102. Seien F_1 und F_2 zwei Punkte. Sei e eine Ellipse und h eine Hyperbel mit Brennpunkten F_1 und F_2. Sei P einer der vier Schnittpunkte von e und h. Man zeige, dass der Schnittwinkel von e und h im Punkt P ein rechter ist. Hinweis: Tangentenkonstruktion

103. Sei P ein Punkt außerhalb einer Ellipse mit Brennpunkten F_1 und F_2. Seien B_1 und B_2 die Berührpunkte der Tangenten von P an die Ellipse. Man zeige $\angle B_1PF_1 = \angle B_2PF_2$. (Satz von Poncelet) Hinweis: Tangentenkonstruktion und Peripheriewinkelsatz.

104. Sei P ein Punkt auf der Leitlinie l einer Parabel mit Brennpunkt F. Man zeige, dass die Tangenten von P aus an die Parabel senkrecht aufeinander stehen. Man zeige, dass die Verbindungsgerade der beiden Berührpunkte dieser Tangenten durch F geht. Hinweis: Tangentenkonstruktion, Satz von Thales

105. Wir legen die Tangenten von einem Punkt P aus an eine Parabel. Seien B_1 und B_2 die Berührpunkte der Tangenten und M der Mittelpunkt der Strecke $\overline{B_1B_2}$. Sei K der Mittelpunkt der Strecke $\overline{MP}$. Man zeige, dass K auf der Parabel liegt. Hinweis: Rechnung mit Hilfe der Polare.

106. Sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ eine reelle, symmetrische 2×2-Matrix und λ_1 und λ_2 ihre Eigenwerte. Man zeige: Ist $\det A > 0$, dann haben λ_1 und λ_2 gleiches Vorzeichen. Ist $\det A < 0$, dann haben λ_1 und λ_2 verschiedenes Vorzeichen. Ist $\det A = 0$, dann gilt $\lambda_1 = 0$ oder $\lambda_2 = 0$.

107. Man bestimme die Gleichung der Parabel in Hauptlage, die die Gerade $x - 2y = -2$ als Tangente hat.

108. Man bestimme die Gleichung der Hyperbel in Hauptlage, die die beiden Geraden $2x + y = 1$ und $4x - 3y = 1$ als Tangenten hat.

109. Man bestimme die Gleichung der Hyperbel in Hauptlage, die durch den Punkt $(\sqrt{10}, 4)$ geht und die Gerade $x - \frac{1}{2}y = 1$ als Tangente hat.

110. Gesucht sind die Gleichungen der Tangenten vom Punkt P aus an den Kegelschnitt und die Berührpunkte: (a)$\frac{x^2}{7} + \frac{3y^2}{7} = 1$, $P = (5, 1)$; (b) $\frac{3x^2}{11} - \frac{16y^2}{11} = 1$,$P = (1, \frac{1}{8})$; (c) $y^2 = x$, $P = (-3, 1)$.

111. Für die folgenden Kurven zweiter Ordnung führe man die Hauptachsentransformation durch und bestimme, um welchen Kegelschnitt es sich handelt.

    (a) $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 40x - 95y - 25 = 0$
    (b) $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 22x - 14y + 17 = 0$
    (c) $4xy - 3y^2 + \frac{32}{\sqrt{5}}x - \frac{44}{\sqrt{5}}y - 28 = 0$
    (d) $xy + x - 5y - 3 = 0$.

112. Wir sind im $\mathbb{R}^3$. Sei g die Gerade mit Parameterdarstellung $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und h die Gerade mit Parameterdarstellung $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Man bestimme die Menge aller Punkte $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, die gleichen Abstand von g und h haben. Das ergibt eine Fläche. Was sind die Höhenschichtlinien dieser Fläche?

113. Wir sind im $\mathbb{R}^3$. Man bestimme die Menge aller Punkte $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, die gleichen Abstand vom Punkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und der x-y-Ebene haben. Das ergibt eine Fläche. Was sind die Höhenschichtlinien dieser Fläche?