Sei $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := \begin{cases} -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}, & \text{falls } -\pi < x < 0, \\ -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}, & \text{falls } 0 < x < \pi. \end{cases}$$

Dann gilt $\widehat{f}(0) = 0$ und $\widehat{f}(n) = \frac{1}{2in}$ für $n \neq 0$:

$$\begin{aligned} 2\pi \widehat{f}(n) &= \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx}\, dx \\ &= \int_{-\pi}^{0} \Big(-\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2} \Big) e^{-inx}\, dx + \int_{0}^{\pi} \Big(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \Big) e^{-inx}\, dx \\ &= -\frac{\pi}{2} \int_{-\pi}^{0} e^{-inx}\, dx + \frac{\pi}{2} \int_{0}^{\pi} e^{-inx}\, dx - \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} x e^{-inx}\, dx \\ &= \frac{\pi}{2in} \Big[e^{-inx} \Big]_{-\pi}^{0} - \frac{\pi}{2in} \Big[e^{-inx} \Big]_{0}^{\pi} + \frac{1}{2in} \Big[x e^{-inx} \Big]_{-\pi}^{\pi} + 0 \\ &= \frac{\pi}{2in} - \frac{(-1)^n \pi}{2in} - \frac{(-1)^n \pi}{2in} + \frac{\pi}{2in} + \frac{(-1)^n \pi}{2in} + \frac{(-1)^n \pi}{2in} \\ &= \frac{\pi}{in}. \end{aligned}$$

Wir haben also $f \sim \frac{1}{2i} \sum_{n \neq 0} \frac{e^{inx}}{n}$.

Betrachten wir f als Funktion auf dem Einheitskreis. Dann ist f differenzierbar für jedes $x \neq 0$. Mit Theorem 2.1 aus Kapitel III können wir schließen, dass die Reihe $\frac{1}{2i} \sum_{n \neq 0} \frac{e^{inx}}{n}$ für jedes $x \neq 0$ gegen $f(x)$ konvergiert. Im Punkt $x = 0$, gilt $\frac{1}{2i} \sum_{n \neq 0} \frac{e^{in0}}{n} = 0$.