

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
G

Note:

PRÜFUNG ZU EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN (24.1.2003)

- (1) (a) Von einem Punkt einer horizontalen Ebene aus erscheint der Gipfel des Stahnkogels unter einem Höhenwinkel von 10.2° . Die Bergspitze wird vom genau dahinter liegenden Gipfel des Bintenkopfs überragt. Der zu diesem Gipfel gemessene Höhenwinkel ist um 3.1° größer. Von einem 3 km näher beim vorderen Berg liegenden Punkt erscheinen beide Gipfel in einer Linie unter einem Höhenwinkel von 17.3° . Berechnen Sie die Höhe beider Berge auf den Meter genau. Die Ebene, auf der die Messungen durchgeführt werden, liege dabei auf 357 m Seehöhe, und die Höhe des Messinstruments betrage 1.4 m . Wie groß muss die Entfernung der beiden Gipfel in einer Landkarte im Maßstab $1 : 50\,000$ sein? (**5 Punkte**)
- (b) Eine Mathematiktest enthält 5 Fragen über Wahrscheinlichkeitstheorie. Zu jeder dieser Fragen werden drei Antworten vorgegeben („multiple choice“). Der Student rät die Antworten auf gut Glück.
- (i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr Fragen richtig als falsch beantwortet werden?
- (ii) Die ersten vier Fragen bringen je 2 Punkte, und die fünfte Frage 5 Punkte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Kandidat diesen Prüfungsteil positiv besteht (er erhält mehr als die Hälfte der Punkte)?
- (**3 Punkte**)

- (2) Seien auf der Menge \mathbb{Q} die beiden Operationen

$$a \oplus b := a + b - 6$$

$$a \otimes b := 4ab - 8a - 8b + 18$$

gegeben. Untersuchen Sie, ob $(\mathbb{Q}, \oplus, \otimes)$ ein Körper ist, indem Sie alle 9 Körperaxiome überprüfen. Stellen Sie weiters fest, ob die Gleichung

$$(x \oplus x) \otimes x = 3$$

in $(\mathbb{Q}, \oplus, \otimes)$ lösbar ist.

(**8 Punkte**)

- (3) (a) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Beziehung

$$\sum_{k=0}^n 8k^3 - 6k^2 + 6k = 2(n^4 + n^3 + n^2 + n).$$

(**6 Punkte**)

- (b) Wieviele Möglichkeiten hat man, drei Giftflaschen, zwei Weinflaschen und zwei verschiedene Zaubertänke auf einem Tisch nebeneinander anzuordnen, wenn die Gift- und Weinflaschen von einander ununterscheidbar sind? Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn alle Flaschen verschieden groß sind? (**2 Punkte**)

- (4) (a) Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung

$$z^4 + 42z^2 + 841 = 0$$

und stellen Sie sie in der Form $a + ib$ dar. Berechnen Sie das Produkt der Lösungen.

(4 Punkte)

- (b) Berechnen Sie die Gleichung des Kreises k , der durch den Punkt $P = (-12, 9)$ geht den Kreis k' mit Mittelpunkt $M_{k'} = (-6, 0)$ und Radius $r_{k'} = 3$ von außen und die y -Achse berührt. (2 Lösungen!)

(4 Punkte)