

**Familienname:**  
**Vorname:**  
**Matrikelnummer:**  
**Studienkennzahl:**

1
2
3
4
G

**Note:**

PRÜFUNG ZU EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN (29.11.2002)

- (1) (a) Auf einem Halbkreisförmigen Grundstück soll ein rechteckiges Haus so gebaut werden, dass eine Außenwand an der geradlinigen Grundstücksgrenze entlangläuft und dass das Haus maximale Grundfläche hat. Auf dem übrigen Grundstück soll ein Garten angelegt werden. Berechnen Sie das Verhältnis von Gartenfläche zu Hausfläche.

**(6 Punkte)**

- (b) Wieviele Möglichkeiten gibt es, auf einem CD-Regal 4 Singles, 7 Alben, 5 Doppelalben und 3 Special-Fan-Boxen so zu aufzustellen, dass jeweils gleiche Packungstypen neben einander stehen?

**(2 Punkte)**

- (2) Zeigen Sie dass  $(\mathbb{R}, \oplus, \otimes)$  ein Körper ist, wobei man die Verknüpfungen durch

$$a \oplus b = a + b - 8, \quad \text{und} \\ a \otimes b = ab - 8a - 8b + 72$$

definiert. Lösen Sie in diesem Körper die Gleichung

$$(x \otimes x) \oplus x = 14.$$

**(8 Punkte)**

- (3) (a) Lösen Sie in den komplexen Zahlen die Gleichung

$$z^4 + 14z^2 + 625 = 0$$

und berechnen Sie das Produkt der vier Lösungen.

**(4 Punkte)**

- (b) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Beziehung

$$\sum_{k=0}^n k(k+3) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+5).$$

**(4 Punkte)**

- (4) (a) Zeigen Sie, dass die beiden Geraden

$$g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: X = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

einander schneiden. Ihr Schnittpunkt  $S$  sei die Spitze eines Tetraeders, dessen Grundfläche das Dreieck  $ABC$  bildet. Hier sind

$$A = (6, -3, 5), \quad B = (2, 1, 0), \quad C = (7, 2, -4).$$

Berechnen Sie

(i) das Volumen des Tetraeders,

(ii) den Neigungswinkel der Kante  $AS$  gegen die Grundfläche  $ABC$ .

**(5 Punkte)**

- (b) In einem Autobus sitzen 42 Passagiere. Der Reiseleiter wettet zur Unterhaltung mit den Fahrgästen, dass mindestens zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben.
- Er bietet den Passagieren für jeden eingesetzten Euro zwei Euro Gewinn, wenn er die Wette verliert.
- War diese Wette klug, d.h. ist zu *erwarten*, dass der Reiseleiter Gewinn macht?
- (3 Punkte)**