

Gruppentheorie - Blatt 1

12.15 - 13.00, Seminarraum 9 Oskar-Morgenstern-Platz 1 2.Stock

<http://www.mat.univie.ac.at/~gagt/GT2016/gruppentheorie2016.html>

Martin Finn-Sell

martin.finn-sell@univie.ac.at

1. Welcher der folgenden Verknüpfungen gibt Wirkungen von Gruppen G auf Mengen X ? Begründe die Antworten.
 - a) $G = \mathbb{Z}$, $X = \mathbb{R}$. Sei $g.x$ definiert als gx , das Produkt von reellen Zahlen, für $g \in G$ und $x \in X$.
 - b) $G = GL_2(\mathbb{R})$, $X = M_2(\mathbb{R})$. Sei $g.x$ definiert als $(gx + xg)$, wo $g \in G$, $x \in X$ und gx, xg Matrixprodukt ist.
 - c) $G = GL_2(\mathbb{R})$, $X = M_2(\mathbb{R})$. Sei $g.x$ definiert als gx , wo $g \in G$, $x \in X$ und gx Matrixprodukt ist.
 - d) $G = PSL_2(\mathbb{Z})$, $X = \mathbb{C}$. Sei $g.z = \frac{az+b}{cz+d}$, für $g = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ und $z \in X$.
2. Sei G die Untergruppe aller Bijektion \mathbb{R} nach \mathbb{R} , die durch die Translation $t(x) = x + 1$ und die Spiegelungen $s(x) = -x$ erzeugt wird. Beschreibe alle Elemente von G . die Gruppe G hat eine natürlich Aktion auf \mathbb{R} . Bestimme die Bahnen und Stabilisatoren im folgenden Elemente: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$.
3. Sei eine endliche Gruppe G mit einer Wirkung auf einer Menge X . Zeige, das Lemma von Burnside:
$$|X/G| = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X^g|.$$
4. Die multiplikative Gruppe \mathbb{R}^\times wirkt auf \mathbb{R}^2 durch die Vorschrift $t.(x, y) = (tx, t^{-1}y)$. Bestimme die Bahnen, Stabilisatoren und Fixpunkte dieser Wirkung.