

Stoff für die Prüfung und prüfungsverdächtige Beweise.

- Benennung von Differentialgleichungen (linear, (in)homogen, (nicht-)autonom, separabel, Ordnung, Dimension. [Teschl 1.2](#)
- Bestimmung des Definitionsbereichs von Lösungen von Differentialgleichungen. [Teschl 1.3](#)
- Lösungsmethoden von autonome lineare Differentialgleichungen, homogen und nicht-homogen: Ansatz mit charakteristische Polynomen, homogene und partikuliere Lösungen, Variation von Konstanten. [Teschl 1.4](#)
- Anfangswertprobleme. Satz von Picard-Lindelöf und Picard Iteration. Der Beweis dieses Satzes ist sehr prüfungsverdacht. (Uniforme) Lipschitz Stetigkeit. [Teschl 2.1-2.3](#)
- Grönwall Ungleichung und Abwendungen (aber nicht der Beweis). Erste und höherer Ordnung Variationsgleichungen. Euler'sche Methode und Satz von Peano (Beweis nicht). [Teschl 2.4-2.7](#)
- Lösung mittels Koordinatentransformationen. Spezielle Differentialgleichungen (Bernoulli, Riccati). Exkte Differentialgleichungen und integrierender Faktor. [Teschl 1.4](#), auch [Problem 1.21 und 1.22](#)
- Newton'sche Bewegungsgleichung. Ableitung von harmonischem Oszillator, Pendelgleichung, und anderen Oszillatoren aus der Mechanik und Elektrizitätslehre. [Teschl 1.1 und 3.3](#)
- Periodisch angetriebene Oszillatoren, Lösungen und Resonanz. [Teschl 3.3](#)
- Störungsmethoden zur Approximation der Lösung einer Parameter-abhängigen Differentialgleichung. [Teschl 1.5](#)
- SI-Einheiten und Dimensionstheorie aus der Physik. II-Satz von Buckingham (Paraphrasieren, nicht der Beweis). [Skriptum Schmeiser Kapitel](#)
- Autonome lineare Differentialgleichungen in \mathbb{R}^d ; Matrizzlösungen mit Hilfe von Jordan'scher Normalform. Duhamel'sche Formel. [Teschl 3.1](#)
- Geometrische Lösungsmethoden: Isoklinen, Nullklinen. Ober- und Unterlösungen. Satz mit prüfungsverdächtigem Beweis. [Teschl 1.5](#)
- Klassifikation von stationären Punkten in der Ebene (Sattel, Quelle, Senke, Fokus = Zentrum). Stabilität (Lyapunov, asymptotisch und exponentiell). [Teschl 3.2](#)
- Phasenportraits von linearen Differentialgleichungen in der Ebene. Satz von Hartman-Grobman (Formulierungen, aber nicht der Beweis). [Teschl 3.2, 9.3](#)
- Lotka-Volterra Gleichung (RäuberBeute Modelle). Lyapunov Funktion und Lie Ableitung und Anwendungen. [Teschl 7.1, 6.6](#)
- Grenzyklen (aber nicht der Satz von Poincaré-Bendixson). Van der Pol Gleichungen, und Methoden zur Bestimmung deren Grenzyklen. [Teschl 7.2, 7.3](#)

- Nicht-autonome lineare Differentialgleichungen (in \mathbb{R}^d oder höherer Ordnung). Prinzipielle Matrixlösung. Fundamentale Matrixlösung. Wronski'sche Determinante. Formel von Liouville (Abel'sche Identität, prüfungsverdächtig) und Korollare. Ordnungsreduktionsmethode von d'Alembert. [Teschl 3.4=3,5](#)
- Sturm-Liouville Randwertprobleme. Formulierung, nicht die Lösung. Hilbert Räume und orthonormale Systeme. Symmetrische und kompakte Differentialoperatoren, und einfache Eigenschaften. Sie müssen wissen, dass der Sturm-Liouville Operator symmetrisch auf seiner Lösungsmenge ist (mit Ableitung, Lagrange Identität), und einen kompakten resolventen Operator hat (nicht den Beweis). [Teschl 5.1-5.4](#)

Material for the examination and proofs likely to be examined.

- Naming of differential equations (linear, (in)homogeneous, (non-)autonomous, separable, order, dimension. [Teschl 1.2](#)
- Determination of the domain of definition of solutions to differential equations. [Teschl 1.3](#)
- Finding solutions of autonomous linear differential equations, homogeneous and non-homogeneous: approach with characteristic polynomials, homogeneous and particulate solutions, variation of constants. [Teschl 1.4](#)
- Initial value problems. Picard-Lindelöf theorem of and Picard iteration. The proof of this theorem is highly suspect to appear in the exam. (Uniforme) Lipschitz continuity. [Teschl 2.1-2.3](#)
- Grönwall inequality and applications (but not the proof). First and higher order variational equations. Euler's method and Peano's theorem (but not the proof). [Teschl 2.4-2.7](#)
- Finding solutions using coordinate transformations. Special differential equations (Bernoulli, Riccati). Exact differential equations and integrating factor. [Teschl 1.4](#), auch [Problem 1.21 und 1.22](#)
- Newton's equation of motion. Derivation of the harmonic oscillator, pendulum equation, and other oscillators from mechanics and electricity theory. [Teschl 1.1 und 3.3](#)
- Periodically driven oscillators, Solutions and resonance. [Teschl 3.3](#)
- Perturbation methods for approximating the solution of a parameter-dependent differential equation. [Teschl 1.5](#)
- SI-units and Dimensional theory from physics. Buckingham's II-Theorem (paraphrasing, not the proof). [Skriptum Schmeiser Kapitel](#)
- Autonomous linear differential equations in \mathbb{R}^d ; Matrix solutions using Jordan's normal form. Duhamel's formula. [Teschl 3.1](#)
- Geometric solution methods: isoclines, zero clines. Top and bottom solutions. Theorem with proof might come in the exam. [Teschl 1.5](#)
- Classification of stationary points in the plane (saddle, source, sink, focus = center). Stability (Lyapunov, asymptotic and exponential). [Teschl 3.2](#)
- Phase portraits of linear differential equations in the plane. Hartman-Grobman theorem (formulations, but not the proof). [Teschl 3.2, 9.3](#)
- Lotka-Volterra equation (robber-prey models). Lyapunov function and Lie derivative and applications. [Teschl 7.1, 6.6](#)

- Limit cycles (but not the Poincaré-Bendixson Theorem). Van der Pol equations, and methods for determining their limit cycles. [Teschl 7.2, 7.3](#)
- Non-autonomous linear differential equations (in \mathbb{R}^d or of higher order). Principal matrix solution. Fundamental matrix solution. Vronsky determinant. Liouville's formula (Abelian identity, proof can appear in the exam) and corollaries. d'Alembert's order reduction method. [Teschl 3.4=3,5](#)
- Sturm-Liouville boundary value problems. Formulation, not the solution. Hilbert spaces and orthonormal systems. Symmetric and compact differential operators, and simple properties. You need to know that the Sturm-Liouville operator is symmetric on its solution set (with derivation, Lagrange identity), and has a compact resolvent operator (not the proof). [Teschl 5.1-5.4](#)