

## Laudatio für Christoph Haberl aus Anlass der Verleihung des Förderungspreises 2014

Christoph Haberl wurde im Juli 1981 in Wien geboren und ist auch in Wien aufgewachsen und zur Schule gegangen. Er maturierte im Jahr 1999 am Bundesrealgymnasium in der Wenzgasse und trat danach seinen Wehrdienst an. Im Oktober des Jahres 2000 begann Christoph dann das Studium der Technischen Mathematik an der TU Wien, wo er von Anfang an zu den Besten seines Jahrgangs gehörte. Seine Diplomarbeit mit dem Titel „Über die Korrespondenz von Konvexgeometrie und Informationstheorie“ hat er unter Anleitung von Monika Ludwig verfasst und sein Studium im Juni 2005 mit Auszeichnung als Diplomingenieur abgeschlossen. Während seiner Dissertationszeit von Juli 2005 bis Juli 2007 war er in einem FWF-Projekt von Monika Ludwig beschäftigt. Christoph und ich wurden so Kollegen an der TU Wien, wo wir uns etwa ein Jahr vorher kennengelernt hatten. Seit unserer gemeinsamen Zeit als Projektassistenten, während der wir auch einen gemeinsamen Forschungsaufenthalt an der Albert Ludwigs-Universität Freiburg verbrachten, verbindet uns eine enge Freundschaft und eine sehr fruchtbare mathematische Zusammenarbeit.

Schon in seiner Doktoratszeit lag ein Schwerpunkt von Christophs wissenschaftlicher Arbeit in der Theorie der Bewertungen oder additiven Abbildungen auf konvexen kompakten Mengen, also von Funktionen  $\phi$  auf dem Raum  $\mathcal{K}^n$  der konvexen Körper im  $\mathbb{R}^n$  mit der Eigenschaft, dass

$$\phi(K \cup L) + \phi(K \cap L) = \phi(K) + \phi(L),$$

wann immer  $K \cup L \in \mathcal{K}^n$ . Seit der Lösung des Dritten Hilbertschen Problems durch Max Dehn im Jahr 1901 spielen Bewertungen eine zentrale Rolle in der diskreten und konvexen Geometrie sowie der Integralgeometrie. Beispiele von Bewertungen sind etwa das Volumen, die Oberfläche und die Euler Charakteristik, welche alle wichtige Messgrößen einer konvexen oder allgemeineren Menge liefern. Von besonderem Interesse in der Geometrie sind dabei Messgrößen, die auch gewisse Invarianzeigenschaften unter Transformationen des  $\mathbb{R}^n$  haben. So ist auch ein Meilenstein der klassischen Bewertungstheorie eine Charakterisierung aller bewegungsinvarianten stetigen Bewertungen auf  $\mathcal{K}^n$  von Hugo Hadwiger aus dem Jahr 1952. Solche Charakterisierungssätze nach dem Vorbild des Hadwigerschen Funktionalsatzes durchziehen auch das mathematische Werk von Christoph Haberl. Ich möchte gern eine seiner letzten Arbeiten zu diesem Thema, die Christoph gemeinsam mit Lukas Parapatits geschrieben hat, genauer besprechen. Sie hat den Titel ‘The centro-affine Hadwiger Theorem’ und ist 2014 im *Journal of the American Mathematical Society*, einer der selektivsten mathematischen Zeitschriften, erschienen.

Im Gegensatz zum Hadwigerschen Charakterisierungssatz geht es in der Arbeit von Christoph und Lukas um Bewertungen, die invariant unter volumenerhal-

tenden linearen Abbildungen, also invariant unter der speziellen linearen Gruppe  $SL(n)$ , sind. Christoph und Lukas zeigen einerseits, dass jede stetige und  $SL(n)$  invariante Bewertung auf dem Raum  $\mathcal{K}_0^n$  der konvexen Körper, die den Ursprung im Inneren enthalten, eine Linearkombination des Volumens  $V_n$ , der Euler Charakteristik  $V_0$  und des Volumens des Polarkörpers  $K^*$  von  $K$  ist. Andererseits konnten sie eine viel tiefliegendere Variante ihres ersten Charakterisierungssatzes beweisen, bei der die Bedingung der Stetigkeit zur Oberhalbstetigkeit abgeschwächt wird. Es ist seit Langem bekannt, dass es eine große Klasse von bloß oberhalb stetigen Bewertungen gibt, die eine wichtige Rolle in der affinen Geometrie spielen. Dazu gehören die klassischen Affin- und Centro-Affinoberflächen von Wilhelm Blaschke sowie die  $L_p$  Affinoberflächen, die Erwin Lutwak in den 1990ern eingeführt hat. Erst vor Kurzem haben Monika Ludwig und Matthias Reitzner die sogenannten Orlicz-Affinoberflächen mithilfe der Bewertungstheorie entdeckt und eine erste Charakterisierung in einer Arbeit in den *Annals of Mathematics* publiziert. Christoph und Lukas Parapatits ist es erstmals gelungen, eine vollständige Klassifikation *aller* oberhalbstetigen  $SL(n)$ -invarianten Bewertungen auf  $\mathcal{K}_0^n$  anzugeben. Genauer haben sie gezeigt, dass ein Funktional  $\phi : \mathcal{K}_0 \rightarrow \mathbb{R}$  genau dann eine oberhalbstetige und  $SL(n)$  invariante Bewertung ist, wenn es  $c_0, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$  und eine Funktion  $g \in \text{Conc}(\mathbb{R}^+)$  gibt, sodass

$$\phi(K) = c_0 V_0(K) + c_1 V_n(K) + c_2 V_n(K^*) + \Omega_g(K)$$

für alle  $K \in \mathcal{K}_0^n$ . Dabei ist  $\text{Conc}(\mathbb{R}^+)$  eine Klasse konkaver Funktionen auf  $\mathbb{R}^+$ , die einer gewissen Abklingbedingung genügen müssen, und  $\Omega_g$  die dadurch bestimmte Orlicz-Affinoberfläche.

Bereits in seiner Dissertation mit dem Titel *Valuations and the dual  $L_p$  Brunn-Minkowski theory* konnte Christoph wichtige Ergebnisse zur Theorie der Bewertungen beitragen. Dabei ging es allerdings nicht um reellwertige additive Funktionen, sondern um solche, die sternförmige kompakte Mengen wieder auf ebensolche Sternkörper abbilden. Seine Resultate wurden in den *Advances in Mathematics*, dem *Indiana University Mathematics Journal* sowie in einer hochbeachteten gemeinsamen Arbeit mit Monika Ludwig in den *International Mathematics Research Notices* publiziert. Darüber hinaus wurde die Dissertation von Christoph 2008 mit dem Studienpreis der ÖMG ausgezeichnet.

Nach dem Abschluss seines Doktorats trat Christoph eine Stelle als Universitätsassistent an der TU Wien an, bevor er im Jänner 2009 für drei Semester in die USA an das Polytechnic Institute der New York University wechselte. Seine in dieser Zeit entstandenen weiteren Arbeiten zu körperwertigen Bewertungen in Bezug auf die Minkowski- und Blaschke-Additionen haben besondere Resonanz gefunden. So gelang Christoph etwa in der Arbeit *Minkowski valuations intertwining the special linear group*, die im *Journal of the European Mathematical Society* 2012 erschienen ist, eine vollständige Klassifizierung aller  $SL(n)$ -verträglichen Minkowski-Bewertungen. Dadurch wurde speziell eine Charakterisie-

rung von Monika Ludwig aus dem Jahr 2002 des wichtigen Projektionenkörper-Operators von Minkowski stark verallgemeinert.

Neben den körperwertigen Bewertungen hat sich Christoph in New York mit dem sogenannten Orlicz-Minkowski-Problem beschäftigt. Dies ist eine Erweiterung des klassischen Minkowski-Problems, also dem Problem der Klassifizierung der Oberflächenmaße konvexer Körper. In Zusammenarbeit mit Erwin Lutwak, Deane Yang und Gaoyong Zhang konnte Christoph das Orlicz-Minkowski-Problem für den Fall von ursprungssymmetrischen Körpern vollständig lösen. Die zugehörige Arbeit ist 2010 in den *Advances in Mathematics* erschienen und stellt einen der ersten Beiträge zu der noch sehr jungen Orlicz-Theorie konvexer Körper dar. Diese wurde von der Gruppe um Erwin Lutwak mit zwei Arbeiten im Jahr 2010 begründet und, wie die Autoren selbst betonen, einerseits durch die Arbeit von Monika Ludwig und Matthias Reitzner zu Orlicz-Affinoberflächen und andererseits durch Arbeiten von Christoph und mir zu asymmetrischen  $L_p$ -isoperimetrischen Problemen motiviert.

In unserer ersten gemeinsamen Arbeit, die im *Journal of Differential Geometry* 2009 erschienen ist, haben Christoph und ich die enge Verbindung zwischen körperwertigen Bewertungen und isoperimetrischen Ungleichungen ausgenutzt, um die  $L_p$ -Version von Lutwak et al. der Projektionenungleichung von Petty wesentlich zu verallgemeinern. Damit haben wir den Grundstein gelegt, um die  $L_p$ -Brunn-Minkowski-Theorie symmetrischer konvexer Körper weiterzuentwickeln, um auch asymmetrische Anteile der Körper besser zu erfassen. Aufbauend auf dieser ersten Arbeit mit Christoph, haben wir 2009 im *Journal of Functional Analysis* asymmetrische  $L_p$  Sobolevungleichungen bewiesen, die ebenfalls Ungleichungen von Lutwak et al. verschärfen. In Kooperation mit Jie Xiao von der University of Newfoundland in Kanada haben wir schließlich noch ein asymmetrisches affines Polyá-Szegő-Prinzip gezeigt (*Mathematische Annalen* 2012), das unter anderem zur ersten affinen logarithmischen Sobolevungleichung geführt hat.

Im Jahr 2010 wurde die außerordentlich hohe Qualität von Christophs mathematischer Arbeit durch einen Ruf auf eine zeitlich befristete Professur an die Universität Salzburg gewürdigt. Diese Stelle in Salzburg sollte allerdings vorerst Christophs letzte Station in seiner akademischen Laufbahn werden. Er hat nämlich im März 2012 zu SAP Österreich gewechselt. Zur Freude seiner Kollegen aus der Geometrie bleibt Christoph neben seiner Hauptbeschäftigung aber noch genug Zeit, um nicht nur seiner Leidenschaft, dem Klavierspiel, nachzukommen, sondern auch um noch weiter Mathematik auf hohem Niveau zu betreiben. So hat er sich vor etwa zwei Jahren an der TU Wien habilitiert, hat gerade eine weitere Arbeit mit Lukas Parapatits fertiggestellt und wurde dieses Jahr bereits mit dem Edmund und Rosa Hlawka-Preis der Österreichischen Akademie der Wissenschaften ausgezeichnet. Nach einer Nominierung durch Monika Ludwig folgt nun der hochverdiente Förderpreis der ÖMG, zu dem ich Christoph ganz herz-

lich gratulieren möchte. Ein Abenteuer ganz anderer Art kommt auch bald auf Christoph und seine Frau Emanuela zu, da sie demnächst die Geburt ihres ersten Kindes erwarten, wofür ich beiden alles Gute und viel Glück wünsche.

(Franz Schuster);