

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
G

Note:

PRÜFUNG ZU EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN (12.1.2007)

- (1) (*Algebra*)
- (a) Definiere die Begriffe *Ring* und *Körper*. **(6 Punkte)**
 - (b) Gib ein Beispiel für einen Ring an, der kein Körper ist. **(1 Punkt)**
 - (c) Gibt es einen Körper, der kein Ring ist? Wenn ja, gib ein Beispiel an. Wenn nein, begründe warum. **(1 Punkt)**
 - (d) Beweise, dass in einer Gruppe (G, \circ) inverse Elemente eindeutig bestimmt sind. **(2 Punkte)**
- (2) (*Kurvendiskussion, Restklassen*)
- (a) Der Graph der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ schneidet die x -Achse an den Stellen 0 und -1 . An der Stelle 1 besitzt f einen Wendepunkt mit Wendetangente $3 - x - y = 0$. Ermittle die Funktionsgleichung von f . **(7 Punkte)**
 - (b) Berechne die folgenden Restklassen:
$$33 + 19 \cdot 17 \pmod{13}, \quad 17 \cdot 22 \pmod{7}, \quad 2^{142} \pmod{3}.$$
(3 Punkte)
- (3) (*Mengen, Abbildungen, binomischer Lehrsatz*)
- (a) Gib jeweils ein Beispiel einer Funktion, die injektiv, aber nicht surjektiv bzw. surjektiv, aber nicht injektiv ist. **(2 Punkte)**
 - (b) Wann heißen zwei Mengen gleichmächtig? **(2 Punkte)**
 - (c) Beweise, dass \mathbb{N} und $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ gleichmächtig sind. **(3 Punkte)**
 - (d) Wie lautet der binomische Lehrsatz? **(1 Punkt)**
 - (e) Berechne $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k$. **(2 Punkte)**
- (4) (a) (*Analytische Geometrie*) Zeige, dass die Punkte $A = (-1|12|10)$, $B = (11|16|4)$, $C = (15|22|16)$, $D = (3|18|22)$, $S = (13|5|17)$ eine quadratische Pyramide im \mathbb{R}^3 begrenzen (mit Spitze S). Bestimme die Höhe und das Volumen der Pyramide. **(7 Punkte)**
- (b) (*Logik*) Gegeben seien die beiden Aussagen
- $$(1) \forall m \exists n : h(m, n) \quad \text{und} \quad (2) \exists n \forall m : h(m, n),$$
- wobei $h(m, n)$ eine beliebige Aussage ist. Verneine die beiden Aussagen. **(2 Punkte)**