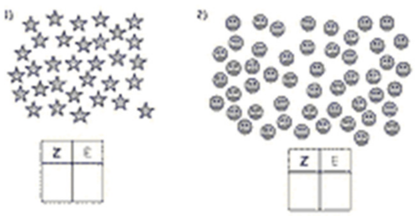
0 Voraussetzungen aus der Volksschule

(Austeilen an die Studierenden, Grafiken aus Padberg „Didaktik der Arithmetik“)

Normative Voraussetzungen, leider in der Praxis sicher nicht immer mit den entsprechenden Grundvorstellungen als Fundament!

Bündelung als zentrale Idee unseres Stellenwertsystems

Die Stärke unseres Dezimalsystems ist nicht die Zahl 10, sondern die Idee des Bündelns. Man hätte prinzipiell auch jede andere Zahl als Basis verwenden können (10 Finger).

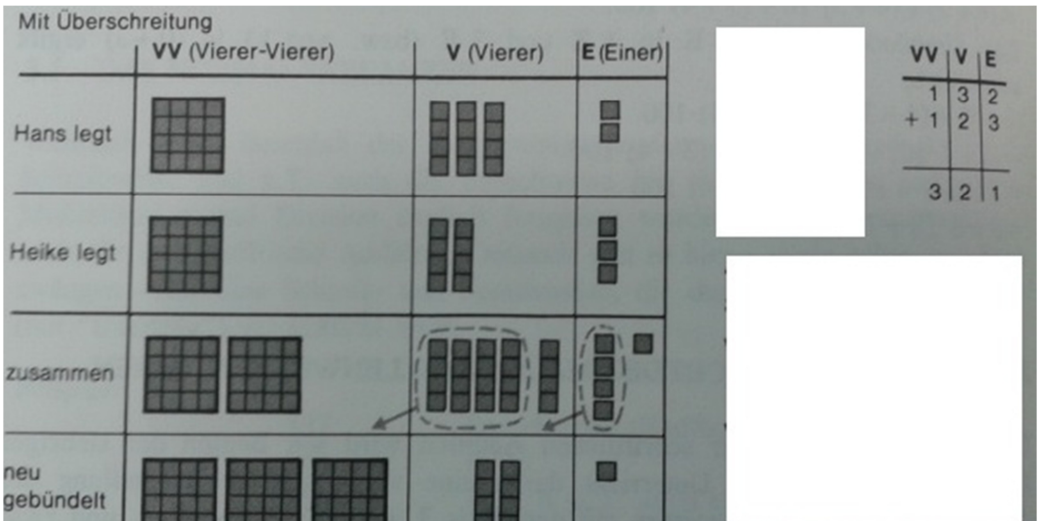


Diese Bündelungsübungen können auch mit kleineren Basen gemacht werden (z. B. Viererbündelung, z. B. auch mit kleinen Boxen) - dabei bessere Simultanerfassung möglich! Außerdem schon bei kleineren Zahlen größere Bündelungsordnungen!

Aufbau von Vorstellungen zu den Normalverfahren der Grundrechnungsarten

0.1 Addition

Hinter der Addition mit Übertrag steckt auch nichts anderes als die Idee der Bündelung. Um das deutlich zu machen, arbeiten wir im 4er-System: $132_4 + 123_4$



Entwicklung der Sprechweisen zum Normalverfahren:

gende Beispiel verdeutlicht:

$$\begin{array}{r} 254 \\ +\ 428 \\ \hline 682 \end{array}$$

Unterschiedliche Sprechweisen:

(1) 8 Einer plus 4 Einer gleich 12 Einer;
1 Zehner, 2 Einer
1 Zehner plus 2 Zehner gleich 3 Zehner, plus 5 Zehner gleich 8 Zehner
4 Hunderter plus 2 Hunderter gleich 6 Hunderter

(2) 8 plus 4 gleich 12
1 plus 2 gleich 3, plus 5 gleich 8
4 plus 2 gleich 6

(3) 8 , 12
1 , 3 , 8
4 , 6

0.2 Subtraktion

Zunächst einmal: Abzieh- oder Ergänzungsverfahren - was eignet sich besser?

	Sprechweise a) beim Abziehverfahren	b) beim Ergänzungsverfahren
754	4 minus 2 gleich <u>2</u>	2 plus <u>2</u> gleich 4
− 342	5 minus 4 gleich <u>1</u>	4 plus <u>1</u> gleich 5
412	7 minus 3 gleich <u>4</u>	3 plus <u>4</u> gleich 7

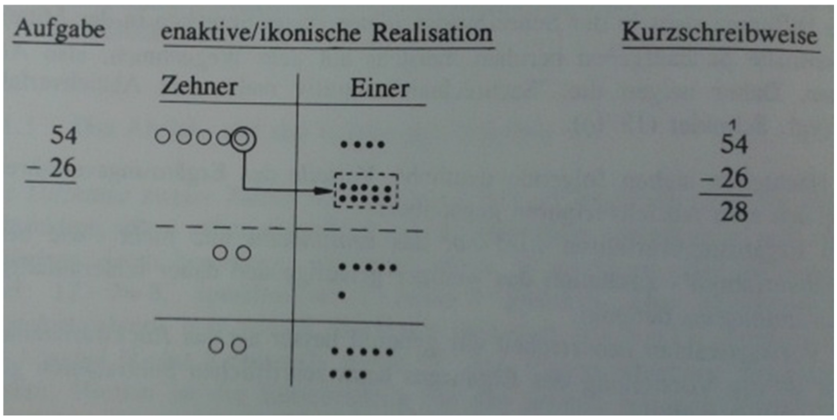
(Die *unterstrichene Zahl* wird jeweils betont.)

Beide Verfahren haben Vor- und Nachteile (Abziehverfahren ist natürlicher, Reihenfolge in der Sprechweise beim Abziehvefahren gleich der Reihenfolge der Schreibweise; dafür: Vorwärtszählen einfacher als subtrahieren). Üblicher ist wohl das Ergänzungsverfahren!

  367
- 139 lässt sich so nicht mehr lösen! Daher braucht man:

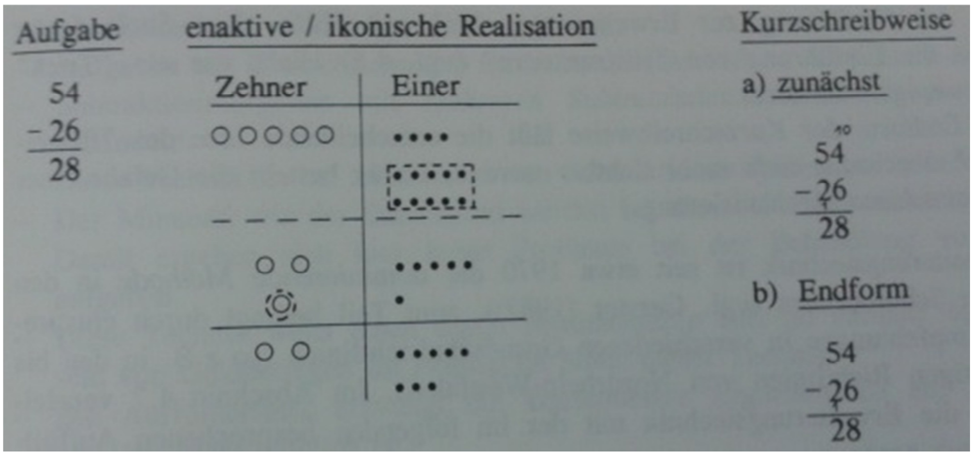
Übertragstechniken

a) Entbündelungstechnik (auch Borgetechnik): Minuend wird entbündelt; danach Abzieh- oder Ergänzungsverfahren

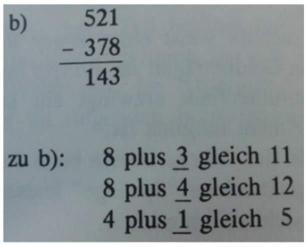


Problem: Bei manchen Aufgaben führt diese Technik zu komplizierten Rechnungen (siehe Ü)

b) Vergrößerungstechnik (auch Erweiterungstechnik): Minuend und Subtrahend werden um den gleichen Betrag vergrößert (Konstanz der Differenz: siehe später); danach Abzieh- oder Ergänzungsverfahren



Normalverfahren inkl. Sprechweise:

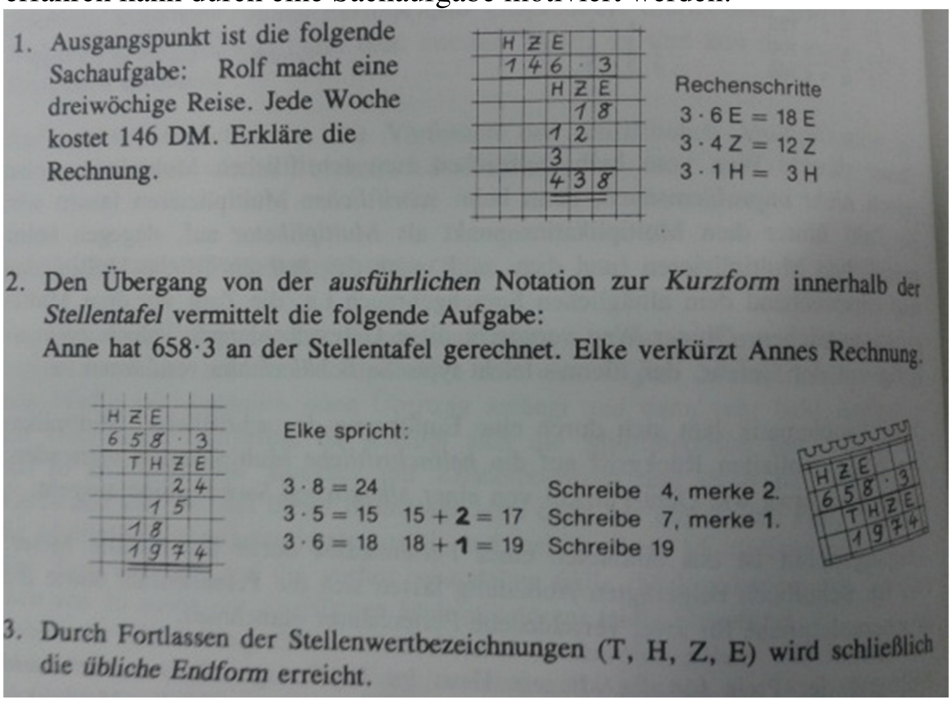


b) 521
− 378
143

zu b): 8 plus 3 gleich 11
8 plus 4 gleich 12
4 plus 1 gleich 5

0.3 Multiplikation

Das Normalverfahren kann durch eine Sachaufgabe motiviert werden:



1. Ausgangspunkt ist die folgende Sachaufgabe: Rolf macht eine dreiwöchige Reise. Jede Woche kostet 146 DM. Erkläre die Rechnung.

Rechenschritte
3 · 6 E = 18 E
3 · 4 Z = 12 Z
3 · 1 H = 3 H

2. Den Übergang von der *ausführlichen* Notation zur *Kurzform* innerhalb der *Stellentafel* vermittelt die folgende Aufgabe:
Anne hat 658·3 an der Stellentafel gerechnet. Elke verkürzt Annes Rechnung.

Elke spricht:

3 · 8 = 24 Schreibe 4, merke 2.
3 · 5 = 15 15 + **2** = 17 Schreibe 7, merke 1.
3 · 6 = 18 18 + **1** = 19 Schreibe 19

3. Durch Fortlassen der Stellenwertbezeichnungen (T, H, Z, E) wird schließlich die *übliche Endform* erreicht.

Bisher: einstelliger Multiplikator

Bei mehrstelligem Multiplikator verwendet man implizit das Distributivgesetz:

$$347 \cdot 253 = 347 \cdot (200 + 50 + 3) = 347 \cdot 200 + 347 \cdot 50 + 347 \cdot 3.$$

Danach schon eine an die Normalform erinnernde Version:

$$\begin{array}{rcr}
347 \cdot 253 & = & \\ \hline
347 \cdot 200 & = & 69400 \\
347 \cdot 50 & = & 17350 \\
347 \cdot 3 & = & 1041 \\ \hline
347 \cdot 253 & = & 87791
\end{array}$$

Und schließlich:

$$\begin{array}{lr}
 & \underline{347 \cdot 253} \\
\text{das } 200-\text{fache} & 69400 \\
\text{das } 50-\text{fache} & 17350 \\
\text{das } 3-\text{fache} & \underline{1041} \\
 & 87791
\end{array}$$

Lässt man hier noch die Endnullen weg, ist man bei der Normalform!

0.4 Division

Bei weitem die komplexeste Grundrechnungsart!

Beim Normalverfahren sind folgende Schritte immer wieder zu durchlaufen:
- Bestimmen des (Teil-) Dividenden
- überschlagsmäßiges Dividieren (etwaige Fehler fallen erst beim Multiplizieren auf)
- schriftliches Multiplizieren
- schriftliches Subtrahieren

Einzige Grundrechenart, die nicht auf das kleine Einmaleins bzw. das kleine Einspluseins zurückgeführt werden kann (der Divisor kann nicht zerlegt werden)!

-> solide Beherrschung des Divisionsalgorithmus ist von Erstklässlern im Gymnasium nicht zu erwarten!

Als Einstieg bieten sich Sachaufgaben aus dem Geldwesen an. Sollen beispielsweise 732 Euro auf 4 Personen aufgeteilt werden, kann man so vorgehen:
Man stellt sich vor, man habe 7 Hunderterscheine, 3 Zehnerscheine und 2 Eineuromünzen vor sich.

Zunächst verteilt man an jede Person **1 Hunderter**. Es bleiben 3 Hunderter übrig, die man in Zehner umwechseln muss. Das ergibt insgesamt 33 Zehner. Jede Person erhält **8 Zehner**, einer bleibt übrig. Dieser wird in Einermünzen gewechselt! Die 12 Einermünzen können nun auf die 4 Personen verteilt werden, jede erhält **3 Münzen**.

In einer Stellenwerttafel sieht das so aus:

H	Z	E				H	Z	E
7	3	2	:	4	=	1	8	3
4								
3	3							
3	2							
	1	2						
	1	2						
	0	0						

Lässt man die Stellenwerttafel weg, steht schon das Normalverfahren (evtl. zusätzlich Minuszeichen vor 4, 32 und 12 setzen) da.

Schwieriger sind Divisionen durch mehrstellige Divisoren (Schätzen des Teilquotienten). Es ist ratsam, eine Notation für fehlerhafte Schätzungen zu vereinbaren:

Falls die geschätzte Ziffer *zu groß* ist:

$$
\begin{array}{l}
9864 : 36 = 2\cancel{8}74 \\
\underline{72} \\
266 \\
\cancel{288} \\
\underline{252} \\
\;\;144 \\
\;\;\underline{144} \\
\;\;\;\;\;0
\end{array}
$$

Falls die geschätzte Ziffer *zu klein* ist:

$$
\begin{array}{l}
9864 : 36 = 2\cancel{6}74 \\
\underline{72} \\
266 \\
\cancel{216} \\
\;\cancel{50} \\
\underline{252} \\
\;\;144 \\
\;\;\underline{144} \\
\;\;\;\;\;0
\end{array}
$$