

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
5
G

Note:

PRÜFUNG ZU NUMERISCHE MATHEMATIK 1 (11.12.2009)

- (1) *Numerische Lineare Algebra:*
- (a) Was ist ein unterbestimmtes lineares Gleichungssystem und wie ist der Lösungsbegriff für unterbestimmte lineare Gleichungssysteme?
(1 Punkt)
 - (b) Beweisen Sie, dass jede rechteckige Matrix eine Singulärwertzerlegung besitzt.
(4 Punkte)
 - (c) Wie hängt die Lösung eines unterbestimmten linearen Gleichungssystems mit der Singulärwertzerlegung zusammen?
(1 Punkt)
 - (d) Wie kann man bei gegebener Singulärwertzerlegung ein lineares Gleichungssystem lösen?
(1 Punkt)
 - (e) Wie kann man bei gegebener Singulärwertzerlegung ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem lösen?
(1 Punkt)
- (2) *Nullstellenprobleme:*
- (a) Welche Methoden zur Lösung eindimensionaler Nullstellenprobleme kennen Sie? Was sind ihre Vorteile und Nachteile? Wie schnell konvergieren Sie?
(3 Punkte)
 - (b) Definieren Sie die Konvergenzordnung eines Iterationsverfahrens (linear, quadratisch, etc.).
(1 Punkt)
 - (c) Was ist der Unterschied zwischen global und lokal konvergent?
(1 Punkt)
 - (d) Was sind Nullstellencluster und was ist ihr Zusammenhang mit mehrfachen Nullstellen? Wie genau können mehrfache Nullstellen numerisch lokalisiert werden?
(3 Punkte)
- (3) *Interpolation:*
- (a) Welche Methoden zur Interpolation kennen Sie?
(3 Punkte)
 - (b) Beschreiben Sie den Neville-Algorithmus zur Auswertung des Interpolationspolynoms an einer gegebenen Stelle y .
(3 Punkte)
 - (c) Was bedeutet Extrapolation? Beschreiben Sie zwei numerische Verfahren, in denen Extrapolation eine wichtige Rolle spielt.
(2 Punkte)

(4) *Differentialgleichungen, etc.:*

- (a) Beschreiben Sie (kurz!) das Runge–Kutta Verfahren und das Adams-Bashford Verfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen. Worin besteht der prinzipielle Unterschied zwischen den beiden Verfahren?

(4 Punkte)

- (b) Geben Sie den zentralen Differenzenquotienten an. Wie genau lässt sich mit seiner Hilfe (in nicht degenerierten Fällen) die Ableitung einer Funktion approximieren? Warum geht es nicht besser?

(2 Punkte)

- (c) Was ist die zusammengesetzte Trapezregel zur numerischen Integration? Wie sieht ihre Fehlerabschätzung aus?

(2 Punkte)

(5) *Abschätzung, etc.:*

- (a) Geben Sie die Fehlerabschätzung für die LR–Zerlegung $A = LR$ an und beweisen Sie diese.

(6 Punkte)

- (b) Wie ist die Pseudoinverse einer Matrix definiert?

(1 Punkt)

- (c) Wie sind die Konditionszahlen für rechteckige Matrizen definiert?

(1 Punkt)