

**Geometrie und lineare Algebra für das Lehramt, 30.6.2015**

Gruppe A

- (1) Man formuliere den Peripheriewinkelsatz. (3P)
- (2) Man formuliere die Umkehrung des Strahlensatzes. (4P)
- (3) Man bestimme die Gleichungen der beiden Winkelsymmetralen der Geraden  $g_1 : 3x + 2y = 0$  and  $g_2 : 2x - 3y = 0$  (Begründung angeben). (4P)
- (4) Man beweise, daß die drei Schwerlinien eines Dreiecks einander in einem Punkt schneiden. (5P)
- (5) Man erkläre, wie (mit Zirkel und Lineal) von einem Punkt  $P$  außerhalb einer Ellipse  $k$  (bei gegebenen Brennpunkten  $F_1$  und  $F_2$  und Hauptachse  $2a$ ) die Tangenten von  $P$  an  $k$  und die Berührungspunkte konstruiert werden können (ohne Beweis). (3P)
- (6) Man führe die Hauptachsentransformation für die Kurve gegeben durch die Gleichung

$$6x_1x_2 + 8x_2^2 - 12x_1 - 26x_2 + 11 = 0$$

durch und bestimme die Art der Kurve, die Länge der Achsen, sowie die Koordinaten der Brennpunkte in der ursprünglichen Lage. (6P)

- (7) Man finde die allgemeine Lösung des folgenden Gleichungssystems. (3P)
 
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 &= 2 \end{aligned}$$
- (8) Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (Begründung mittels Skizze am Einheitskreis bzw. Gegenbeispiel) (4P)
  - (a) Für alle Winkel  $\alpha$  gilt:  $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\cos \alpha$
  - (b) Für alle Winkel  $\alpha$  gilt:  $\cos(\alpha + 90^\circ) = \sin \alpha$ .
- (9) Man definiere den Begriff des Eigenwerts einer  $2 \times 2$ -Matrix und zeige, daß jede symmetrische  $2 \times 2$ -Matrix  $A \neq dI_2$  zwei verschiedene Eigenwerte besitzt. (5P)
- (10) Man bilde alle möglichen Matrizenprodukte  $AB$  für

$$A, B \in \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s & t \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u & v \\ w & x \\ y & z \end{pmatrix} \right\}.$$

(3P)