe stellen könnte.

Lemma. *Für alle* $(m_n)_{n=0}^N$ *aus* $\mathbb{R}_+^{N+1}$ *gilt*

$$\overline{m}_N^2 \leq 4m_N^2 + \sum_{n=0}^{N-1} (-4\overline{m}_n)(m_{n+1} - m_n) - 2m_0. \tag{4}$$

Der Beweis benötigt nur ein geschicktes Ordnen der Terme und die Abschätzung $(2m_N - \overline{m}_N)^2 \geq 0$.

Die Strategie $\Delta_n(M_1, \ldots, M_n) = -4\max(M_1, \ldots, M_n)$ erfüllt also (2) für *alle* (nicht nur für $\mathbb{P}$-fast alle!) Trajektorien $(M_n(\omega))_{n=0}^N$. Der Term $-2m_0$ in (4) insinuiert auch, dass die Ungleichung (2) noch ein bisschen verschärft werden kann. Dies ist tatsächlich der Fall und führt zu folgender – bisher unbekannten – Verbesserung der Doobschen Ungleichung

$$\|\overline{M}_N\|_2 \leq \|M_N\|_2 + \|M_N - M_0\|_2. \tag{5}$$

Diese Ungleichung (5) wird, im Gegensatz zu (1), tatsächlich angenommen, und zwar durch bestimmte „Azéma-Yor-Martingale“, wie man relativ leicht aus dem Lemma ableiten kann. Diese Verschärfung der klassischen Doobschen Ungleichung ist hübsch. Aber wesentlich wichtiger ist die grundlegende Methode des Zusammenspiels von Ungleichungen im Erwartungswert und pfadweisen Ungleichungen, die neue Perspektiven eröffnet.

Selbstverständlich ist dieser bemerkenswert simple Zugang zu Martingal-Ungleichungen kein Zufall. Dahinter steckt eine raffinierte Kombination der Theorie des optimalen Transports (in jüngster Zeit durch den Fields-Medaillisten Cédric Villani stark propagiert) und der Martingal-Theorie. Aus den daraus resultierenden Dualitäts-Sätzen folgt, dass – unter geeigneten Regularitätsbedingungen – zu jeder Martingal-Ungleichung, die Erwartungswerte abschätzt, auch eine entsprechende pfadweise Ungleichung existieren *muss*. Mit anderen Worten: Zu jeder Martingal-Ungleichung von der Bauart (1) muss es eine pfadweise Ungleichung von der Bauart (2) geben. Die Doobsche Ungleichung ist das Flaggschiff dieser Familie von Martingal-Ungleichungen; aber es gibt noch sehr viele andere, und es gibt ganze Bücher über Martingal-Ungleichungen. Hier tut sich ein weites Land auf.

Mit diesem informellen mathematischen Exkurs hoffe ich skizziert zu haben, wie Mathias Beiglböck es schafft, verschiedene Gebiete und Zugänge der Mathematik zu kombinieren, um verblüffende neue Einsichten zu erhalten. Ich habe ein Beispiel gewählt, wo die finanzmathematische Intuition hilft, neue Einblicke im Bereich der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie zu bekommen. Mathias Beiglböck versteht es aber auch umgekehrt, seine „rein mathematische“ Intuition für handfeste Anwendungen in der Finanzmathematik einzusetzen. So hat er zum Beispiel eine lange Zeit offene Vermutung von Jim Gatheral und Bruno Dupire über eine Extremal-Eigenschaft von “local volatility”-Modellen durch ein genial einfaches Gegenbeispiel widerlegt. Dieses Beispiel hat den Blickwinkel in diesem Bereich der Finanzmathematik wesentlich verändert.

Ebenso wie Reinhard Winkler kann ich bestätigen, dass es große Freude und Spaß macht, mit Mathias zusammenzuarbeiten. Ich hoffe, dass ich noch viele Jahre Gelegenheit dazu haben werde und schließe mit meiner herzlichen Gratulation zur wohlverdienten Verleihung des Förderungspreises 2012.

(R. Winkler und W. Schachermayer)