

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
5
G

Note:

PRÜFUNG ZU NUMERISCHE MATHEMATIK 1 (30.6.2009)

- (1) *Numerische Lineare Algebra:*
- (a) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ und $b \in \mathbb{K}^n$. Beschreiben Sie drei grundlegende Verfahren, mit denen Sie das Gleichungssystem lösen können (ohne die Algorithmen für die Zerlegungen der Matrizen selbst zu beschreiben). Was sind Vor- bzw. Nachteile der jeweiligen Verfahren?
(3 Punkte)
 - (b) Was sind absolute und relative Fehler? Was sind Konditionszahlen?
(1 Punkt)
 - (c) Geben Sie die Kondition des Problems, ein lineares Gleichungssystem zu lösen, an.
(1 Punkt)
 - (d) Beschreiben Sie den Algorithmus zur LR-Zerlegung. Was ist zu beachten? Wie groß ist der Aufwand? Wie ist das Fehlerverhalten? Ist der Algorithmus numerisch stabil?
(3 Punkte)
- (2) *Numerische Lineare Algebra:*
- (a) Was ist ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem und wie ist der Lösungsbegriff für überbestimmte lineare Gleichungssysteme? Was sind die Gaußschen Normalgleichungen?
(1 Punkt)
 - (b) Wie löst man ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem? Beschreiben Sie alle notwendigen Algorithmen.
(3 Punkte)
 - (c) Beweisen Sie, dass jede rechteckige Matrix eine Singulärwertzerlegung besitzt.
(4 Punkte)
- (3) *Interpolation:*
- (a) Was ist ein Interpolationsproblem?
(1 Punkt)
 - (b) Welche Methoden zur Interpolation kennen Sie?
(3 Punkte)
 - (c) Beschreiben Sie den Algorithmus zur Berechnung des Newtonschen Interpolationspolynoms.
(3 Punkte)
 - (d) Was passiert, wenn Sie versuchen, ein Interpolationspolynom vom Grad $\leq m$ durch $n + 1$ Stützpunkte zu finden, wenn $m < n$ gilt?
(2 Punkte)
- (4) *Differentiation und Integration:*
- (a) Beschreiben Sie die zusammengesetzte Trapezregel und geben Sie deren Fehlerverhalten an.
(2 Punkte)

- (b) Beschreiben Sie die Gaußsche Quadraturformel. Polynome bis zu welchem Grad werden exakt integriert? Beweisen Sie ihre Behauptung.
(4 Punkte)
 - (c) Geben Sie den zentralen Differenzenquotienten an. Wie genau lässt sich mit seiner Hilfe (in nicht degenerierten Fällen) die Ableitung einer Funktion approximieren?
(2 Punkte)
- (5) *Nullstellen:*
- (a) Beschreiben Sie das Sekantenverfahren. Wie ist seine Konvergenzordnung?
(2 Punkte)
 - (b) Was bedeutet Konvergenzordnung für ein Iterationsverfahren?
(1 Punkt)
 - (c) Was ist das Bisektionsverfahren und wie schnell konvergiert es?
(2 Punkte)
 - (d) Was ist das Problem bei mehrfachen Nullstellen?
(2 Punkte)