114. (Grassmann-Identität) Für alle $x, y, z \in \mathbb{R}^3$ gilt:
$$x \times (y \times z) = \langle x, z\rangle\, y - \langle x, y\rangle\, z.$$

115. (Jacobi-Identität) Für alle $x, y, z \in \mathbb{R}^3$ gilt:
$$x \times (y \times z) + y \times (z \times x) + z \times (x \times y) = 0.$$

116. (Lagrange-Identität) Für alle $w, x, y, z \in \mathbb{R}^3$ gilt:
$$\langle w \times x, y \times z\rangle = \det \begin{pmatrix} \langle w, y\rangle & \langle w, z\rangle \\ \langle x, y\rangle & \langle x, z\rangle \end{pmatrix}.$$

117. Gilt für das innere Produkt $\langle . \, , . \rangle$ die Kürzungsregel? D.h. folgt für $x, y, z \in \mathbb{R}^d$, $x \neq 0$, aus $\langle x, y\rangle = \langle x, z\rangle$ stets $y = z$?

118. Gilt für das äußere Produkt $. \times .$ die Kürzungsregel? D.h. folgt für $x, y, z \in \mathbb{R}^3$, $x \neq 0$, aus $x \times y = x \times z$ stets $y = z$?

119. Für $P = (3, 2)$ finde man den Fußpunkt des Lotes auf die Gerade $g : x - 2y - 4 = 0$ und den Spiegelungspunkt von P an g; man berechne den Normalabstand von P zu g auf zwei Arten.

120. Man berechne den Schnittpunkt der drei Ebenen $x+2y+z = 2$, $3x+5y+z = 9$ und $7x+12y+2z = 22$.

121. Löse die folgenden Gleichungssysteme.
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 5 \\ 4x_1 - x_2 &= 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3x_0 + 2x_1 - 3x_2 &= 0 \\ x_0 - x_1 + x_2 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3x_0 + 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 0 \\ x_0 \qquad - 2x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

122. Dasselbe für:
$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_0 - x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 4x_0 - 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 6x_0 \qquad + x_2 + 4x_3 &= 0 \end{aligned}$$

123. Dasselbe für:
$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 &= 12 \\ - 3x_2 + x_3 + x_4 &= 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 10 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 \qquad + 4x_5 &= 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 &= 1 \\ - 3x_2 - x_3 - 3x_4 + x_5 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 6x_1 + x_2 + x_3 &= -4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 &= 0 \\ -x_1 - 7x_2 - 2x_3 &= 7 \\ x_1 - x_2 \qquad &= 1 \end{aligned}$$

124. Gesucht sind die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen:
$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -2 \end{pmatrix}.$$

125. Man bestimme die Gleichung und Art des Kegelschnitts durch die fünf Punkte $(1, 3)$, $(1, -1)$, $(-2, 4)$, $(-2, 2)$, $(2, 2)$.

126. Bestimme die inversen der folgenden Matrizen, sofern dies möglich ist:
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

127. Für welche Werte von $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Matrizen invertierbar? Berechne die inversen Matrizen dazu:
$$\begin{pmatrix} -1 & x & 0 \\ x & 1 & x \\ 0 & x & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x & 1 & 0 \\ 1 & x & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}.$$