Einige Gedanken zur mathematischen Syntax

Andreas Kriegl

email:andreas.kriegl@univie.ac.at

Vorweg möchte ich einige Thesen aufstellen, von denen ich annehme, daß sie die meisten von uns unterstützen können:

1. *Die zur Vermeidung von übermäßiger Klammerung verwendeten Vorrangregeln werden üblicherweise nur zum Teil explizit gemacht, sondern werden weitgehend durch Gewöhnung, in Folge regelmäßiger Anwendung, vermittelt. Als Beispiel möge $x^{y^z} = x^{(y^z)}$ und $x - y - z = (x - y) - z$ dienen (Auch die Erklärung $x - y := x + (-y)$ hilft hier nichts).*

2. *Die historische gewachsene Bezeichnungsweise der Mathematik ist, als ganze gesehen, an vielen Punkten zumindestens uneindeutig, irreführend oder sogar inkonsistent. Man denke z.B. an die Notation $f \circ g$ für das Hintereinanderausführen von g gefolgt von f.*

3. *Es ist unmöglich eine für die gesamte Mathematik konsistente Syntax durchzuhalten, die unabhängig vom jeweiligen Kontext ist. Und zwar nicht nur deshalb, weil das Establishment gegen jegliche Änderungen rebellieren würde, sondern auch, weil bei zu großen notwendigen Änderungen (wie beim in These (2) angeführten Beispiel) alle vorhandene Literatur schwer lesbar werden würde, aber letztlich deshalb, weil das prinzipiell unmöglich ist. Schließlich versuchen wir in der Mathematik mit endlich vielen Symbolen etwas über (über)abzählbare Mengen auszusagen, und müssen allein schon deshalb gleiche Ausdrücke für verschiedene Dinge verwenden.*

4. *Es ist EINE gute (also möglichst wenig Inkonsistenzen erzeugende, aber ohne zu radikale Abweichungen auskommende) Balance zwischen kompakter Darstellungsweise und Vermeidung (vorwiegend erreichbar durch Klammersetzung) von Interpretationsproblemen zu suchen.*

Was kann man nun machen um These (4) gerecht zu werden?

Wie aus These (3) hervorgeht, bin ich keineswegs der Meinung, daß man alles, wofür eine bessere Notation existiert, auch so machen sollte. So verwende ich natürlich die übliche Schreibweise $(f \circ g)(x) := f(g(x))$ und die Prefix-Notation $f(x)$ anstelle der – wegen $X \xrightarrow{f} Y$ – naheliegenderen Postfix-Notation $(x)f$. Beachtet aber, daß wir in Mathematica beide Notationen in der Form $f[x]$ oder auch $f@x$ bzw. $x//f$ behandelt haben.

Daß konsistente Notation nicht möglich ist, zeigt an dieser Stelle das Beispiel "Y hoch X" in der Form Y^X für die Menge aller Abbildungen $f : X \to Y$. Nachdem X zuerst kommt, sollte die Notation wohl besser ${}^XY$ lauten (was bei $(Z^Y)^X \cong Z^{X\times Y}$ noch offensichtlicher wird), und wegen $|Y^2| = |Y \times Y| = |Y|^2$ sollte man auch Potenzen als ${}^2y$ schreiben und dann natürlich nicht von 'y hoch 2' sondern von der '2-ten Potenz von y' sprechen. Diese Notation für das Quadrieren $q : y \mapsto {}^2y$ entspräche nun aber der üblichen Prefix-Notation, die aus den eben genannten Gründen – wie zuvor ausgeführt – eigentlich in Postfix-Notation $y//q$ geschrieben werden sollte, also der Zweier doch rechts stehen sollte. Womit wir zurück am Start sind.

Ich verwende auch nicht die viel logischer und besser handhabbare Notation $\bigwedge$ und $\bigvee$ für $\forall$ and $\exists$, obwohl diese besser zu den zweistelligen Operationen $\wedge$ und $\vee$ paßt und die durch Negation gegebenen Dualität viel übersichtlicher wird: $\neg \bigwedge = \bigvee \neg$.

Dennoch glaube ich, daß man auch im Falle stark verbreiteter Notation kleine Verbesserungen vornehmen kann, wenn man dies begründet (was ich bei meiner Aversion gegen $\sin^2$ in der Vorlesung auch gemacht habe) und dabei natürlich darauf hinweist, daß dies üblicherweise auch anders geschrieben wird und auch einen selbst gelegentlich passieren kann.

Nun zu den von mir vorgenommenen Abweichungen zum etablierten Standard.

Funkion versus Funktionswert

Leider ist es durchaus üblich nicht sauber zwischen Funkion f und Funktionswert $f(x)$ zu unterscheiden und dabei gelegentlich Argumente wie 'x ist nur ein Platzhalter' zu verwenden, diesen dann aber ein 'sei $x \in \mathbb{R}$' oder 'sei x ein Punkt in X' folgen zu lassen.

Dies wird bereits in der Analysis 2 zum Problem, wenn man die Ableitung f' einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ betrachtet. Es ist nämlich f' natürlich im allgemeinen nicht linear, $f'(x)$ hingegen schon.

Ich habe folglich versucht diese beiden Dinge durchgehend auseinanderzuhalten und damit natürlich in Kauf genommen bei Polynomen 'sei $x \mapsto \sum_{k=0}^n p_k\, x^k$ ein Polynom' anstelle vom etwas kürzeren 'sei $\sum_{k=0}^n p_k\, x^k$ ein Polynom' schreiben zu müssen.

Auch bei Folgen (als Abbildungen $x : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$) habe ich bisweilen die Sprechweise sei 'x eine Folge' eingeführt, aber im Text oft die beiden Varianten in der Form 'sei $x = (x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge' redundant behandelt, siehe [2, 2.3.1].

Daraus ergibt sich in der Folge auch, daß in Ausdrücken mit gebundener Variable es bisweilen besser ist die nun kompaktere (weil vom Unwesentlichen befreite) Notation zu verwenden. Z.B. anstelle 'Die Vereinigung $\bigcup_{i\in I} A_i := \{x : \exists\, i \in I : x \in A_i\}$ einer Familie $(A_i)_{i\in I}$ von Mengen A_i für $i \in I$' – wo angebracht – die Terminologie 'Die Vereinigung $\bigcup \mathcal{A} := \{x : \exists\, A : x \in A \in \mathcal{A}\}$ einer Menge $\mathcal{A}$ (von Mengen A)' zu verwenden. Dies entspricht ohnehin völlig der üblichen Schreibweise $\sup A$ anstelle von $\sup_{x\in A} x$.

Man könnte nun die Grenzwertsätze [2, 2.3.5] sauber und durchaus der Sprechweise 'der Limes der Summe ist die Summe der Limitem' folgend als '$\lim(x+y) = \lim x + \lim y$' schreiben, was ich allerdings nicht getan habe.

Bei Summen $\sum_{i=1}^\infty a_i$ wird das analoge Vorgehen zumeist nicht möglich sein, aber zur Beschreibung der linearen Abbildung $\sum : \ell^1 \to \mathbb{R}$ vielleicht doch. Auch beim bestimmten Integral verwende ich durchaus beide Notationen parallel, d.h.

$$\int_I f = \int_a^b f = \int_a^b f(x)\,dx, \text{ für } f : I \to \mathbb{R} \text{ wo } I = [a,b] \subseteq \mathbb{R}$$

und kann dann z.B. die Formel $\int_I (f+g) = \int_I f + \int_I g$ leicht als die Linearität von $\int_I$ erkennen.

Das unbestimmten Integral macht von der Schreibweise her die größten Schwierigkeiten, da es einerseits ja nur eindeutig bis auf eine Konstante ist, und andererseits x in $\int f(x)\,dx$ (wie bei $\int_a^b f(x)\,dx$) eine gebundene Variable suggeriert, also nicht auf der anderen Seite einer Gleichung – wie in $\int \sin(x)\,dx = \cos(x) + C$ – vorkommen sollte. Nicht umsonst predigen wir den StudienanfängerInnen, daß gebundene Variablen wie in $\sum_{i=1}^n x_i$ ungestraft umbenannt werden dürfen und bisweilen auch müssen. In $\int f(x)\,dx = g(x)$ dürfen wir das nicht mehr, denn gemeint ist hier offensichtlich, daß zwar die Funktion f mit Funktionswert $f(x)$ bei variablen x integriert wird, aber dann die durch die obere Integrationgrenze nicht explizit angeführte freie Variable im Ergebnis ebenfalls x genannt wird. Es steht also x in $\int x\,dx$ in zwei unterschiedlichen Bedeutungen, einerseits als lokale/gebundene Integrations/Summations Variable und andererseits als Funktionsargument der resultierenden Stammfunktion, was wohl auch die Schreibweise $\int f\,dx$ bei [1, S435] motiviert. Allerdings scheitere ich dann bei der Interpretation von $\int f\,dx = F + C$ auf der selben Seite. Dies führt wohl unweigerlich zu Interpretationsproblemen. Besser wäre wohl die (etwas umständlichere) Notation

$$\int^x \sin(t)\,dt = \cos(x) + C.$$

Wenn möglich, möchte ich jedoch die von Variablen befreite kompakte Schreibweise $\int f$ für (das/ein) unbestimmtes Integral von f verwenden. Bei Polynomen bleibt mir allerdings auch nicht viel anderes übrig, als $\int x^n\,dx = x^{n+1}/(n+1) + C$ zu schreiben. Vergleiche in diesem Zusammenhang die Substitutionsformel für unbestimmte Integrale in meiner kompakten Schreibweise

$$\int (f \circ g)\cdot g' = \Big(\int f\Big) \circ g,$$

mit der klassischen, wie bei [1, S.442]:

$$\text{kurz (!?)} : \int f(g(x))\, g'(x)\,dx = \left[\int f(t)\,dt\right]_{t=g(x)},$$

was offensichtlich bedeuten soll, daß im Ergebnis der unbestimmten Integration die Variable t durch $g(x)$ ersetzt werden soll und nicht formales Einsetzen von $g(x)$ anstelle von t, was nämlich $\int f(g(t))\,d(g(t))$ liefert, oder nach unmotivierter Klammernverschiebung das Riemann-Stieltjes-Integral $\int f(g(t))\,dg\,(t)$.

Die durchgehend verwendete Abstandsetzung bei Heuser, wie in $\int \cos\ xdx$ anstelle von $\int \cos x\, dx$ oder $\int \sin^2\ \alpha xdx = -\frac{\sin(2\alpha x)-2\alpha x}{4\alpha}$ finde ich auch sehr befremdlich. Und bei $\int \tanh\ xdx = \ln\ \cosh\ x$ könnte man die rechte Seite wohl auch als $(\ln\cdot\cosh)(x)$ interpretieren oder müßte $\int \frac{dx}{\sin^2\ x\ \cos^4\ x}$ auf Seite 444 anders als intendiert interpretieren. Auf Seite 435 sollte man wohl auch das Kommutativgesetz anweden dürfen, also wäre

$$\int x\ \cos\ xdx = x\ \sin\ x + \cos\ x = \sin\ x\, x + \cos\ x = \sin\ x^2 + \cos\ x.$$

Bei den partiellen Ableitungen versuche ich aus den selben Gründen die Schreibweise $\frac{\partial}{\partial x} f(x,y)$ (bzw. $\frac{d}{dt}\big|_{t=0} f(x,y)$) möglichst sparsam einzusetzen. Ich schreibe indessen $\partial_1 f$ für die partielle Ableitung von f nach der ersten Variabale (oder Faktor). Dies ist nötig um z.B. bei der stetigen Differenzierbarkeit von f von der Stetigkeit der partiellen Ableitungen $\partial_i f$ sauber sprechen zu können. Denn die klassische gebräuchliche Schreibweise $\frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1,\dots,x_n)$ sollte wohl (in der Analysis) nicht zu $\frac{\partial}{\partial x_i} f$ verkürzt werden, daß wäre ja als wenn wir $\sum_k a$ für $\sum_k a_k$ schreiben würden. Klassisch muß man die Stetigkeit der partiellen Ableitungen $\partial_i f$ recht umständlich so formulieren:
'Die Funktionen $(x_1,\dots,x_n) \mapsto \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1,\dots,x_n)$ sind stetig.'

Die Vermeidung übermäßiger Klammerung

Wie aus These (1) hervorgeht, ist eine Vermeidung übermäßiger Klammerung durchaus angebracht, kann aber zu Verständnisschwierigkeiten führen. Vor allem bei StudienanfängernInnen wird man daher Klammern noch häufiger einsetzen, als man das in der Folge machen wird. Man möge nur an das Beispiel fx anstelle von $f(x)$ denken. Auch ich verwende diese Schreibweise durchaus (in höheren Semestern), denke aber das Studienanfänger weniger Probleme mit $f(x)$ haben, insbesonders wenn sie dies in Mathematica umsetzen sollen, wo Sin x natürlich nicht funkioniert. Selbstverständlich schreiben wir alle $\lim_{n\to\infty} a_n$ und nicht die präzisere Schreibweise $\lim(a)$ der Wirkung der Abbildung 'Grenzwertbildung' auf die Folge a und $\sum_{n=0}^\infty a_n$ anstelle von $\sum_{\mathbb{N}}(a)$ sowie $\int_I f$ anstelle von $\int_I(f)$.

An dieser Stelle sei auch gesagt, daß ich mich (ungleich Heuser) bemühe sauber zwischen einer Reihe $\sum_k a_k$ und ihrer Summe $\sum_{k=0}^\infty a_k$ zu unterscheiden. Ein Satz wie 'Die Reihe $\sum_{k=0}^\infty \frac{1}{k^2}$ konvergiert (gegen $\sum_{k=0}^\infty \frac{1}{k^2}$)' finde ich ausgesprochen irreführend. Trotzdem kann ich natürlich nicht ausschließen, daß mir dies – worauf leider auch ich geprägt wurde – bisweilen dennoch über die Lippen kommt.

Doch zurück zu den Bindungsregeln. Die mathematische Syntax erlernt man wie jede Sprache wohl leichter durch Praxis, als durch ein formales Regelsystem (These (1)). Wenn der Lehrende ein solches dennoch im Hinterkopf hat, so ist dies selbstverständlich von Vorteil.

Zentraler Teil dieses Regelssystems sind natürlich die Vorrangregeln, die dazu dienen, die zwecks Kompaktheit der Darstellunsgweise weggelassenen Klammern nachträglich bei Interpretationsproblemen wieder rekonstruieren zu können.

Ich habe in den vergangenen Jahren die üblichen Vorrangsregeln an unzähligen Ausdrücke in der Mathematik analysiert, und möchte hier nur einige der wichtigsten Beispiele nennen:

- Das wohlbekannteste Beispiel ist: $\cdot$ kommt vor $+$, wie in $a + b\cdot c := a + (b\cdot c)$.
- Links Stehende kommen vor rechts Stehenden (ohne Anwendungen auf die Politik) wie in $a - b - c := a - (b - c)$ oder bei der (totalen) Ableitung $dfx = df(x) := (df)(x)$
- Produkte werden oft durch bloßes Nebeneinanderschreiben ausgedrückt. Dies hat (in Mathematica) natürlich die Problematik, daß $a\, b$ auch eine neue Variable sein könnte und nicht das Produkt von a und b. Explizit geschriebene Produkte haben Nachrang gegenüber anderen, wie in $a\cdot b\, c = a\cdot(b\, c)$.
- Indizes haben Vorrang vor Produkten, wie in $ab^2 = a\cdot b^2$.

- Ausdrücke in Indizes haben Vorrang, wie in $a^{b^c} := a^{(b^c)}$ und $x_{n_k} := x_{(n_k)}$. Beides macht StudentInnen große Schwierigkeiten in Ausdrücken wie $\sqrt[k]{2^{k^2}}$ oder bei Teilfolgen. Ebenso ist $a^{b+c} := a^{(b+c)}$, jedoch $a + b^c = a + (b^c)$.

- Unklar dürfte sein, ob Subskripts vor Superskripts gehen: Ist a_b^c gleich $(a_b)^c$ oder $(a^c)_b$. Dies tritt bei Potenzen der der Glieder einer Folge als $x_i^3 := (x_i)^3$ auf, aber auch in der Differentialgeometrie, wo bisweilen untere Indizes als Ableitungen nach der entsprechenden Koordinate bezeichnen werden und somit $f_j^2 := \frac{\partial}{\partial u^i} f^2$ ist.

- Akzente, die oberhalb oder unterhalb von Ausdrücken stehen haben Vorrang vor Indizes, wie in $\hat{f}^2 = (\hat{f})^2$ oder $\tilde{f}_i := (\tilde{f})_i$, aber $\widetilde{f_i} := \widetilde{(f_i)}$.

- Die Verwendung von runden Klammern auch für die Funktionsargumente hat unangenehme Konsequenzen, wie das Beispiel $\log(1+x)^2$ zeigt, und es ist nicht verwunderlich, daß in Mathematica für letzters eckige Klammern verwendet werden (auch wenn es mir persönlich lieber umgekehrt wäre, denn in der Mathematik (zumindestens in der Schule) werden zur Klammerung ja alle Varianten eingesetzt, für Funktionsargumente hingegen nur die runden).

- Es ist durchaus auch üblich bei der Komposition (insbesonders bei linearen Operatoren) das Verknüfungszeichen $\circ$ wegzulassen, also $f\,g := f \circ g$ zu setzen. Dann haben wir allerdings für Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ große Probleme bei der Interpretation von $f\,g$ als $f \circ g$ oder als $f \cdot g$.

- Funktionen haben Vorrang über andere Operationen, wie in $a + \sin b := a + (\sin(b))$. Hingegen ist die Interpretation von $a + \sin b\,c$ nicht mehr so klar.

- Natürlich ist es üblich, und wird auch von mir gelegentlich so gemacht, die Funktionsargumentklammern wegzulassen, wie bei $\sin x := \sin(x)$. Aber dies kann auch durchaus zu Verwechslungen mit den Produkt führen (selbst in TEX). Z.B. könnte ja in $y\,x$ nicht nur y sondern auch x eine Funktion sein und $y\,x$ somit $y \circ x$ oder $y(x)$ oder $y \cdot x$ bezeichnen. Sei etwa y die Sinus- und x die Arcussinus-Funktion. Welche Funktion ist 'sin arcsin'? Wenn wir diese auf ein t anwenden so ergibt sich $(\sin \arcsin)(t)$ entweder als $\sin(t) \cdot \arcsin(t)$ oder als $\sin(\arcsin(t)) = t$. Und auch $(\sin(\cos))(t)$ macht Sinn, denn sin wird durch eine Potenzreihe beschrieben in der wir ja auch Elemente einer Banach-Algebra einsetzen dürfen, also z.B. $\cos \in C(S^1, \mathbb{R})$.

- Problematisch ist die Beziehung zwischen Klammern und Exponenten, wie das Beispiel $f(x)^2$ zeigt, oder auch yx^{-1} bzw. $y(x)^{-1}$ und ganz schlimm in $y(x + z)^{-1}$. Meine Anwort auf diese Problematik steht im letzten Abschnitt dieses Aufsatzes.

- Problematisch scheint mir auch die durchaus übliche Schreibweise $f \circ g(x) := (f \circ g)(x)$, insbesonders wenn g als Werte Funktionen hat, denn dann könnte das auch $f \circ (g(x))$ heißen. Dies wird noch offensichtlicher wenn wir $g(x)$ wie oben besprochen als gx schreiben und somit $f \circ gx$ interpretieren müssen. Darum verwende ich ausschließlich $(f \circ g)(x)$ und interpretiere $f \circ g(x)$ als $f \circ (g(x))$. Diese Problem tritt bereits in der Analysis 2 bei der Kettenregel auf: Wenn wir diese durch sukzessives Weglassen von Klammern Vereinfachen erhalten wir: $(f \circ g)'(x) = (f'(g(x))) \circ (g'(x)) = f'(g(x)) \circ g'(x) = f'(gx) \circ g'x = f'gx \circ g'x = f'gxg'x$. Ich glaube das kann niemanden bis zum bitteren Schluß zugemutet werden.

- Unklar scheinen mir auch die Vorrangregeln bei $f \cdot g \circ h$. Den Ausdruck $fg \circ h$ hingegen würde ich als $(fg) \circ h$ interpretieren.

Aus all diesen Konventionen habe ich für mich folgende einfache Metaregeln extrahiert:

- Ausdrücke die näher beieinander stehen als andere haben Vorrang, wie in $a + b\,c = a + (b\,c)$, $\bar{f}' = (\bar{f})'$, $\sin x^2 = \sin(x^2)$, $f\,g \circ h = (f\,g) \circ h$, $1\,/\,xy := 1/(xy)$, $1/x\,y := (1/x)y$ etc. .
  In TeX sind diese zumeist Abstände erkennbar (oder nachmeßbar), am Tafelbild natürlich nicht immer.

- Im Falle, daß die Abstände gleich sind, hat die linksstehende Operation Vorrang, wie in $a-b-c = (a-b)-c$ und $dfx = (df)(x)$ oder $dfxv = ((df)(x))(v)$.

Das heißt natürlich nicht, daß man diese Regeln nun dazu mißbrauchen sollte ALLE redundanten Klammern zu entfernen, sondern diese dienen dazu im Zweifelsfall nachträglich Klammern wieder einfügen zu können. Es ist auch durchaus wahrscheinlich, daß man dennoch auf Ausdrücke stößt, deren richtige Interpretation nur dann gelingt, wenn der Kontext mitberücksichtigt wird, in dem sie auftreten.

Quadrate von Funktionen

Zuletzt noch die Begründung, warum ich '$\sin^2 x$' nicht mag: Natürlich folgt diese Schreibweise aus der Notation $x^2 = x \cdot x$ und der Methode Operation, welche auf den Werten einer Funktion gegeben sind, auch auf die Funktionen selbst zu übertragen, indem man z.B. $f \cdot g$ als $(f \cdot g)(x) := f(x) + g(x)$ punktweise definiert. Bei Nicht-Unterscheidung von Funktion und Funktionswert bemerkt man diese Erweiterung natürlich gar nicht, und es ist für die StudentInnen dann schwer einzusehen, was gezeigen werden muß, um den Raum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ als Vektorraum zu erkennen. Ganz in Analogie dazu sollte wegen $x^{-1} := \frac{1}{x}$ die Notation f^{-1} wohl für die Funktion $x \mapsto \frac{1}{f(x)}$ stehen. Allerdings interpretieren wir alle f^{-1} als Umkehrfunktion von f, also als Inverse zur Komposition und nicht zur Multiplikation. Um dies noch zu verdeutlichen: Was bedeutet '$\sin^0 x$'? Ist dies x oder 1?

Es scheint mir also angebracht die beide Notationen $\sin^{-1} = \arcsin$ und $\sin^2 = \sin \cdot \sin$ möglichst nicht gleichzeitig zu verwenden. Ich persönlich empfinde die erste als die wichtigere. Einerseits spielt die Umkehrfunktion eine entscheidendere Rolle als das Quadrat von (Winkel)funktionen, andererseits ist Hintereinanderausführen auch ein grundlegenderes Konzept als die Multiplikation. Wir verstehen den Satz 'Gehe zuerst Zähneputzen und dann ins Bett!' bevor wir multiplizieren können.

Dies gesagt, muß ich also eine eindeutigere Schreibweise für $\sin^2 x$ verwenden, vollständig geklammert also $(\sin(x))^2$ – was lästig lang ist – und so verwende ich bislang auch $\sin(x)^2$ – und habe dies in der Vorlesung auch begründet –, sollte dabei aber trachten sin näher (oder wegen Metaregel 2 zumindest gleich nahe an der Klammer) zu schreiben als ^{2}, also besser $\sin(x)\,^2$ (was ich sträflicher Weise nicht getan habe). Die Schreibweise $(\sin x)^2$ finde ich durchaus auch akzeptabel ist aber bei $(\ln(1 + x))^2$ nicht möglich. Ich habe im meinem Proseminar die StudentInnen dazu befragt, und niemand hatte ein Problem '$\sin(x)^2$' –wie von mir intendiert – zu interpretieren.

Natürlich kann ich nicht ausschließen, daß es mir – auf Grund der mir im Studium erfahrenen Prägung – durchaus passieren kann, daß ein von mir verwendeter kompakter Ausdruck anders gemeint ist, als sich aus den oben induktiv erschlossenen Metaregeln ergeben würde. Letztlich ist der Balanceakt zwischen unmißverständlicher Schreibweise (lauter Klammern) und prägnanter kompakter einprägsamer Notation ein heikler.

In diesen Sinne ersuche ich Euch, mich natürlich darauf aufmerksam zu machen, wenn mir inkonsistente Schreibweise passiert, aber doch auch ein wenig Nachsicht zu üben.

Selbstverständlich bin ich auch an Eurer Meinung zu meinen Metaregeln interessiert, und über jeden Hinweis auf Situationen, wo diese nicht das gewünschte Resultat liefern, dankbar. Mir ist durchaus bewußt, daß dies ein (meines Wissensstands nach) erster Versuch eines doch recht einfachen explizit gemachten allgemeinen Vorrangregelsystems ist, und Ergänzungen oder Modifikationen durchaus nötig sein könnten, und ich nehme keineswegs für mich in Anspruch 'die Weisheit mit den Löffel gefressen zu haben' sondern eher ein 'errare humanum est'.

Wien, den 12. März 2004 Andreas Kriegl

Literatur

[1] Harro Heuser. *Lehrbuch der Analysis, Teil 1.* Mathematische Leitfäden. Teubner, Stuttgart, 1980. 2

[2] Andreas Kriegl. *Analysis 1.* Vorlesung, Univ. Wien, 2003/04. 2