

§16. Oberflächenintegrale und Integralsätze

121 Es sei das Vektorfeld $v: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch $v(x, y) = \begin{pmatrix} 2y \\ 6x \end{pmatrix}$. Berechne mit Hilfe des Integralsatzes von Gauß-Green das Wegintegral $\int_C v$ in der Ebene, wobei C der Rand des Quadrates $B = [0, 1]^2$ ist.

122 Berechne die Oberfläche des Paraboloids $z = x^2 + y^2$ zwischen den Ebenen $z = 0$ und $z = 4$.

Für die Aufgaben 123 und 124 ist das Vektorfeld $v: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$v(x, y, z) := \begin{pmatrix} xz^2 \\ x^2y - z^3 \\ 2xy + y^2z \end{pmatrix}$$

und n bezeichnet den äußeren Normaleneinheitsvektor an die Sphäre S^2 .

123 Berechne das Oberflächenintegral

$$\int_{S^2} \langle v | n \rangle d\sigma$$

mit Hilfe des Integralsatzes von Gauß.

124 Für das Flächenstück $F := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\} \subseteq S^2$ berechne das Oberflächenintegral

$$\int_F \langle \operatorname{rot} v | n \rangle d\sigma$$

mit Hilfe des Integralsatzes von Stokes.