NAME, Matrikelnummer : ______________________________

Geomtrie und lineare Algebra für das Lehramt, 30.6.2015

Gruppe B

(1) Man führe die Hauptachsentransformation für die Kurve gegeben durch die Gleichung

$$8x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2 + 4\sqrt{5}x_1 - 10\sqrt{5}x_2 - 11 = 0$$

durch und bestimme die Art der Kurve, die Länge der Achsen, sowie die Koordinaten der Brennpunkte in der ursprünglichen Lage. (6P)

(2) Man formuliere die Umkehrung des Peripheriewinkelsatzes. (4P)

(3) Man finde die allgemeine Lösung des folgenden Gleichungssystems. (3P)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 &= 1 \end{aligned}$$

(4) Man erkläre, wie (mit Zirkel und Lineal) von einem Punkt P zwischen den Ästen einer Hyperbel h (bei gegebenen Brennpunkten F_1 und F_2 und Hauptachse $2a$) die Tangenten von P an h und die Berührpunkte konstruiert werden können (ohne Beweis). (3P)

(5) Man definiere den Begriff des Eigenvektors einer 2×2-Matrix und zeige, daß Eigenvektoren v_1, v_2 zu verschiedenen Eigenwerten $\lambda_1 \neq \lambda_2$ einer symmetrischen 2×2-Matrix zueinander orthogonal sind. (5P)

(6) Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (Begründung mittels Skizze am Einheitskreis bzw. Gegenbeispiel) (4P)

(a) Für alle Winkel α gilt: $\cos(\alpha - 90°) = -\sin\alpha$

(b) Für alle Winkel α gilt: $\sin(\alpha + 90°) = \cos\alpha$.

(7) Man bestimme die Gleichungen der beiden Winkelsymmetralen der Geraden $g_1 : x + 4y = 0$ and $g_2 : 4x - y = 0$ (Begründung angeben). (4P)

(8) Man formuliere den Strahlensatz. (3P)

(9) Man bilde alle möglichen Matrizenprodukte AB für

$$A, B \in \left\{ \begin{pmatrix} s & 1 \\ t & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u & v & w \\ x & y & z \end{pmatrix} \right\}.$$

(3P)

(10) Man beweise, daß die drei Höhen eines Dreiecks einander in einem Punkt schneiden. (5P)