28. Sei a die Seite eines dem Einheitskreis umgeschriebenen regelmäßigen n-Ecks. Man zeige, dass $\frac{4}{a}(\sqrt{1+\frac{a^2}{4}}-1)$ die Seite eines dem Einheitskreis umgeschriebenen regelmäßigen $2n$-Ecks ist. Man berechne die Seite des regelmäßigen 8-Ecks und 16-Ecks.
29. Sei $ABCD$ ein Quadrat mit Seitenlänge a. Man berechne den Radius des Inkreises des Dreiecks $\triangle ABC$.
30. Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck und D, E und F beliebige Punkte. Die Senkrechte durch D auf $\ell(A,B)$, die Senkrechte durch E auf $\ell(B,C)$ und die Senkrechte durch F auf $\ell(C,A)$ schneiden einander in einem Punkt genau dann, wenn $|AD|^2-|DB|^2+|BE|^2-|EC|^2+|CF|^2-|FA|^2=0$ gilt. Hinweis: Sei D^* der Fußpunkt des Lots von D auf $\ell(A,B)$. Dann gilt $|AD^*|^2-|D^*B|^2=|AD|^2-|DB|^2$.
31. Man zeige mit Hilfe der Umkehrung des Satzes von Carnot, dass die drei Seitensymmetralen eines beliebigen Dreiecks einander in einem Punkt schneiden.
32. Man zeige mit Hilfe der Umkehrung des Satzes von Carnot, dass die drei Höhen eines Dreiecks einander in einem Punkt schneiden.

Peripheriewinkelsatz

33. Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck und U der Umkreismittelpunkt. Man bestimme die Winkel in den Dreiecken $\triangle ABU$, $\triangle BCU$ und $\triangle ACU$.
34. Seien M_a, M_b und M_c die Seitenmitten und H_a, H_b und H_c die Höhenfußpunkte eines Dreiecks $\triangle ABC$. Seien a, b und c die Seitenlängen, U der Umkreismittelpunkt und r der Umkreisradius. Man zeige $\frac{|AH_b|}{c}=\frac{|AH_c|}{b}=\frac{|UM_a|}{r}$. Analog gilt $\frac{|BH_a|}{c}=\frac{|BH_c|}{a}=\frac{|UM_b|}{r}$ und $\frac{|CH_a|}{b}=\frac{|CH_b|}{a}=\frac{|UM_c|}{r}$. Hinweis: Die Dreiecke $\triangle ABH_b$, $\triangle ACH_c$ und $\triangle UM_aB$ sind ähnlich.
35. Gegeben sind der Winkel γ, die Länge der Seite $\overline{AB}$ und der Schwerlinie durch C. Wie kann man das Dreieck konstruieren?
36. Gegeben sind die Länge der Seite $\overline{AB}$, der Höhe durch C und der Höhe durch A. Wie kann man das Dreieck konstruieren?
37. Ein Viereck, das einen Umkreis besitzt heißt *Sehnenviereck*. Zeige: ein Viereck ist genau dann ein Sehnenviereck, wenn die Winkelsumme von je zwei gegenüberliegenden Ecken $180°$ ist.
38. Seien k_1 und k_2 zwei Kreise, die einander in den Punkten A und B schneiden. Sei g eine Gerade durch A und h eine durch B, jedoch sei keine der Geraden eine Tangente an einen der Kreise. Seien G_1 und G_2 die Schnittpunkte $\neq A$ der Gerade g mit k_1 und k_2. Seien H_1 und H_2 die Schnittpunkte $\neq B$ der Gerade h mit k_1 und k_2. Man zeige, dass die Strecke $\overline{G_1H_1}$ parallel zur Strecke $\overline{G_2H_2}$ liegt.
39. Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck. Ein Kreis, der durch A und B läuft, schneide die Seite $\overline{AC}$ im Punkt F und die Seite $\overline{BC}$ im Punkt E. Man bestimme die Winkel im Dreieck $\triangle FEC$.
40. In einem spitzwinkeligen Dreieck $\triangle ABC$ sei D der Fußpunkt der Höhe durch C, E der Fußpunkt der Höhe durch A und F der Fußpunkt der Höhe durch B. Man zeige $\angle BED=\angle CEF=\alpha$, $\angle AFD=\angle CFE=\beta$ und $\angle ADF=\angle BDE=\gamma$. Hinweis: zeige $\angle BHD=\alpha$, wobei H der Höhenschnittpunkt ist. Das Viereck $DBEH$ ist ein Sehnenviereck (warum?). Zeige $\angle BED=\angle BHD$ mittels Peripheriewinkelsatz, die übrigen Behauptungen durch ähnliche Überlegungen.
41. Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck und F der Fußpunkt der Höhe durch C. Seien P und Q die Fußpunkte der Lote von F auf die Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$. Seien U und V die Fußpunkte der Lote von F auf die Höhen durch A und durch B. Dann liegen die vier Punkte P, Q, U und V auf einer Gerade. Hinweis: die Punkte $CPFQ$ bilden ein Sehnenviereck (warum?). Schließe daraus, dass $\angle FPQ=\angle FCQ=90°-\beta$. Die Punkte $FVQB$ bilden ebenfalls ein Sehnenviereck (warum?). Schließe daraus, dass $\angle BVQ=\angle BFQ=90°-\beta$. Insbesondere: $\angle FPQ=\angle BVQ$; zusätzlich gilt: $\ell(F,P)\|\ell(B,V)$. Schließe daraus, dass auch $\ell(P,Q)\|\ell(V,Q)$, woraus folgt, dass P,V,Q auf einer Geraden liegen. Zeige analog, dass auch P,U,Q auf einer Geraden liegen.