

Workshop zu Ungleichungen

Gudrun Szewieczek SS 2009

Eine Ungleichung ist eine Aussage, die ein Ungleichheitszeichen ($<$, \leq , \geq , $>$) enthält.

Wie bei Gleichungen muss man eine Grundmenge G angeben, von der die Lösungsmenge abhängt:

Zum Beispiel: $-2 < x < 2$

$G = \mathbb{N} \rightarrow$ Lösungsmenge = $\{0, 1\}$

$G = \mathbb{Z} \rightarrow$ Lösungsmenge = $\{-1, 0, 1\}$

Für die Vereinfachung und Lösung von Ungleichungen verwendet man wie bei Gleichungen Äquivalenzumformungen. Folgende Operationen sind dabei erlaubt:

- Addition
- Subtraktion
- Multiplikation mit einem **positiven** Ausdruck
- Division durch einen **positiven** Ausdruck

VORSICHT: Bei Multiplikation/Division mit/durch einem/n negativen Ausdruck muss man das Ungleichheitszeichen umdrehen! Wieso wird an folgendem Beispiel klar:

$$\begin{array}{l} 1 < 2 \quad | \cdot (-1) \\ -1 > -2 \end{array}$$

Spezielle Ungleichungen sind **Betragsungleichungen** - sie haben folgende allgemeine Form:

$G = \mathbb{R}, c > 0, a \in \mathbb{R}$

$$|x| < c \Leftrightarrow -c < x < c$$



$$|x - a| < c \Leftrightarrow -c < x - a < c \Leftrightarrow a - c < x < a + c$$



Beispiele

Für alle Beispiele sei die Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

1) $\frac{5x-2}{-3} \leq 3x$

2) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} > 2(x-11)$

3) $-7x + 6 > \frac{13x-5}{-2}$

4) $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{x}{2}$

5) $\frac{x+5}{x-3} < 0$

6) $\frac{x+3}{x-4} > 1$

7) $|x+3| < 5$

8) $|\frac{x+2}{4}| < 1$

9) $|\frac{x-2}{2} - 2| < 1$

10) $|2x| > 4$

Lösungen

1) $L = \{x \in \mathbb{R} | x \geq \frac{1}{7}\}$

2) $L = \{x \in \mathbb{R} | x < 15\}$

3) $L = \{x \in \mathbb{R} | x < 7\}$

4) $L = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\}$

5) $L = \{x \in \mathbb{R} | -5 < x < 3\}$

6) $L = \{x \in \mathbb{R} | x > 4\}$

7) $L = \{x \in \mathbb{R} | -8 < x < 2\}$

8) $L = \{x \in \mathbb{R} | -6 < x < 2\}$

9) $L = \{x \in \mathbb{R} | 4 < x < 8\}$

10) $L = \{x \in \mathbb{R} | x < -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} | x > 2\}$