

# ÜBUNGSAUFGABEN ANALYSIS

## FOURIERREIHEN

- (61) Zeigen Sie: Die Fourierreihe einer geraden Funktion  $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  (d.h.  $f(-x) = f(x)$ ) ist eine reine Cosinusreihe; die Fourierreihe einer ungeraden Funktion  $g: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  (d.h.  $g(-x) = -g(x)$ ) ist eine reine Sinusreihe.
- (62) Zeigen Sie: Die Fourierkoeffizienten  $c_k$  von

$$f(x) \sim \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k e^{ikx}$$

erfüllen  $c_k = \bar{c}_{-k}$  genau dann, wenn  $f$  reellwertig ist.

In den folgenden Aufgaben berechnen Sie bitte die Fourierkoeffizienten und geben – soweit möglich – einen geschlossenen Ausdruck für die Fourierreihen der jeweils gegebenen Funktion  $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$  (bzw  $\rightarrow \mathbb{R}$ ) an.

- (63)  $f(x) = x$   
(64)  $f(x) = \pi - |x|$   
(65)  $f(x) = x^2$   
(66)  $f(x) = \sin(14x) + 30 \cos(25x)$   
(67)  $f(x) = e^{25ix} - 4e^{-17ix}$   
(68)  $f(x) = \sin(x)^2$   
(69) Gegen welchen Wert konvergiert die Fourierreihe von  $f$  in den vorangehenden Beispielen (vor allem 63-65) in den Punkten  $0, \pi/2, \pi$ ?