

Ю.М. Колягин, О.А. Саввина

СТЕЧАСГРАУКЕ  
Объявление  
**БУНТ**

**РОССИЙСКОГО МИНИСТЕРСТВА  
И ОТДЕЛЕНИЯ МАТЕМАТИКИ  
АН СССР**

№ 10 ноября 1978 г.

- ВСТУПАЮТ ВЕР:
1. О преподавании математики в школе СССР  
вступительное заявление Министерства просвещения  
и высшего образования РСФСР
  2. О (Материалы по реформе  
школьного математического образования  
в СССР 1960-1970-х гг.)  
Г.П. ВЕССИН, А.А. ДИКИН
  3. О проблеме архаичного преподавания математики  
вступительное заявление А.А. ДИКИНА
  4. О некоторых основных проблемах математического  
образования в средней школе.  
вступительное заявление А.А. ДИКИНА
  5. Обсуждение
  6. Принято решением.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
ФГБОУ ВПО «ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. И.А. БУНИНА»

Ю.М. Колягин, О.А. Саввина

БУНТ РОССИЙСКОГО МИНИСТЕРСТВА  
И ОТДЕЛЕНИЯ МАТЕМАТИКИ АН СССР  
(Материалы по реформе  
школьного математического образования  
1960–1970-х гг.)

Учебное пособие

Елец – 2012

**УДК 37 (091)**  
**ББК 74.03 (2)**  
**К62**

*Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина  
от 14 октября 2011 г., протокол № 3*

**Рецензент**

**О.Р. Каюмов**, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математики и экономики филиала Омского государственного педагогического университета (г.Тара)

**К 62 Бунт российского министерства и отделения математики АН СССР.** (Материалы по реформе школьного математического образования 1960–1970-х гг.) / Сост. Ю.М. Колягин, О.А. Саввина. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012 – 153 с.  
ISBN 978–5–94809–538–7

Книга посвящена знаковому эпизоду в одной из коренных реформ школьного математического образования XX века (получившей название «колмогоровской») – общему собранию отделения математики АН СССР, состоявшемуся 5 декабря 1978 г.

Пособие адресовано студентам и преподавателям педагогических и физико-математических факультетов высших учебных заведений, а также учителям средних школ и всем читателям, интересующимся историей отечественного образования советского периода.

УДК 37 (091)  
ББК 74.03 (2)

ISBN 978–5–94809–538–7

© ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012  
© Колягин Ю.М., Саввина О.А., 2012  
© Оформление. МУП «Типография»  
г. Ельца, 2012

## Содержание

Введение.....	4
Краткий обзор «колмогоровской» реформы математического образования (Ю.М. Колягин, О.А. Саввина).....	6
Педагогический подвиг академика А.Н. Тихонова (Ю.М. Колягин).....	17
<b>Стенограмма</b> Общего собрания Отделения математики АН СССР, посвященного обсуждению школьных программ и учебников по математике. 5 декабря 1978 г.....	23
Литература и источники.....	85
<i>Приложение 1.</i> Письмо министра народного просвещения СССР М.А. Прокофьева, адресованное академику-секретарю Н.Н. Боголюбову...	86
<i>Приложение 2.</i> Мнение Совета отделения математики механико-математического факультета МГУ.....	87
<i>Приложение 3.</i> Проект решения Общего собрания Отделения математики АН СССР от 5 декабря 1978 г.....	88
<i>Приложение 4.</i> Решение Общего собрания Отделения математики АН СССР от 5 декабря 1978 г.....	90
<i>Приложение 5.</i> Программа по математике для средней школы (1968 г.)....	91
<i>Приложение 6.</i> Проект программы по математике для восьмилетней и средней школы (1978 г., Главное управление школ МП СССР).....	106
<i>Приложение 7.</i> Программа по математике для IV–X классов средней общеобразовательной школы (Проект Комиссии МП РСФСР).....	139
<i>Приложение 8.</i> Выступление А.Н. Колмогорова на Общем собрании Отделения математики АН СССР 5 декабря 1978 г.....	149
Указатель имен.....	152



## Введение

Предлагаемый Вашему вниманию сборник материалов посвящен лишь эпизоду в одной из коренных реформ школьного математического образования XX века (получившей название «колмогоровской»<sup>1</sup>) – Общему собранию Отделения математики АН СССР.

В декабре 1978 г. на Общем собрании Отделения математики АН СССР (почти в полном его составе) было обсуждено положение дел со школьной математикой. На это собрание были приглашены представители Министерства просвещения СССР (В.М. Коротов), РСФСР (Г.П. Веселов), сотрудники АПН СССР, представители Научно-исследовательского института школ (НИИ школ) МП РСФСР, Научно-исследовательского института содержания и методов обучения (НИИ СиМО) АПН СССР, вузовские преподаватели и пр. Отделение математики заслушало сообщение Ю.М. Колягина о проекте программы по математике, подготовленном в МП РСФСР. Важно заметить, что в ходе заседания обсуждались 3 программы:

– *программа 1968 г.* (действующая, на тот момент резко критикуемая, реформистская программа, разработанная комиссией под руководством А.И. Маркушевича и утвержденная МП СССР, опубликованная в журнале «Математика в школе»<sup>2</sup>);

– *новая программа 1978 г.* (наспех исправленный вариант реформистской программы, представленный НИИ СиМО АПН СССР и МП СССР, опубликованный в журнале «Математика в школе»);

– *экспериментальная программа* (проект экспериментальной программы, подготовленный в НИИ школ МП РСФСР по поручению МП РСФСР, которую впоследствии назвали «Назад к Киселеву»).

Точнее, речь шла об одной программе и 2-х проектах (в устных выступлениях академики именуют эти документы по-разному: «программой», «новой программой» и пр.). Важно отметить, что *экспериментальная программа*, разработанная в НИИ школ МП РСФСР в 1978 г., и легла в основу школьной программы по математике, представленной от НИИ СиМО АПН СССР и утвержденной в 1980-х гг., заменившей реформистскую.

Собрание стало знаковым событием в истории математического образования. Оно практически единогласно приняло соответствующее Решение. Однако редакция журнала «Математика в школе» тогда отказалась публиковать это Решение. Указание на запрет публикации поступило от самого министра просвещения СССР.

Долгое время считалась потерянной и стенограмма самого Собрания.

<sup>1</sup> Сам А.Н. Колмогоров считал, что реформа проходит под флагом «бурбакизма». Представляется, правильнее ее следовало бы называть «бурбакистской».

<sup>2</sup> До 1978 г. в содержание этой программы и соответствующих ей учебников ежегодно вносились различные и часто весьма существенные коррективы.

Спустя 25 лет один из очевидцев и непосредственных участников событий тех лет А.М. Абрамов сожалел: «Хочется надеяться, что полная стенограмма, а есть сведения, что она существовала, будет найдена и опубликована»<sup>3</sup>. Действительно, стенограмма существовала, существует и хранится в Архиве РАН (Ф.1860. Оп.1. Д.83). Поэтому считаем своим долгом познакомить читателей с этим уникальным документом, касающимся обсуждения школьной реформы 1960-1970-х гг.

Большой интерес представляют не только выступления ученых на этом знаменательном заседании, но и результаты голосования. Так, по пункту, фиксирующему *отрицательную оценку действующих программ и учебников*, один из главных их идейных вдохновителей – академик А.Н. Колмогоров – воздержался. Решение, констатирующее непригодность существующих и необходимость разработки новых программ и учебников, было принято подавляющим большинством голосов. В этом по заключительной части стенограммы любознательный читатель может убедиться самостоятельно.

Выражаем глубокую благодарность доктору физико-математических наук, заведующему кафедрой математики и экономики Омского государственного педагогического университета О.Р. Каюмову за внимательное прочтение рукописи и полезные замечания. Особую признательность адресуем кандидату физико-математических наук, доценту Ростовского государственного университета путей сообщения И.П. Костенко, любезно поделившемуся с нами своими материалами.

*Ю.М. Колягин, О.А. Саввина*

---

<sup>3</sup> Абрамов А.М. «О положении с математическим образованием в средней школе» (1978–2003). М., 2003. С. 25.

## Краткий обзор «колмогоровской» реформы математического образования

Сколько мы говорили о реформе образования, школы, сколько мы школу реформировали, то в одну сторону, то в другую, истерически дергали ее, и ни до чего не дореформировали... Мы не готовы еще к тому, чтобы реформа действительно пошла разумно, в каком-то осмысленном виде.

*А.И. Солженицын, 1995 г.*

С конца 1950-х гг. в нашей стране стали предприниматься активные попытки модернизации системы обучения математике в школе. Учебники А.П. Киселева стали вытесняться новыми книгами, написанными современным для того периода языком, но при этом не нарушавшими сложившихся традиций изложения, характерных для учебников А.П. Киселева<sup>4</sup>. А в 1957 г. вышел экспериментальный учебник арифметики для V–VI классов И.К. Андронova и В.М. Бадиса, построенный на теоретико-множественной основе<sup>5</sup>.

Не успели учителя математики приспособиться к действующим тогда программам и учебникам, как в 1960 г. был объявлен конкурс на *новые школьные учебники математики*.

Итоги этого конкурса были подведены и опубликованы в журнале «Математика в школе» (1965. – №4). Увы, жизнь этих учебников оказалась быстротечной: лишь некоторые из них были изданы в качестве пробных и стали более или менее использоваться в школе, например, учебник Е.С. и Е.С. Кочетковых, учебник К.С. Барыбина<sup>6</sup>.

Волны реформ следовали одна за другой; каждая следующая волна гасила предыдущую. На очереди был «девятый вал». Его предтечей явилась публикация (в том же номере журнала – номере, содержащем сведения о результатах конкурса учебников) материала об объеме математических знаний, который, по мнению авторов, должен был стать основой школьных программ. Авторами этих предложений выступили И.М. Гельфанд, А.Н. Колмогоров, А.И. Маркушевич, А.Д. Мышкис, Д.К. Фаддеев, И. М. Яглом. В целом же, несмотря на эти «экспериментальные волнения», вплоть до конца 1960-х гг. преподавание математики в массовой школе было все же относительно стабильным. Поначалу казалось, что предстоящие изменения в содержании школьного математического образования будут разумными и постепенными, пройдут апробацию

<sup>4</sup> Например, учебник арифметики А.П. Киселева был заменен учебником И.Н. Шевченко, учебника алгебры и геометрии А.П. Киселева для неполной средней школы – соответственно учебниками А.Н. Барсукова и Н.Н. Никитина и задачками П.А. Ларичева (по алгебре), Н.Н. Никитина и Г.Г. Масловой (по геометрии).

<sup>5</sup> Андронов И.К., Бадис В.М. Арифметика. М., 1957.

<sup>6</sup> Подробнее о конкурсе см.: Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В. Русская школа и математическое образование: наша гордость и наша боль (учебное пособие). Орел, 2007. Ч. III. С. 14–15.

практикой. Вице-президент АПН СССР А.И. Маркушевич считал необходимым «установление правильного соотношения между классическим достоянием науки и современными научными достижениями», между массивным, относительно устойчивым ядром (состоящим из знаний и навыков, которые успели приобрести классический характер) и значительно меньшей по массе оболочкой (закрывающей в себе идеи и факты, отвечающие в известной мере научной и культурной «злобе дня»). Факт наличия такого ядра, по справедливому мнению А.И. Маркушевича, и обеспечивал в разумных пределах стабильность содержания учебного процесса<sup>7</sup>.

Однако уже в 1969 г. школу ждало великое испытание – новая существенная реконструкция естественно-математического образования: «оболочка» и «ядро» поменялись местами.

Нельзя не отметить, что «реформистская болезнь» снова была принесена к нам с Запада. Еще в 1950-х гг. активизировалась деятельность *Международной комиссии по народному образованию*. Вопросы школьного математического образования стали обсуждаться на международных математических конгрессах. В 1954 г. на математическом конгрессе в Амстердаме комиссия представила участникам доклад о радикальной реформе школьной математики. Было предложено положить в основу ее построения понятия множества, преобразования и структуры; модернизировать математическую терминологию и символику, существенно сократить многие традиционные разделы элементарной математики.

Эта модернизация математического образования проходила под влиянием идеи *аксиоматического построения математики как единой науки, выдвинутой группой французских ученых, выступивших под псевдонимом Н. Бурбаки*. Н. Бурбаки показали, что все разнообразные (и, казалось бы, автономные) разделы математики (или различные математические дисциплины) суть ветви одного и того же «математического дерева», корнями которого являются так называемые математические структуры. Н. Бурбаки *определили математику как науку о математических структурах и их моделях*.

На Международном математическом конгрессе в Стокгольме в 1962 г. уже отмечалось, что в большом числе западных стран в школьном (!) курсе математики предполагается изучать элементы теории множеств и математической логики, понятия современной алгебры (группы, кольца, поля, векторы), начала теории вероятностей и математической статистики. Рекомендовалась желательность модернизации математической терминологии и символики; предлагалось исключить из школьного курса ряд традиционных разделов курса математики (элементарную геометрию и тригонометрию, потеснить арифметику). В рекомендациях Международной сессии, посвященной преподаванию математики в школе, проходившей в

<sup>7</sup> Газета «Неделя». 1973. №35.

Афинах в 1963 г., прямо указывалось на то, что «основой школьного курса математики являются понятия множества, отношения, функции», отмечалась «необходимость иметь перед глазами (преподавателя, автора программ и учебников – Ю.К., О.С.) идею математических структур как идейную нить преподавания»<sup>8</sup>.

Идеи неореформаторов с начала 1970-х гг. стали активно внедряться в школьную практику некоторых европейских стран (прежде всего Франции, Англии, Бельгии), в школах США и Канады. Не избежала этого соболезна (при этом, как всегда, с опозданием) и наша, отечественная, школа.

В декабре 1964 г. была создана Государственная Комиссия по реформе среднего образования при АН СССР и АПН СССР<sup>9</sup>. Её математическую секцию возглавили академики *А.Н. Колмогоров* и *А.И. Маркушевич* – активные сторонники реформы и постоянные участники всех международных конференций и конгрессов по математическому образованию конца 1960-х – начала 1970-х гг.

Главным лозунгом Комиссии стало обновление содержания общего образования, приведение его в соответствие с современными для того периода научными достижениями. В качестве целевой установки учебных программ по всем предметам была поставлена задача – «не превращая научную новизну в самоцель, вместе с тем ввести школьников в мир современной науки, вооружить их знанием всего наиболее существенного и передового, что составляло ее содержание».

В 1966 г. очередное заседание Международного математического конгресса проходило в нашей стране. В одной из секций конгресса обсуждались вопросы математического образования. Выступавшие, в основном сторонники реформы, говорили о ней как о деле уже решенном в принципе, важном и нужном. Те трудности, которые уже обнаружились на практике, объяснялись главным образом новизной подхода и неподготовленностью учителей.

Подавляющее большинство отечественных математиков-педагогов и методистов также заразились этим новым «поветрием» с Запада. Никто тогда и не думал о том, какой урон нашей отечественной средней школе нанесет эта заоблачная целевая установка, как долго придется устранять ее последствия.

Изменения, сделанные в соответствии с учебным планом 1966 г., не были столь радикальными, как это может показаться поначалу. Содержания и методов обучения они, по существу, не затронули. Однако к началу

<sup>8</sup> Дешман И.Я. Международная сессия, посвященная новым методам преподавания математики // Математика в школе. 1965. №3. С. 94.

<sup>9</sup> Следует заметить, что введенная в 1958 г. 11-летка (одиннадцатый год предвизначался тогда не только для решения усложнявшихся общеобразовательных задач, но и для профессионального самоопределения выпускников школы) вновь становилась 10-летней, т.е. с 1 сентября 1964 г. на год сокращался срок обучения.

1970 гг. уже созрело новое движение – *повышение теоретического уровня школьного обучения*. По предметам гуманитарного цикла осуществить это было и политически, и содержательно довольно не просто. Поэтому намеченные революционные изменения коснулись предметов естественно-математического цикла и, прежде всего, математики и физики.

В математике приоритетное положение заняли элементы теории множеств и математической логики, геометрические преобразования, векторный и координатный методы, производная и интеграл. В физике – теория молекулярного и атомного строения вещества; в химии – периодическая система элементов и природа их взаимосвязей. Было указано на необходимость усилить «логическую обработку и теоретическое объяснение материала».

Отделение математики АН СССР (равно как и отделение физики) всерьез не занималось школьной реформой, доверив свое представительство в ее проведении академикам А.Н. Колмогорову и И.К. Кикоину.

В 1966 г. вышел в свет первый вариант новой программы по математике для 4–10 классов; в 1967 г. – второй ее вариант, который был опубликован в журнале «Математика в школе» с целью широкого обсуждения. Однако обсуждения не состоялось – вскоре новая программа была официально утверждена Министерством просвещения СССР и опубликована в журнале «Математика в школе» (1968.– №2). Сверху было решено реформировать сразу массовую школу.

По этой программе была начата *спешная работа по написанию новых учебников*, к созданию которых стали привлекаться и академики АН СССР и АПН СССР, педагоги высшей школы, практически не знавшие ни среднюю школу, ни особенностей преподавания в ней. Для написания новых учебников и на их проверку был оставлен один учебный год (!).

В 1970/71 учебном году начался повсеместный *переход массовой школы СССР на новую систему обучения математике в соответствии с утвержденным планом*: в 1970/71 учебном году – IV классы, 1971/72 – V классы, 1972/73 – VI классы, 1973/74 – VII и IX классы, 1974/75 – VIII и X классы. Указывалось, что новая программа по каждому классу утверждается (окончательно) одновременно с соответствующими учебниками<sup>10</sup>.

Не правда ли, ударная семилетка? Реформа должна была закончиться (по плану министерства) в 1975 г.; закончилась она в 1980 г., потерпев полное фиаско.

*Изменения в содержании школьного обучения математике (в программе и учебниках) были весьма радикальными*. Так, бывший курс арифметики 5-6 классов заменили *курсом математики*, в котором учебный материал начинался с изучения элементов теории множеств; арифметический материал был существенно «пропитан» алгебраической и геометрической

<sup>10</sup> В это время были изданы, например, «реформистские» учебники по алгебре (под ред. А.И. Маркушевича) и по геометрии (под ред. Э.А. Скопца, под ред. А.Н. Колмогорова) и др.

пропедевтикой. *Курс алгебры* основной школы оказался «пронизанным» идеей множества, соответствия и функции. В *курсе планиметрии* геометрическая фигура стала рассматриваться как множество точек; была усилена идея геометрических преобразований, повышена строгость при рассмотрении геометрических величин, были включены элементы векторного исчисления. *Курс алгебры и начал анализа* в старших классах излагался на языке «эпсилон-дельта», рассматривались понятия предела, производной, первообразной, определенного интеграла и даже дифференциального уравнения. *Курс стереометрии* строился преимущественно на векторной основе; в заключение курса математики рассматривалась *система аксиоматического построения геометрии*.

Таким образом, новая программа и учебники по математике разительно отличались от всех предшествующих программ нашей отечественной школы. Они содержали не только целый ряд абсолютно новых для учителей вопросов, но и весьма непривычные для них трактовки общеизвестных математических понятий, равно как и необычную терминологию и символику.

Ни учительство, ни институты усовершенствования учителей, ни пединституты, ни органы образования на местах не были готовы к столь резкому изменению содержания и методов обучения математике в школе.

Положение осложнялось и тем, что и сами авторы новых учебников, а также руководство Министерства просвещения были непоследовательны в своих программно-методических установках. Так, например, на первом учебном году реформы требовалось символически и терминологически отличать *отрезок*  $AB$  как множество точек –  $[AB]$ , *длину отрезка*  $AB$  как величину –  $|AB|$  и *значение длины* как число (за неумение это делать учитель снижал школьнику оценку); на втором году реформы было рекомендовано считать это не обязательным, а вроде бы изначально ясным (руководствоваться здравым смыслом). В начале систематического курса алгебры шестиклассникам (!) предлагалось понять и запомнить *безупречно строгое определение функции* (и авторы учебника даже гордились этим): «*Функцией* называется соответствие между множеством  $A$  и множеством  $B$ , при котором каждому элементу множества  $A$  соответствует не более одного элемента множества  $B$ ». Иллюстрировали это определение примерами соответствия, определенного на конечных множествах, состоящих из небольшого числа элементов, метко названных учителями «блинчиками» (см. рис. 1).

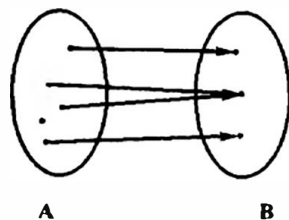


Рис. 1

состоящих из небольшого числа элементов, метко названных учителями «блинчиками» (см. рис. 1).

Тот факт, что при сразу же начинавшемся изучении конкретных функций (например, линейной функции) школьники имели дело не с дис-

кретными конечными множествами, а с непрерывными бесконечными множествами, никого не смущал. Некоторые методисты говорили, правда, что введенное определение функции нигде в курсе алгебры не «работает», но это считалось небольшой погрешностью.

К тому же возникла «педагогическая вилка» между обучением математике и обучением физике. На уроках математики школьники говорили о *функции как о соответствии*, а на уроках физики те же школьники говорили о ней как о *зависимой переменной* (и такая «раздвоенность» была не единственной).

Первые теоремы традиционного систематического курса геометрии, на которых «дореформенные» школьники учились логике доказательства и которые легко доказывались «методом наложения», сопровождалась теперь значительно более трудными доказательствами (треугольники нельзя было мысленно выводить из плоскости). При этом признаки равенства треугольников стали называться *признаками «конгруэнтности»*, так как термин «равно» оказался занятым при введении начал теории множеств.

Тот факт, что термин «равно» относился к множествам, состоящим из одних и тех же элементов, а треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  состоят из разных точек, с трудом осмысливался школьниками. Более того, трактовка многих математических понятий, принятая в школьном курсе математики, стала существенно отличаться от трактовки тех же понятий в курсе физики. Кроме отмеченных ранее различий в трактовке функции, укажем еще одно – в *определении вектора*. Вектор в курсе физики определялся как направленный отрезок. В новом курсе математики его определяли так: «*Вектором* (параллельным переносом), определяемым парой  $(A, B)$  несовпадающих точек, называется преобразование пространства, при котором каждая точка  $M$  отображается на такую точку  $M_1$ , что луч  $MM_1$  сонаправлен с лучом  $AB$  и расстояние  $|MM_1|$  равно расстоянию  $|AB|$ ».

В первые годы реформы переподготовка учителей проходила по цепочке по принципу «испорченного телефона»: учителя математики получали методическую информацию из вторых или третьих рук. Программа по математике была столь нова, а учебники столь несовершенны и трудны для понимания, что методистам приходилось сначала разъяснять учителям последовательно (т.е. шаг за шагом) содержание учебника, а уже потом говорить о методике преподавания тех или иных тем. Создавшаяся ситуация вынудила многих опытных учителей математики досрочно уйти на пенсию (по выслуге лет), что еще больше усугубило возникшие серьезные трудности в реализации идей реформы. Более того, срочно были приняты меры по изменению системы математической подготовки будущих учителей в педагогических институтах: были составлены новые учебные планы и программы. Сыграл свою негативную роль и тот факт, что из учебных планов физико-математических факультетов пединститутов был исключен специальный курс элементарной математики (изучавшийся в течение всех четы-



рех лет обучения и представляющий теоретическую и практическую надстройку традиционного школьного курса математики).

Более того, в течение всего срока действия нового курса математики в школе (с 1969 по 1979 гг.) каждый год программа и учебники изменялись, перерабатывались, сокращались. Многие темы курса переходили в разряд необязательных или исключались из него совсем. И тем не менее курс математики упрямо не упрощался! В меньшей степени был заформализован курс алгебры, так как не удалось сделать его строго теоретическим; большей формализацией был пронизан курс геометрии – как курс, построенный на строго логической основе.

Уже на третьем году реформы, когда школьники стали изучать систематические курсы математики и физики (в шестом классе), выяснилось, что они математику «просто не понимали, особенно учебник под редакцией А.Н. Колмогорова». В ряде регионов с разрешения Минпроса не аттестовывали учащихся. Такие же сложности возникли с новым учебником физики под редакцией академика И.К. Кикоина.

Уникальность образовательной ситуации в стране проявлялась еще и в противостоянии союзного и республиканского (российского) Министерств просвещения. *Министерство просвещения СССР* выступило активным сторонником и проводником идей реформ. *Республиканское Министерство просвещения* (возглавляемое в то время А.И. Даниловым, авторитетным педагогом и администратором, академиком АПН СССР) отнеслось к идее коренного преобразования школьного естественно-математического образования *достаточно осторожно*. Напомним, что в его ведении были тогда лишь начальное обучение и преподавание родного (русского) языка и литературы. Поэтому в России реформирование начальной школы практически не произошло. Отдельные попытки внедрить теоретико-множественный подход в начальный курс математики не вышли за рамки локальных экспериментов, не проникли в массовую школу. Курс математики начальной школы попытались обновить только за счет более ранней алгебраической и геометрической пропедевтики (явного изучения простейших уравнений и т.п.). Однако и от этих нововведений весьма быстро отказались.

Министерство просвещения РСФСР проявляло явное беспокойство ходом школьной реформы. Еще в марте 1973 г., выступая на Всероссийском совещании по народному образованию, министр просвещения РСФСР А.И. Данилов говорил о «просчетах в оправданном совершенствовании содержания образования и методах обучения». «Это, – продолжал министр, – в частности, относится и к переходу на новое содержание математики в средней школе, когда допускаются определенные изъяны, вытекающие из забвения того обстоятельства, что при всеобщем среднем образовании в школе готовятся не будущие математики-исследователи, а обучается вся молодежь. По-видимому, в этом забвении состоит одна из

причин того чрезмерного акцента на аксиоматику и формально логическую сторону... Нельзя развивать мышление учащихся вообще. Оно может стать и творческим, и самостоятельным лишь в процессе овладения основами наук, именно основами наук, а не любыми потоками информации»<sup>11</sup>.

Министерство просвещения РСФСР ежегодно слушало на коллегии отчеты о ходе реформы школьного математического образования, регулярно отсылая аргументированные и объективные справки о состоянии дел в Министерство просвещения СССР; предлагало ряд мер по снижению темпов реформы, облегчению программных требований; выражало свои сомнения по поводу забвения отечественных школьных традиций. Под давлением неоспоримых фактов пошли даже на такой крайний шаг, как отмена экзамена по геометрии (а на первом году реформы – отмена годовой оценки по геометрии в шестых классах). Ничего не помогало. Авторы учебников и реформаторы из министерства продолжали утверждать, что неуспехи реформы временны; объясняются «болезнью роста», неподготовленностью учителей, слабой подготовкой детей в начальной школе и даже переходом к среднему всеобучу!

Пик внедрения новой идеологии пришелся на 1975 г. В этом году, в соответствии с намеченным ранее, должен был завершиться переход на новый учебный план и на модернизированные программы.

На сессии АПН СССР (1975) отмечалось, что переход на новое содержание обучения ознаменовался «значительным подъемом уровня учебной работы общеобразовательной школы. Вместе с тем, внедрение новых программ и учебников выявило существенные недостатки: не преодолены их перегруженность, неоправданное дублирование учебных материалов, слабо отражены возможности межпредметных связей».

О том же было сказано и в Постановлении ЦК КПСС и СМ СССР «О дальнейшем совершенствовании обучения и воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду» (декабрь, 1977) с добавлением того, что программы и учебники «перегружены излишней информацией и второстепенным материалом».

В Постановлении прозвучало требование устранить отмеченные недостатки и строго определить предельную учебную нагрузку школьников по классам. Несколько позднее вопросам совершенствования содержания образования была посвящена сессия АПН СССР (1979).

Когда были обнародованы результаты приемных экзаменов, которые сдавали абитуриенты, завершившие изучение математики на теоретико-множественной основе и пришедшие поступать в МГУ, МФТИ, МИФИ и другие престижные вузы (т.е. лучшие выпускники наших школ), среди ученых-математиков АН СССР и преподавателей вузов началась паника. Было повсеместно отмечено, что математические знания выпускников

<sup>11</sup> Цит. по: Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В. Русская школа и математическое образование: наша гордость и наша боль (учебное пособие). Орел, 2007. Ч. III. С. 49.

школы страдают формализмом; навыки вычислений, элементарных алгебраических преобразований, решения уравнений фактически отсутствуют. Абитуриенты оказались практически неподготовленными к изучению математики в вузе. Шок от результатов этой реформы, полученный общественностью, был настолько велик, что вызвал соответствующую реакцию в ЦК КПСС и правительстве страны.

Да, с позиций сегодняшнего дня четко просматривается непригодность данного курса математики для массовой школы. Фактически этим курсом научный уровень преподавания математики повышен не был, а до недопустимых пределов (и нередко без особой надобности) вырос уровень формализации школьного курса математики.

О том, что положение с математической подготовкой выпускников средней школы стало критическим, МП РСФСР сообщало в вышестоящие правительственные и партийные инстанции неоднократно. Но министр просвещения СССР был в то время и членом ЦК КПСС, и потому эти сигналы гасились. Тем не менее, «бунт на корабле» все же произошел.

Министерство просвещения РСФСР, лучше информированное о положении дел в своей (и самой большой) республике, решило немедленно начать работу по созданию новых программ по математике (на основе утраченных позитивных традиций отечественной школы), а также – подготовку новых учебников математики. В марте – апреле 1978 г. Коллегией министерства была образована специальная комиссия по такой контрреформе (академик АН СССР А.Н. Тихонов – научный руководитель, Ю.М. Колягин – ее педагогический руководитель). Коллегией МП РСФСР было поручено комиссии в срочном порядке подготовить новую программу по математике для 4–10-х классов и начать работу над новыми учебниками для массовой школы.

Бюро Отделения математики АН СССР поручило академику А.Н. Тихонову возглавить работу в Министерстве просвещения РСФСР по разработке новой программы и учебников математики для средней школы. Более того, в мае 1978 г. оно приняло следующее специальное постановление.

**Герб СССР**  
**ПРЕЗИДИУМ АКАДЕМИИ НАУК СССР**  
**Бюро Отделения математики**  
**ПОСТАНОВЛЕНИЕ**

10 мая 1978 г.

г. Москва

Протокол № 24

п. 1. Об учебных программах и учебниках по математике для средней школы:

1. Признать существующее положение со школьными программами и учебниками по математике неудовлетворительным как вследствие неприемлемости принципов, заложенных в основу программ, так и в силу недоброкачественности школьных учебников.

2. Считать необходимым принять срочные меры к исправлению создавшегося положения, широко привлекая, в случае необходимости, ученых-математиков, сотрудников АН СССР, к разработке новых программ, созданию и рецензированию новых учебников.

3. Ввиду создавшегося критического положения в качестве временной меры рекомендовать рассмотреть возможность использования некоторых старых учебников.

4. Провести широкое обсуждение вопроса о школьных программах и учебниках по математике на Общем собрании ОМ осенью (октябрь 1978 г.).

Председатель академик-секретарь Отделения математики АН СССР академик Н.Н. Боголюбов	Ученый секретарь Отделения ма- тематики АН СССР д.ф.-м.н. А.Б. Жижченко
--	---

Работа над составлением новой программы по математике и подготовкой новых учебников началась незамедлительно. Министерство просвещения РСФСР ориентировало сектор обучения математике НИИ школ и ЦИУУ<sup>12</sup> на подготовку к экспериментальной проверке программ и учебников в массовой школе. Активно включилась в деятельность по исправлению создавшегося положения и сама АН СССР.

5 декабря 1978 г. состоялось Общее собрание Отделения математики АН СССР (ОМ АН СССР). В Решении этого собрания давалась отрицательная оценка действующим программе и учебникам. Однако сверху последовало указание о запрете публиковать это Решение в журнале «Математика в школе», поэтому, увы, оно не стало достоянием широкой педагогической общественности. По материалам этого собрания в журнале была опубликована лишь краткая статья академиков А.Н. Тихонова, Л.С. Понтрягина и В.С. Владимирова<sup>13</sup>.

Между тем Решение не кануло в Лету. Ответственные за его исполнение академики приступили к активным действиям. Сразу после собрания была создана комиссия ОМ АН СССР по новой реформе школьного математического образования (противники правильно называли ее «Назад к Киселеву») в составе академиков А.Н. Тихонова, И.М. Виноградова, А.В. Погорелова, Л.С. Понтрягина. Однако вскоре Бюро Отделения математики АН СССР разделило сторонников новой реформы, образовав две комиссии – одну под председательством академика И.М. Виноградова, вторую – под председательством академика А.Н. Тихонова. Обе комиссии продолжили разработку программ и создание соответствующих экспериментальных пособий<sup>14</sup>.

Однако и после этих решений Министерство просвещения СССР продолжало бездействовать, считая, что ничего особенного в школе не происходит, а если и происходит, то это локальные неувязки.

<sup>12</sup> ЦИУУ – Центральный институт усовершенствования учителей.

<sup>13</sup> Владимиров В.С., Тихонов А.Н., Понтрягин Л.С. О школьном математическом образовании // Математика в школе. 1979. №3. С. 12–14

<sup>14</sup> В журнале «Математика в школе» в 1979 г. были опубликованы проекты программ обеих комиссий. В №2 – проект программы, разработанный под председательством академика И.М. Виноградова, в №3 – проект программы, разработанный под председательством академика А.Н. Тихонова (второй проект был также опубликован в Вып. 9 «Сборника приказов и инструкций Министерства просвещения РСФСР»).

В 1980 г. был утвержден типовой учебный план. По каждому предмету и классу был определен объем требований к знаниям, умениям и навыкам учащихся и критерии оценки знаний. И опять зазвучали требования к школе о необходимости усиления «мировоззренческой и трудовой направленности учебных предметов, об укреплении межпредметных связей, о соблюдении преемственности и т.д. и, конечно же, об усилении связей с трудовой подготовкой и профессиональной ориентацией учащихся. Но ни слова о необходимости перестроить систему математического образования.

С другой стороны, Министерство просвещения СССР «наращивало обороты», направляя, однако, главные усилия не на радикальное исправление создавшегося положения, а на подавление «бунта республики», сохранение «чести мундира», на утверждение приоритета своих решений. Исправление ошибок затормозилось. И тут, как гром среди ясного неба, в 1980 г. в партийном журнале «Коммунист» (№14) появилась статья академика Л.С. Понтрягина, не оставившая камня на камне от уже минувшей реформы. Эта публикация, по сути, ознаменовала победу противников реформы. Они получили долгожданную возможность выразить свой протест в открытой печати. А министр просвещения СССР был вынужден перед редакцией журнала держать ответ, в котором пытался изложить суть мер, «призванных способствовать улучшению математической подготовки учащихся общеобразовательных школ»<sup>15</sup>.

Контрреформа стала неизбежной. Ее идейным вдохновителем выступил академик **Андрей Николаевич Тихонов**.

---

<sup>15</sup> После выступления «Коммуниста» // Коммунист. 1980. №18 (1190). С. 119–121.

**Педагогический подвиг академика А.Н.Тихонова**  
(по воспоминаниям Ю.М. Колягина)<sup>16</sup>

Андрей Николаевич Тихонов родился 30 октября 1906 г. в Гжатске Смоленской области. В 1927 г. он окончил Московский университет, а затем аспирантуру в Институте математики МГУ. В конце 20-х годов работал учителем математики в средней школе. После защиты докторской диссертации в 1936 г. – профессор Московского университета и Института прикладной математики АН СССР (с 1979 г. – в должности директора). В 1970 г. в МГУ был образован факультет вычислительной математики и кибернетики; со дня его основания А.Н. Тихонов был его деканом и заведовал там же кафедрой математической физики. В 1939 г. А.Н. Тихонов был избран членом-корреспондентом АН СССР, а в 1966 г. – академиком.

А.Н. Тихонов – автор и руководитель выпуска многотомного курса высшей математики и математической физики для университетов. Он дважды Герой Социалистического Труда (1953, 1986), лауреат Государственных премий СССР (1953, 1966, 1981).

А.Н. Тихонов – выдающийся ученый, достигший фундаментальных результатов во многих разделах современной математики и ее приложений. Он внес большой вклад в создание новых научных направлений, например, в методы решения некорректно поставленных задач.

Особая роль принадлежит Андрею Николаевичу в исправлении тяжелого положения с математическим образованием в средней школе, вызванного непродуманной реформой школы 70-х годов. *Он стал научным руководителем авторских коллективов учебников, воссоздавших позитивные традиции отечественной школы, которые уже два десятилетия действуют в массовой школе.*

К сожалению, о педагогической деятельности А.Н. Тихонова, особенно той, которая была связана со средней школой в критический период школьного математического образования, говорится редко и мало.

Попытаюсь хотя бы частично восполнить этот пробел, так как эта сторона деятельности Андрея Николаевича проходила при моем непосредственном участии, что называется «на моих глазах».

Напомню, что к концу 1970-х гг. школьное математическое образование оказалось в глубоком кризисе. После первого выпуска учащихся массовой средней школы, изучавших математику в «бурбакистском духе», обнаружилась их полная неготовность к продолжению образования в тех вузах, где требовалось применять свои математические знания. Ученые-математики (и педагоги, и преподаватели) обнаружили у выпускников средней школы поверхностные знания начал т.н. современной математики и полную безграмотность в области т.н. математики элементарной.

<sup>16</sup> Публикуется с изменениями и дополнениями по сб. Академик Андрей Николаевич Тихонов (к 100-летию со дня рождения) / Редактор-составитель Е.А. Григорьев. М., 2006. С. 322–329.

И именно Андрей Николаевич осуществил редкий в нашем Отечестве творческий симбиоз чиновников Министерства просвещения РСФСР, АН СССР, педагогов и учителей, совместные усилия которых были направлены на восстановление полноценного школьного математического образования.

В 1978 году А. Н. Тихоновым (совместно с МП РСФСР) были созданы два авторских коллектива:

- по алгебре (проф. МГУ Ш.А. Алимов и В.А. Ильин; проф. МФТИ Ю.В. Сидоров и М.И. Шабунин; д-р пед. н., зам. директора НИИ школ МП РСФСР Ю.М. Колягин);
- по геометрии (проф. МГУ Э.Г. Позняк и В.Ф. Бутузов, проф. МГПИ Л.С. Атанасян, с. н. с. физфака МГУ С.Б. Кадомцев).

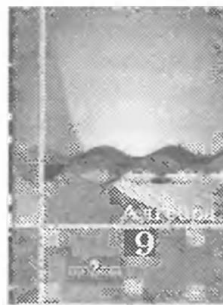
В дальнейшем в состав авторских коллективов были введены и опытные учителя математики, проводившие экспериментальную проверку учебников: И.И. Юдина, Н.Е. Федорова и Л.С. Киселева.

Эти учебники оказались настоящими долгожителями. Они продолжают издаваться и пользуются популярностью и в наше время. Поэтому представляют интерес истоки их появления, история о том, как проходила работа авторских коллективов.

Практически каждую неделю А.Н. Тихонов (будучи в это время директором НГМ АН СССР и деканом факультета ВМК МГУ) собирал авторские коллективы и обсуждал с ними (иногда строку за строкой) тексты новых учебников! Более того, Андрей Николаевич в первую очередь заботился о сочетании в учебнике научности и доступности, выдвигал при этом свои педагогические принципы.

Так, например, А.Н. Тихонов был убежден в том, что *каждое вводимое математическое понятие должно сразу же активно работать*. Следуя этому положению, из курса алгебры 7 класса было исключено понятие о равносильности уравнений как ненужное при изучении уравнений с одним неизвестным.

А.Н. Тихонов подчеркивал необходимость *начинать изучение каждой темы курса с простого*, с задач, имеющих однозначное решение, а затем уже переходить к рассмотрению более сложных вопросов. Именно поэтому в первых изданиях пробных учебников алгебры уравнение  $ax+by=c$  как таковое не рассматривалось, а сразу изучались системы двух линейных



Так выглядит обложка современного учебника «Алгебра – 9» авторов Ш.А. Алимова, Ю.М. Колягина, Ю.В. Сидорова и др. (Просвещение, 2010 г.)

Рис. 2

уравнений с двумя неизвестными, решение которых было для школьников четко определенным и хорошо иллюстрировалось графиком.

С Андреем Николаевичем можно было спорить, доказывая свою правоту. Он всегда был мудр и демократичен. Его трудолюбие поражало: он готов был работать с нами и во время своего отдыха (на даче), и во время перерывов от основной работы (в своем кабинете на факультете), и даже во время недомогания (будучи на лечении в санатории «Узкое»). Мы – молодые – уставали, а он, казалось, нет. Для него было обычным делом позвонить, например, мне в два часа ночи и посоветоваться по поводу своего выступления на Коллегии МП РСФСР, на котором регулярно заслушивались результаты проводимого эксперимента, или прочитав вслух свою докладную записку в ЦК КПСС, где ему также неоднократно приходилось бывать, доказывая в очередной раз правоту нашего дела (в ЦК КПСС и Политбюро были как сторонники, так и противники намеченных перемен).

Отчитывались мы все регулярно у него на дому, причем по полной программе: о ходе работы над учебниками, о результатах эксперимента, об обстановке «внизу» и «наверху».

Помню эпизод, когда нас всех (сторонников и противников прошедшей реформы) собрал в 1984 году новый министр просвещения СССР С.Г. Щербаков. Министр начал своё выступление примерно так: «Там, наверху, – он указал пальцем на потолок, – меня торопят с решением вопроса о школьной математике, с завершением всех споров по этому вопросу! Мне осталось до пенсии всего лишь два года, и терять свое место я не хочу. Поэтому я требую от вас быстрой работы».

Андрей Николаевич, когда я ему рассказал об этом совещании, долго смеялся и говорил: «Министров надо понимать. Им есть что терять. Не то, что нам – ученым, нам нечего терять, кроме своих цепей».

Результат сделанного А.Н. Тихоновым в области школьного математического образования можно смело назвать педагогическим подвигом. Учебники по математике, созданные под его руководством для основной и средней школы в 1987–1988 гг., получили призовые места на Всесоюзном конкурсе на новые школьные учебники математики, завоевали право на долгую жизнь и по времени догоняют учебники А.П. Киселева – действуют в нашей школе до сих пор (уже более 25 лет). И это происходит в условиях сильной конкуренции с другими альтернативными учебниками. Сошлюсь, например, на добротные учебники математики коллектива, возглавляемого академиком С.М. Никольским.

По поводу учебников математики, отражающих отечественные традиции, нередко говорят: «Они хороши, но они устарели; их надо менять на современные». Как это совпадает с критикой таких же по духу учебников литературы: критики берут на себя смелость утверждать, что устарели произведения А.С. Пушкина, Н.В. Гоголя и, тем более, Н.А. Некрасова.



При этом рекомендуется изучать в школе произведения более современных поэтов и прозаиков (стихи И. Бродского и прозу В. Ерофеева).

Классика (а учебники А.П. Киселева – классические школьные учебники, подражать которым далеко не грех) не устаревает. *Классика всегда остается классикой.* Об этом нам всем не раз говорил А.Н. Тихонов.

Я уверен, что выдающиеся результаты, полученные А.Н. Тихоновым в области математики, не устареют. Не должен кануть в вечность и его педагогический подвиг – борьба за возрождение отечественных традиций в школьной математике. Навсегда останется в памяти всех, кто его знал, светлый образ личности Андрея Николаевича – выдающегося деятеля математической науки и математического просвещения.

И, наконец, переходя к **стенограмме** – главному публикуемому в этой книге документу, следует заметить, что академик А.Н. Тихонов активно участвовал в обсуждении проблем математического образования на общем собрании отделения математики АН СССР, состоявшемся **5 декабря 1978 г.**

**ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИКИ АКАДЕМИИ НАУК СССР**

**СТЕНОГРАММА**

**ОБЩЕГО СОБРАНИЯ ОТДЕЛЕНИЯ МАТЕМАТИКИ,  
ПОСВЯЩЕННОГО ОБСУЖДЕНИЮ ШКОЛЬНЫХ ПРОГРАММ И  
УЧЕБНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**

5 декабря 1978 года

Повестка дня:

1. *О преподавании математики в школах СССР.*

Выступление заместителя Министра просвещения СССР тов. В.М. Коротова.

2. *О некоторых проблемах преподавания математики в школах Российской Федерации.*

Выступления Г.П. Веселова и Ю.М. Колягина.

3. *О проблемах школьного образования в области математики.*

Выступление академика А.Н. Тихонова.

4. *О некоторых основных проблемах преподавания математики в средней школе.*

Выступление академика А.Н. Колмогорова.

5. *Обсуждение.*

6. *Принятие решения.*

г. Москва

Видимо после докладов будут вопросы. И обсуждение докладов, может быть, придется отнести уже на время после перерыва.

Нет возражений против такого порядка работы? Нет. Принимаем.

Слово передается Юрий Васильевичу Прохорову.

Ю.В. Прохоров

Есть письмо в адрес академика-секретаря нашего отделения Н.Н. Боголюбова от Министра просвещения РСФСР<sup>17</sup>. В нем говорится.

/Читает письмо/

Н.Н. Боголюбов

Совершенно очевидно, что мы на Общем собрании можем лишь обсудить некоторые принципы, которые должны быть положены в основу преподавания математики в средней школе, а главное – наметить некоторые организационные меры, которые должны быть приняты для немедленного исправления создавшегося положения.

---

<sup>17</sup> В стенограмме, очевидно, допущена опечатка. В документах хранится письмо министра просвещения СССР (от 28.11.78), а не министра просвещения РСФСР – прим. Ю.К., О.С.

Стенограмма  
Общего собрания Отделения Математики Академии наук СССР  
Председательствует: Академик-Секретарь Отделения  
Н.Н. Боголюбов.

Н.Н. Боголюбов.

Позвольте начать наше Общее собрание.

Дорогие товарищи!

Наше Отделение понесло со времени прошлого собрания тяжелые утраты. 24 июня скончался крупнейший советский математик и механик, выдающийся организатор науки Мстислав Всеволодович Келдыш. В сентябре скончался крупный советский математик, ведущий специалист в области математической статистики, член-корреспондент АН СССР Логин Николаевич Большев.

Прошу почтить их светлую память минутой молчания. /Все встают в молчании/.

Товарищи!

Мы посвящаем эту сессию Общего собрания Отделения математики проблемам математического образования в средней школе. Проблема эта имеет общенародное значение и вызывает большую озабоченность в самых широких кругах нашего общества.

Показателем этого является, в частности, тот огромный интерес, который был проявлен к сегодняшней сессии. Мы рады присутствию на нашем собрании руководящих представителей Министерства просвещения СССР, Министерства просвещения РСФСР и других руководящих деятелей советской средней школы.

### ПОРЯДОК ВЫСТУПЛЕНИЙ

1. Н.Н. Боголюбов /Открытие/.....
2. В.М. Коротов.....
3. Г.П. Веселов.....
4. Ю.М. Колягин.....
5. А.Н. Тихонов.....
6. А.Н. Колмогоров /прилагается/<sup>18</sup>.....
7. В.С. Владимиров.....
8. С.Л. Соболев.....
9. С.М. Никольский.....
10. Л.В. Канторович.....
11. Л.С. Понтрягин.....
12. М.И. Шабунин<sup>19</sup>.....
13. С.К. Годунов.....
14. Г.Д. Беришвили.....
15. А.В. Бицадзе.....
16. В.А. Савченко.....
17. А.Н. Тихонов.....
18. Обсуждение и принятие решения.....

---

<sup>18</sup> См.: Приложение 8. – Прим. Ю.К., О.С.

<sup>19</sup> В стенограмме ошибочно указаны инициалы М.И. Шабунина – Н.Д.

### В.М. КОРОТОВ

...В процессе перехода ко всеобщему среднему образованию были пересмотрены программы всех учебных предметов. Серьезные изменения были произведены и в содержании математического образования.

Нужно сказать, что в 50-60 гг. курс математики, который в то время изучался в школе, подвергался довольно широко критике в печати со стороны ученых и учителей. Отмечался ненужный концентризм построения курса, т.е. своеобразный повтор курса... (ГОЛОС. И постепенное расширение).

Есть педагогически оправданный концентризм, а есть концентризм, связанный с изменением ступеней школы. У нас были и 7-летние и 10-летние школы, и та и другая должны были дать соответствующую подготовку. В связи с переходом на единую общеобразовательную школу встала проблема ненужного концентризма.

Ряд ученых выступил с критикой курса математики за его некоторую архаичность, за то, что целый ряд понятий современной математики не был введен в содержание программ и учебников.

Мы благодарны за выступления таких известных ученых, как академики Александров, Ляпунов, Колмогоров..., – эта критика подготавливала проведение совершенствования программы. Не удовлетворяла существовавшая программа и учителей-практиков.

Первые пять лет целиком и полностью отдавались изучению арифметики, тренировке в формировании оперативных навыков в работе. Кроме того, благодаря открытию ряда ученых – психологов и дидактиков в период перехода к всеобщему обязательному среднему образованию стало возможным сократить срок начального обучения с четырех до трех лет, и это высвобождало целый год для систематического курса математики, которая теперь изучалась с 4 класса.

Президиум Академии педагогических наук и Президиум Академии наук создали комиссию по совершенствованию учебных программ, в частности, по математике, которую возглавил академик Колмогоров, которому мы благодарны за то, что все последние 15 лет он непосредственно связан с этой трудной работой по разработке программ и апробированию новых учебников.

Созданная комиссией программа обсуждалась, в частности, в Отделении математики, которое в конце 60-ых годов приняло специальное постановление – одобрить основные принципы построения новой программы.

(Л.С. ПОНТЯГИН. Вы помните такое решение?)

Оно было опубликовано, в частности, в № 3 журнала «Математика в школе» за 1968 г.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Было письмо к академику Хвостову.

**В.М. КОРОТОВ**

Я зачитаю дословный текст.

(Л.С. ПОНТРЯГИН. Кем оно подписано?)

Эта программа подписана Отделением математики Академии наук СССР.

В частности, в этом документе было написано: Общее собрание Отделения математики, заслушав и обсудив доклад председателя комиссии по математическому образованию, академика А.Н. Колмогорова по проекту программы по математике для средней школы, постановляет: признать правильным и необходимым проработать в предлагаемом проекте тенденцию включения в курс математики более эффективных разделов, с одновременным исключением менее важного материала. Особенно существенно введение в первый курс основ математического анализа.

Надо сказать, что в этом постановлении содержался и ряд критических замечаний в адрес программы. И она с учётом этих критических замечаний доработана. После этого мы приступили к созданию учебника.

Дело в том, что программа всегда – это только первоначальный эскиз, и его реализация только в учебнике получает свою настоящую жизнь. Опыт создания учебника показал нам, какое это трудное и сложное дело. Достаточно сказать, что мы работали над учебниками 4-10-х классов. Каждый учебник досматривался в трех-четырёх вариантах со стороны разных групп авторского коллектива; затем в течение трех лет экспериментировался, причем довольно широко, так как 7,5 тысяч школьников каждого класса учились по этим учебникам прежде, чем через три года он вводился как учебное пособие.

Этот процесс создания учебника был одновременно и процессом серьезной корректировки программ, кое что не получалось, а кое к чему приходилось подходить совершенно по-новому. Поэтому у нас в Министерстве сложилось такое правило, что программа для данного класса утверждается одновременно с текстом учебника. до этого она является своеобразным проектом программы.

Нужно сказать, что большие трудности мы встречаем с неподготовленностью к работе с новыми программами учителей. Мы проводили в течение трех лет ежегодную переподготовку всех учителей математики. Мы просили наш журнал «Математика в школе» вынести программы на обсуждение, это методический журнал, помогающий работе учителя. Мы пошли на создание так называемого учебно-методического комплекса. Эта задача была определена еще до постановления ЦК КПСС и Совета Министров о школе. И смысл этого в следующем: школе сейчас еще мало дать только программу и учебник, школе надо дать методические указания, учителю надо дать методику и теоретические книги, причем значительно переоснастить курс, дав дополнительные материалы. И мы создали такие комплекты, но эти комплекты мало помогли.

В прошлом учебном году в высшие учебные заведения страны впервые поступили ученики, окончившие школу по новым программам. И здесь мы могли впервые оценить результаты этой программы не только снизу – глазами учителей, но и сверху – выпускников этих школ.

Прием в высшие учебные заведения страны и в прошлом году, и в этом году прошел нормально и по ряду специальностей показал лучшее качество ответов, рост выпускников и их более глубокие знания по математике. В частности, у нас есть отзывы от математико-механического отделения МВТУ им. Баумана, от Белорусского университета, Московского государственного педагогического института и ряда других крупных учебных заведений страны.

Своеобразным показателем, хотя, вероятно, не очень массовым, является участие наших школьников в международных и всесоюзных олимпиадах. Здесь за последние годы мы видим хорошие успехи у ребят. Сейчас в этих олимпиадах принимает участие до 15-ти стран, в том числе Соединенные Штаты Америки, Франция, Англия, и наши ребята, как правило, занимают хорошие места, показывают хорошие знания и навыки.

И вместе с тем, товарищи, говоря сегодня о современном состоянии преподавания математики, Министерство не может считать себя удовлетворенным в силу того, что обнаружился целый ряд недостатков программ. Во-первых, некоторые идеи, которые высказывались ранее, когда обсуждался курс математики, не удалось реализовать.

Мы считаем (по данным исследований), что мы все-таки не достигли желаемого уровня развития логического мышления учащихся.

Плохо приживаются в школе отдельные понятия, и мы понимаем, что курс математического образования, программы по математике нуждаются в определенном совершенствовании.

Министерство просвещения предпринимает отдельные меры. В частности, в соответствии с постановлением ЦК партии и правительства прошлого года (оно было принято, если вы помните, в декабре), там содержалась критика содержания образования за перегрузку отдельными, чрезмерно усложненными вопросами и отдельными второстепенными вопросами. Мы вместе с Комиссией по математике, с Академией педагогических наук подготовили и напечатали, довели до сведения всех учителей возможные сокращения, которые можно уже в этом учебном году реализовать. Мало того. Мы сейчас, в связи с острой необходимостью дальнейшего совершенствования содержания образования, разработали проекты обновленных программ по всем предметам, в частности по математике проект программы был подготовлен Академией педагогических наук и опубликован в номере 4 «Математика в школе»<sup>20</sup> для самого широкого общественного обсуждения. То есть нам нужно собрать и мнение учительства.

---

<sup>20</sup> См Приложение 6. – Прим. Ю.К., О.С.



Но мы понимаем, что и здесь, вероятно, еще много вопросов не решенных и поэтому с большим интересом относимся к представленным Министерством просвещения РСФСР буквально в последние дни проектам программ, с которыми комиссии придется серьезно познакомиться. Сейчас пока трудно делать какие-либо выводы об этом материале, мы его слишком поздно получили. Кроме того, в несколько другом направлении развивается преподавание математики в школах Эстонии, у них несколько иной курс, там свои находки, и мы где-то через три – четыре месяца будем рассматривать их программу. Дело в том, что в Прибалтике 11-летняя школа, поэтому у них структура учебного плана несколько иная, чем в нашей массовой десятилетке. Они предлагают сохранить математический курс с некоторыми особенностями, которые были созданы именно в условиях 11-летней школы. Хотя по идейному набору эта программа близка к ныне действующей в школе.

Мы понимаем, что работа предстоит большая, и нам кажется, что такое общее собрание Отделения очень своевременно. Мы глубоко благодарны за ту помощь, которую получили, и, конечно, рассчитываем на еще большую помощь, прекрасно понимая, что без вас, без вашего участия мы полноценного курса математики в школе среднего всеобщего построения не сумеем.

Спасибо за внимание.

Л.С. ПОНТЯГИН

Я хочу задать вопрос. Вы говорили, что есть мнение механико-математического факультета Московского университета. Я хотел бы знать, кем оно подписано? Общее собрание Отделения математики Академии наук приняло решение, а бумага исходит от факультета, и это вызывает недоумение.

В.М. КОРОТОВ

Материалы направлялись в адрес Главного управления школ Министерства просвещения, подписал заместитель – академик Александров.

Л.С. ПОНТЯГИН

Значит, это не мнение факультета, а мнение Отделения.

В.М. КОРОТОВ

Это мнение Совета отделения математики механико-математического факультета.

Л.С. ПОНТЯГИН

Но не мнение механико-математического факультета, потому что оно должно быть подписано деканом, а оно не подписано.

В.М. КОРОТОВ

Вы правы: здесь подпись академика Александрова.

Л.С. ПОНТЯГИН

Это не мнение факультета, а мнение Совета отделения Факультета. А в сообщении Вы сказали, что получили мнение механико-математического отделения, что было ошибкой.

Следующий вопрос: утверждается, что было решение общего собрания Отделения в 1966 году. Я – член Отделения, никакого такого общего собрания не помню. Я мог случайно отсутствовать, но мы должны знать, кто подписал это решение? Если оно никем не подписано, это не решение. Кто-то должен подписать – академик-секретарь или его заместитель. Я утверждаю, что такого решения Отделения математики АН СССР не было, – я не знаю его.

В.М. КОРОТОВ

Я не могу представить подлинного документа потому, что есть его публикация в журнале.

Л.В. КАНТОРОВИЧ

Было такое собрание, очевидно, все члены Отделения помнят его. Я лично выступал на этом собрании.

Л.С. ПОНТЯГИН

А кто подписал этот документ?

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Я лично не помню такого документа.

С.Л. СОБОЛЕВ

Мне кажется, мы зря тратим время на обсуждение мелочей.

Л.С. ПОНТЯГИН

Объявляется, что Отделение поддержало определенную программу, а оно не поддержало.

С.Л. СОБОЛЕВ

Текст был согласован. Я не помню, кто подписал и как, но выяснение такого рода обстоятельств – это дело, которое мы можем делать потом.

Л.С. ПОНТЯГИН

Но тогда давайте считать, что такого мнения не существует.

А.Д. АЛЕКСАНДРОВ

Заседание это было, я на нем выступал против Колмогорова, и он мне возражал. Кто подписал – не известно.

Я предлагаю эту дискуссию прекратить. Отделение должно иметь в своем архиве соответствующий документ. А если соответствующего документа нет, то непонятно, зачем мы сейчас заседаем: может быть и потом не будет документа?!

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

У нас есть серьезное мнение о том, как сделать учебники, чтобы они удовлетворяли всем требованиям. Мы должны наметить принципы, которыми надо будет руководствоваться, а что, когда и где было подписано, история это знает.

А.Б. ЖИЖЧЕНКО

Все документы Отделения хранятся 3-5 лет максимум, а потом отправляются в архив. А это документы 12-летней давности, и их надо искать в архиве.

С.Л. СОБОЛЕВ

Обсуждать это сейчас не имеет никакого смысла.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Надо, чтобы каждый имел свое мнение и высказался.

Л.С. ПОНТЯГИН

Это ложное утверждение относительно мехмат факультета. Это не мнение мехмат факультета, а Отделения математики.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Давайте перейдем к вопросам. У кого есть вопросы? Если вопросов нет, слово имеет Георгий Петрович Веселов.

Г.П. ВЕСЕЛОВ

Дорогие товарищи!

Позвольте Вас поблагодарить за внимание, которое Вы уделили этому вопросу. Как известно, в декабре прошлого года ЦК КПСС и Совет Министров СССР приняли постановление «О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания, подготовки к жизни и труду нашей учащейся молодежи». В этом документе партия и правительство дают высокую оценку работе, проведенной за последние десять лет органами народного образования советским учительством по совершенствованию содержания школьного образования. Мы можем с полным основанием сказать, что за прошедшие годы сделано немало в этом отношении. Общеобразовательная подготовка школьников за истекшие годы, несомненно, выросла. Однако не все в равной степени нам удалось сделать. По отдельным предметам научный уровень не всегда правильно сочетался с принципом доступности обучения. Вот почему постановление партии и правительства о школе, наряду с высокой оценкой деятельности педагогических коллективов, органов народного образования, а также Академии педагогических наук, – в то же время подвергает и критике ряд недостатков в работе по обновлению содержания школьного образования. Нам было также указано на необходимость принятия мер к устранению перегрузки программ и учебников, освободить их от лишнего информационного и второстепенного материала для того, чтобы создать условия, необходимые для выработки у учеников навыков самостоятельной творческой работы и глубокого интереса к обучению. Одним из предметов, который вызывает серьезные раздумья, является математика. Жизнь не стоит на месте. Сейчас страна осуществляет всеобщее среднее образование. Несомненно, что это положительно скажется на осуществлении планов партии и государства по развитию народного хозяйства, культуры и т.д.

И вот в этой связи еще больше возрастает роль и значение математики как в научном, так и в прикладном плане. Выполняя поручение по

улучшению содержания математического образования, в Министерстве просвещения РСФСР 13-го июня этого года было проведено специальное совещание. В работе этого совещания приняли участие академики А.Н. Колмогоров, В.С. Владимиров, Л.С. Понтрягин, чл-корр. Академии педагогических наук В.Г. Болтянский, многие видные профессора, преподаватели, высококвалифицированные методисты и учителя математики. По рекомендации участников этого совещания при Научно-исследовательском институте школ Министерства просвещения РСФСР была создана комиссия, которой было поручено разработать конкретные предложения по совершенствованию программ и учебных пособий по математике в 4-10-х классах. В состав комиссии вошли доктор и кандидаты физико-математических наук, профессора и доценты Московского, Ленинградского университетов, Физико-технического института, московских педагогических институтов имени Ленина и имени Крупской, Ленинградского педагогического института имени Герцена, отдельные видные ученые Москвы, Ленинграда, а также опытные методисты и учителя математики. В настоящее время этой комиссией разработана развернутая схема экспериментальной программы по математике. Мы считаем, что этот проект программы может явиться основой для создания пробных учебников и проведения экспериментальной проверки их в школе Российской Федерации.

Вместе с тем, было бы хорошо, и если бы на настоящем собрании была создана комиссия для глубокого изучения и внесения рекомендаций по экспериментальной программе.

Возможен и такой вариант – создание комиссии на смежных началах из представителей Отделения математики, а также ученых, работающих в других вузах и научно-исследовательских подразделениях, специалистов школ, наших институтов усовершенствования учителей.

Уважаемые товарищи!

Нам бы хотелось, чтобы доклад об основных направлениях подготовки программ по математике сделал председатель комиссии, заместитель директора Научно-исследовательского института школ Минпроса РСФСР, доктор педагогических наук Юрий Михайлович Колягин.

Ю.М. КОЛЯГИН

Уважаемые товарищи!

Комиссия, образованная решением коллегии Министерства просвещения Российской Федерации, приступила к работе в августе этого года.

В процессе работы над программой были внимательно изучены решения XXV съезда КПСС и декабрьского (1977 года) постановления ЦК КПСС и Совета Министров СССР о школе, проанализирован опыт работы нашей школы по действующим программам и учебникам математики, результаты выпускных и вступительных экзаменов в вузы и техникумы, а также содержание обучения математике в ряде школ зарубежных стран.

Был разработан вариант экспериментальной программы и подготовлена развернутая схема программы и пояснений к ее основным разделам, так как детализацию отдельных вопросов программы, по-видимому, целесообразно осуществить в процессе написания пробных учебников после детального и широкого обсуждения<sup>21</sup>.

В конце ноября этот документ был представлен в Министерство просвещения Российской Федерации.

Разрешите кратко проинформировать вас об основных принципах и содержании курса математики IV – X классов средней школы, представленных в данном проекте.

В отличие от действующей программы, в разработанном проекте не отводится ведущей роли теоретико-множественному подходу к построению курса математики. Тем самым удастся в значительной мере избавиться от излишней абстракции при изложении многих вопросов курса, упростить формулировки определений и теорем (например, использовать общепринятую трактовку вектора, как направленного отрезка), исключить усложненную терминологию и символику, устранить необходимость использования таких терминов, как конгруэнтность, отношение или соответствие, образ элемента и т.п.

Предусмотрено существенное сокращение объема обязательного учебного материала за счет исключения из курса элементов теории множеств и математической логики, вычислений с таблицами логарифмов, производных показательной и логарифмической функций, за счет устранения излишнего дублирования при изучении элементарных функций и геометрических преобразований. Наряду с этим увеличено время на сознательное усвоение и закрепление школьниками учебного материала, предусмотрено изучение ряда новых тем, – например, комплексные числа, простейшие понятия теории вероятностей и т.д.

Некоторые разделы курса имеют иную структуру или направленность. Так, например, тригонометрический материал представлен в целостном виде, изучение элементов векторной алгебры ориентировано на их активное применение к решению задач.

Считая необходимым придать школьному курсу математики большую практическую направленность, предусмотрено усиление внимания к построению и применению вычислительных алгоритмов, приближенным вычислениям и оценке точности измерений. Некоторые темы курса предполагаются вплотную подвести к вопросам приложения математики: например, изучение комбинаторики довести до ознакомления с простейшими вероятностными задачами, изучение комплексных чисел проиллюстрировать их применением к расчету электрических цепей и т.п.

---

<sup>21</sup> Проект был опубликован значительно позже – в 1979 г. (см. Приложение 7). – Прнм. Ю.К., О.С.

Существенно большее место и время отводятся для формирования у учащихся умений и навыков решения задач вычислительного характера, связанных с измерениями, построениями, преобразованиями. Предусмотрено значительное учебное время для сознательного и прочьного овладения учащимися некоторыми математическими методами решения задач. Мы считаем при этом, что отработка умений и навыков должна быть регламентирована тем уровнем, который фактически необходим в ходе самого школьного обучения или для практики.

Полагая, что изучение элементов дифференциального и интегрального исчисления имеет большое общеобразовательное и мировоззренческое значение, программой предусмотрено изучение в X классе темы «Производная и интеграл». Однако, по замыслу авторов проекта, изучение этой темы не должно преследовать цели подготовки изучения этого вопроса в вузах или техникумах, а ее главное назначение – дать учащимся представление о производной и интеграле как полезном математическом аппарате для решения важных математических и практических задач (особенно тем учащимся, кто не будет продолжать свое образование в вузе или техникуме). Поэтому предполагается, что введение этих понятий будет проведено на описательном уровне, без использования «языка  $\epsilon$ - $\delta$ ». Однако учащиеся смогут ознакомиться с простейшими приложениями производной и интеграла к решению физических и геометрических задач, получать представление о диалектике реальных процессов и их отражении в понятиях производной и интеграла. Формирование навыков дифференцирования и интегрирования не предусматривается; вычисляются лишь простейшие производные и первообразные от многочленов, что достаточно для иллюстрации к решению задач, рассматриваемых в школьном обучении.

Перейдем теперь к краткой характеристике самого содержания предлагаемого курса математики 4–10-х классов по основным ступеням обучения. Перечисляя основные вопросы внутри каждой ступени, мы не будем следовать порядку их изучения во времени. Курс математики 4–5-х классов содержит следующий учебный материал:

Натуральные числа и нуль. Дробные числа. Десятичные дроби. Рациональные числа.

Простейшие геометрические фигуры. Многоугольники. Прямоугольный параллелепипед, куб, цилиндр. Измерение длины, площади и объема, формулы длины окружности и площади круга.

Простейшие алгебраические понятия.

Курс алгебры 6–8-х классов.

Алгебраические выражения. Алгебраические дроби. Линейная функция, уравнение, неравенство. Системы двух линейных уравнений. Квадратные корни. Квадратный трехчлен, квадратное уравнение и неравенство.

Приближенные вычисления. Сведения об ЭВМ.

Арифметические и геометрические прогрессии.

Степень с рациональным показателем. Простейшие степенные функции. Десятичные логарифмы.

Курс геометрии 6–8-х классов.

Простейшие геометрические фигуры на плоскости и их основные свойства. Аксиомы и теоремы.

Треугольники. Четырехугольники. Вписанные и описанные треугольники. Правильные многоугольники.

Центральная и осевая симметрия. Параллельные прямые. Равенство фигур. Подобие треугольников. Метрические соотношения в треугольнике; теорема Пифагора. Векторы. Преобразования подобия.

Тригонометрические функции углового аргумента от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Теоремы синусов и косинусов.

Курс алгебры и начала анализа 9–10-х классов.

Действительные числа. Числовые последовательности. Комплексные числа. Уравнения и системы уравнений.

Степенная, показательная и логарифмическая функции. Тригонометрические функции числового аргумента. Производные и интегралы и их простейшие приложения.

Элементы комбинаторики и простейшие вероятностные задачи.

Курс геометрии 9–10-х классов.

Аксиомы стереометрии. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. Симметрия и параллельный перенос в пространстве. Векторы в пространстве. Координатный метод.

Многогранники. Фигуры вращения.

В каждом классе предусмотрено повторение учебного материала не только в конце, но и в начале учебного года.

Разрешите теперь кратко сказать об основных педагогических принципах, на которые мы опирались при подготовке данного проекта программы. Мы исходили из следующих положений: В условиях всеобщего среднего образования и наличия различных путей его получения /в частности, – одновременно с получением профессии/ основы математической подготовки должны быть едины для всех типов средних учебных заведений, иметь ярко выраженный общеобразовательный характер, быть достаточно ориентированными на приложения математики. Должно быть обеспечено их прочное и активное усвоение всеми школьниками. Программа курса математики восьмилетней школы должна обеспечить полноценное среднее образование через любой канал его получения, а программа курса математики средней школы должна обеспечить условия для успешного продолжения образования в высшей школе по любой специальности, использующей математику.

Единство основ математической подготовки мы понимали как тщательный научно-педагогический отбор системы основных математических знаний, освобождение курса математики от учебного материала, не имею-

шего весомой общеобразовательной или практической ценности, согласованность содержания, трактовки ведущих понятий, терминологии и символики с общепринятыми в научно-технической литературе, практике и в содержании других учебных дисциплин.

Общеобразовательный характер математической подготовки школьников реализуется, с одной стороны, через отбор содержания обучения, а с другой стороны – предполагаемым характером его изложения. Предполагается, что при изложении учебного материала будет обращать особое внимание на мировоззренческую и практическую значимость вводимых понятий и положений, на тесную связь изучаемого теоретического материала с решением задач, на систематическое развитие у школьников интереса к математике и ее приложениям, на формирование логического мышления школьников и пространственного воображения, познавательной самостоятельности.

Ориентация на применение математики рассматривалась комиссией в достаточно широком (с педагогической точки зрения) плане: это прежде всего обеспечение успешности изучения последующего материала (реализация внутрисубъектных связей), т.е. внимание к тем знаниям, умениям и навыкам, которые необходимы для этого (решения уравнений, неравенств, навыки вычислений и преобразований); во-вторых, это значимость того учебного материала, который используется в изложении других учебных предметов: физики, химии, черчения, трудового обучения (межпредметные связи). Наконец, требование, чтобы учащиеся овладели теми знаниями, умениями и навыками, которые необходимы в жизни каждого человека, независимо от его профессии (навыки измерений и работы с измерительным инструментом, навыки устных вычислений, работы с таблицами, схемами, графиками, чертежами).

Наконец, доступность школьного курса математики для всех категорий учащихся должна быть обеспечена через отбор необходимого минимума обязательного учебного материала, корректное его методическое изложение в учебниках, а также изменением акцента в методике его преподавания школьникам.

Мы полагаем, что в качестве ведущего метода изложения учебного материала должен быть использован конкретно-индуктивный метод. Обобщению должно предшествовать накопление школьниками конкретных фактов, конкретных примеров вводимых понятий. Элементы дедукции должны вводиться постепенно, на уровне строгости, доступной пониманию учащихся. Необходимая терминология и символика должна применяться по мере возникновения потребности в ней и активно использоваться в дальнейшем.

Таково в общих чертах содержание и особенности подготовленного проекта программы по математике.



Работа над программой продолжается. Предполагается, что данный проект программы, после внесения соответствующих уточнений, будет подвергнут широкому и всестороннему обсуждению, а созданные на его основе пробные учебники пройдут экспериментальную проверку в ряде территорий Российской Федерации.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

Я познакомился с отпечатанным текстом проекта программы. Будет она раздаваться членам Отделения?

Г.П. ВЕСЕЛОВ

Мы роздали, но немного пока.

Ю.М. КОЛЯГИН

Мы не предполагали, что сегодня будет обсуждение этого проекта, что будет заслушана только программа. Я думаю, этот проект будет разослан не только членам Отделения, но и в более широком объеме.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

В проекте, который роздан сейчас, довольно большое место отведено геометрическим преобразованиям.

Ю.М. КОЛЯГИН

В предлагаемом курсе будет отведено достаточное место геометрическим преобразованиям – с некоторым сокращением. В IV-V классах не предполагается рассматривать параллельный перенос, предполагается введение несколько иного подхода, введение несколько более кратких преобразований.

Но я не готов к обсуждению деталей сейчас.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Мы на таком большом собрании не можем тщательно обсуждать конкретные вопросы, а можем обсуждать принципы.

С МЕСТА

Правильно ли я понял, что алгебра снова переносится в VI-й класс, и «х» появится в VI классе?

С МЕСТА

«Х» появляется в I классе.

(Веселое оживление).

Ю.М. КОЛЯГИН

В настоящее время комиссия не работала над пересмотром содержания математики в I – III классах. Сейчас появится запись условий задачи в виде уравнения – с «х», но в IV – V классах это рассматривается подробно, профессионально.

По нашему общему замыслу мы полагаем, что алгебраический метод решения текстовых задач не будет занимать ведущего места, скажем, до VI классов.

А.Д. АЛЕКСАНДРОВ

Я хотел спросить, согласован ли этот вопрос с физикой? И там и здесь рассматривается вектор, и это должно быть сопровождено соответствующим текстом, – это очень важно.

Л.С. ПОНТРЯГИН

Мне кажется, мы начинаем обсуждать программу по существу, а это не входит в повестку дня нашего собрания. Деталь, где появляется «х» – в I или V классе, – это деталь. Общие же принципы изложены достаточно ясно, и я ими удовлетворен.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Согласование программ обязательно должно быть сделано по смежным дисциплинам: о векторе в физике не должно говориться одно, а в математике – другое.

Ю.М. КОЛЯГИН

Предполагается, что учебный материал курса математики будет согласован, естественно, и по времени, и по требованиям с курсом смежных предметов. Первичное согласование мы провели, но чтобы осуществить преемственность между математикой и физикой, необходимо не только математикам посмотреть курс физики, а необходимо специалистам-физикам посмотреть курс математики и внести предложения по тем сведениям, которые им необходимы.

Что касается трактовки, то, как я сказал, понятие «вектор» определяется так, как оно сейчас определено в курсе физики, как «направленный отрезок».

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Еще есть вопросы? Если вопросов нет, то перейдем к следующему выступлению – О проблемах школьного образования в области математики – Андрея Николаевича Тихонова.

А.Н. ТИХОНОВ

Позвольте начать.

Товарищи!

Основные цели образования в нашей стране поставлены в Советской Конституции. Они соответствуют решениям XXV съезда КПСС.

Там сказано, что в СССР существует и совершенствуется единая система народного образования, которая готовит молодежь к труду и общественной деятельности. Она осуществляется всеобщим обязательным средним образованием молодежи, широким развитием профессионально-технического среднего специального и высшего образования на основе связи обучения с жизнью и производством.

Таковы общие цели, стоящие перед советской средней школой.

Реализация этих положений для средней школы в планах, программах и учебниках является задачей Министерства просвещения СССР.

ЦК КПСС и Совет Министров уделяют большое внимание проблеме образования. В постановлении от 22 декабря 1977 года сказано, что наряду

с успехами в деятельности общеобразовательной школы имеют место существенные недостатки.

Школьные программы и учебники в ряде случаев перегружены излишней информацией и второстепенными материалами, что мешает выработке у учащихся навыков самостоятельной творческой работы.

В постановляющей части, в частности, предложено: Министерству просвещения СССР, Академии наук СССР, Академии педагогических наук СССР, министерствам просвещения /народного образования/ союзных республик ввести изменения в учебные планы, программы и учебники с тем, чтобы они содержали в необходимом объеме основы соответствующих наук, обеспечивали политехническую, трудовую и воспитательную направленность изучаемых предметов, их доступность, внутреннюю преемственность и логическую последовательность всех ступеней обучения.

Разгрузить учебные программы и учебники от чрезмерно усложненного и второстепенного материала.

Прошел практически год после выхода постановления. Остановимся на той деятельности, которая была связана с его выполнением.

10 мая 1977 года состоялось заседание Бюро Отделения математики АН СССР. На этом заседании были названы принципы, которым должны удовлетворять учебники, и недостатки действующей программы и учебников. Представителем Министерства просвещения СССР был заместитель министра Виктор Михайлович Коротов. На этом заседании Бюро Отделения математики АН СССР членами Бюро Отделения единогласно было принято постановление, что существующее положение со школьными программами и учебниками по математике неудовлетворительно как вследствие неприемлемости принципов, положенных в основу программ, так и в силу недоброкачества школьных учебников<sup>22</sup>.

Ю.В. ПРОХОРОВ. Я прошу иметь в виду, что не все члены Бюро Отделения могли присутствовать)

В сентябре я получил от В.М. Коротова письмо, где указано следующее, я выдержку прочитаю: «Главное управление школ Министерства просвещения СССР совместно с Научно-исследовательским институтом содержания и методов обучения Академии педагогических наук разработало проекты усовершенствованных программ по всем учебным предметам. Программы по математике составлены с учетом замечаний, высказанных на заседании Бюро Отделения математики АН СССР в мае с.г. С целью нормализации учебной нагрузки проведено сокращение программы. Осуществлено перераспределение материала отдельных тем для достижения большей логической стройности курса. Усилена политехническая направленность программы.

---

<sup>22</sup> См. ранее: «Краткий обзор реформы математического образования». С. 14–15. – Прим. Ю.К., О.С.

Проект программы одобрен Президиумом АПН СССР и коллегией Министерства просвещения СССР. Принято решение опубликовать его в журнале «Математика в школе» для широкого обсуждения. Кроме того, проект программы разослан в ведущие учебные заведения страны, в научно-исследовательские институты школ (педагогические) союзных республик, некоторым ученым-математикам, методистам.

Посылая программу, уважаемый Андрей Николаевич, мы просим Вас высказать замечания и предложения, которые помогут нам усовершенствовать обсуждаемый проект и создать на его основе качественные учебники для средней общеобразовательной школы».

Я знаю, что некоторые члены Отделения также его получили.

Я писал: «Благодарю Вас за просьбу высказать замечания и предложения по совершенствованию проекта программы по математике для общеобразовательных школ, одобренного Президиумом Академии педагогических наук СССР и коллегией Министерства просвещения СССР. Особый интерес новая программа вызвала у меня в связи с тем, что, как Вы сообщаете, она была составлена с учетом замечаний, высказанных на заседании Бюро Отделения математики в мае с.г.».

Напомню некоторые замечания, которые там были. Был подвергнут критике один из основных принципов построения школьного курса математики, согласно которому в основу ныне действующей программы положена теоретико-множественная концепция.

В соответствии с этой программой изучение множеств начинается с V класса.

(С МЕСТА: С IV [класса – Ю.К., О.С.] )

А.Н. ТИХОНОВ

Это в действующей программе, а не новой. В мае обсуждалась программа, которая действовала. Переработанная программа была сделана потом, а критика относилась к действующей программе.

Позвольте мне говорить о новой программе Министерства просвещения СССР<sup>23</sup>.

Новый проект не предусматривает какого-либо изменения этого раздела программы, но предлагает начать его изучение в IV классе. Таким образом, это передвигается на IV класс. Позже я остановлюсь на этом больше.

В школьном курсе математики должна учитываться общепризнанная терминология, применяемая в науке, технологии, в вузах и втузах.

На заседании Бюро Отделения было отмечено, что принятые в настоящее время учебные пособия не удовлетворяют этому требованию. Например, наглядное определение вектора как направленного отрезка заме-

<sup>23</sup> В выступлении далее идет речь о проекте программы 1978 г., подготовленном в МП СССР и опубликованном в журнале «Математика в школе» (см. Приложение 6). – Прим. Ю.К., О.С.

нено другим. Новая программа также не предусматривает изменение этого определения и сохраняет старое. Позже я также на этом остановлюсь.

В настоящее время курс геометрии вместо общепринятых терминов «равенство», «эквивалентно» ... употребляет термин «конгруэнтность» и ...

Нашей терминологии это несколько не свойственно, и даже авторы учебника не могли выдержать новую терминологию до конца. В новом учебнике предусматривается сохранение этой терминологии.

Включение в школьную программу элементов математического анализа оценивалось, как явление прогрессивное и заслуживающее одобрения. Вместе с тем было отмечено, что изложение первоначальных сведений об интегралах, интегральном и дифференциальном исчислении, рассчитанное на всех школьников, а не на профессиональных математиков, должно быть достаточно простым и ясным. Однако стремление охватить методом математического анализа возможно широкий круг задач привело к непомерному усложнению курса математики, примером чему служит курс VI-X классов.

Новый проект не только не предусматривает изменений этого раздела, но предлагает перенести его из IX в X классы.

Было подвергнуто критике употребление термина «...»<sup>24</sup>. Новый проект сохраняет этот термин.

Одним из существенных недостатков ныне действующей программы было признано отсутствие понятия «комплексные числа». Предлагаемый проект программы также не предусматривает ввести его.

Это далеко не полный перечень критических замечаний, высказанных на заседании Бюро Отделения математики. В новом проекте программы не отражены эти критические замечания. Ни одно из перечисленных выше замечаний принято не было. Больше того, единственное новшество, получившее одобрение на заседании Бюро Отделения, было введение в программу элементов теории вероятностей. В старой программе их не было. И это было одобрено, и в предлагаемой новой программе этот раздел добавлен.

До одобрения нового проекта программы Академия педагогических наук и заместитель министра просвещения обсудили, сделали предложения и некоторые критические замечания.

Направляя эти письма, могу лишь сожалеть, что та оценка ныне действующей школьной программы по математике, которая была дана на Бюро Отделения математики АН СССР, сохраняется и в отношении нового проекта программы, т.е. что и этот проект программы имеет такие же недостатки, как и действующая программа.

Позвольте остановиться на разборе некоторых разделов программы.

<sup>24</sup> К сожалению, о каком термине идет речь – установить не удалось. – Ю.К., О.С.

Вот по той программе, которая здесь /в журнале/ опубликована, имеется общее мнение: она написана содержательно и соответствует тем принципам, на которых должна базироваться программа.

Однако, если мы посмотрим на реализацию положений используемых в этой программе, то мы видим, что здесь не все в порядке.

Позвольте начать с того, чтобы зачитать некоторые разделы этой программы.

Арифметика. IV класс.

Тема I. Натуральные и дробные числа /110 часов/.

Начинается: Примеры конечных множеств. Запись множества с помощью фигурных скобок. Обозначение множеств буквами. Элемент множества. Знаки  $\in$  и  $\notin$ . Пустое множество. Знак  $\emptyset$ . Множество натуральных чисел. Чтение и запись натуральных чисел / разряды; классы единиц тысяч, миллионов, миллиардов/. Шкалы. Изображение чисел точками на луче. Координатный луч. /17 часов/.

Высказывание. Переменная. Выражение с переменной. Предложение с переменной. Уравнение, корень уравнения, множество корней уравнения. Решение уравнений первой степени с двумя и более переменными в одной из его частей. Неравенство. Знаки «меньше» и «больше» неравенства. Двойное неравенство. Неравенство с переменной, решение неравенства, множество решений неравенства. Решение простейших неравенств вида  $икс < a$ ,  $икс > a$ ,  $икс > a - равно a$ ,  $икс < a - равно a$ .

Эти неравенства надо решать, я не знаю, всякий ли преподаватель [представляет, что значит] решать эти неравенства. Это занимает 34 часа, т.е. 1/3 часть курса.

Потом идет действие с натуральными числами и дробными числами в соответствии с тем материалом, который изложен в этой программе этого раздела. Кончается этот раздел следующим: «Отрезок и его обозначения. Ломаная, сравнение длины ломаной с длиной отрезка, соединяющего его концы. Прямая линия, ее обозначение. Взаимное расположение двух прямых на плоскости; пересекающиеся и параллельные прямые. Параллельность отрезков. Луч, его обозначение. Конгруэнтные фигуры. Равенство длин конгруэнтных отрезков; конгруэнтность отрезков, имеющих равные длины. Пересечение и объединение фигур. Угол, его стороны и вершина, обозначение угла. Сравнение углов. Биссектриса угла. Противоположные лучи. Развернутый угол. Прямой угол. Острые и тупые углы».

Многое из того, что здесь сказано, нужно, но это не относится к натуральным и дробным числам.

Нет рациональной последовательности и логичной связи.

Это тоже 18 часов.

Значит, половина времени на связь прямой с натуральными и дробными числами.

Какое значение имеет первая теоретико-множественная [тема]?

Содержание этого раздела не используется в разделе, относящемся прямо к натуральным и дробным числам. Это явствует хотя бы из того, что в действующей программе этого раздела нет. Значит, можно было бы обойтись без него.

Смысл этого введения можно видеть только в одном – чтобы научить решать неравенства.

Надо ли в IV классе, где только-только начинается изучение математики, делать такое отвлеченное усложнение, совершенно не соответствующее тому опыту, который школьник к этому времени приобрел?

Позвольте остановиться на конгруэнтности. По существу это есть другая терминология, относящаяся к понятию равенства. Необходимость введения понятия конгруэнтности связана с теоретико-множественной концепцией.

Но можно было бы употребить для этого тождественные равенства. Термин «равенство» известен ребятам с самого раннего возраста. В саду они вырезали равные квадратики, равные четырехугольники, это связано с практической деятельностью, со строительством.

Таким образом, эта терминология не соответствует целям образования. И сами авторы до конца не могут ее [выдержать]. Просматриваются равнобедренные треугольники как с точки зрения конгруэнтности, и конгруэнтность – это вообще вопрос терминологии.

Школьникам в IX классе все эти вопросы должны быть ясны. Однако новая терминология требует усиления внимания и затрудняет усвоение материала.

Дальше – понятие «векторы».

Говорилось о том, что векторы рассматриваются как направленные отрезки прямой, а в учебниках по физике не только для средней, но и высшей и профессиональной школы векторы рассматриваются в другой терминологии, скажем, по терминологии «Аналитической геометрии» Александра! А в программе дальше говорится, что: «Знания, полученные при изучении данной темы, используются на протяжении всего курса физики VIII класса, а также в курсах физики IX и X классов».

Не знаю, товарищи, как можно в программу писать такие вещи!

Позвольте обратиться к математическому анализу. Распространению математического анализа уделяется большое внимание, – это безусловно. Научно-технический прогресс требует более высокого уровня математического образования на всех ступенях его, и с этой точки зрения основные представления имеют большое значение. Мне кажется, в средней школе эти представления особенно важны для тех, кто не пойдет учиться дальше, в технические вузы, а пойдет работать на производство или в других областях.

В высших учебных заведениях математический анализ начинают излагать с начала, причем существуют чрезвычайно разнообразные програм-

мы: это и 10-часовые. и программы с другим числом часов. Поэтому рассчитывать, что изложение этого материала упростит преподавание математики в высшей школе, не обоснованно.

Я по этому поводу говорил вчера с Министром высшего и специального среднего образования В.П. Елютиным. Он говорил, что «мы не предполагаем знаний математического анализа у поступающих в вузы, и вопросы по разделу “Математический анализ” включаются в билеты для поступающих в вузы только по моему указанию». С его точки зрения, знания по этому разделу важны для тех учащихся, которые пойдут в вуз.

В отношении всего курса математики он сказал буквально так: «Лучше меньше, да лучше».

Естественно, что я не позволил бы себе передать личный разговор на общем собрании без разрешения собеседника. Я спросил: «Могу ли я сослаться на Ваше мнение?» И он ответил: «Да, безусловно».

Вот общие замечания, связанные с критикой новой программы.

Я мог бы зачитать действующую программу, тот раздел натуральных и дробных чисел, который я прочитал в новой программе. Там он другой, там нет теории множеств, те же натуральные числа. в учебниках они есть, а в программе нет.

Л.С. ПОНТЯГИН

Андрей Николаевич, в действующей программе называются числа и множества.

А.Н. ТИХОНОВ

Большая работа по анализу программ и учебников для средней школы проведена в Министерстве просвещения Российской Федерации. Там были собраны в школах собрания для обсуждения программы, была создана комиссия для выработки экспериментальной программы и принято решение министра о проведении экспериментального опробования программы и нового учебника, написанного на принципиальной основе этой программы.

Товарищи, какое же сложилось мнение с критикой положения с преподаванием математики в средней школе и каковы его причины? Фактически причин две: отсутствие общей концепции среднего образования как общей системы. Я помню заседание Ученого совета Московского университета, где Маркушевич докладывал об этой программе. Я задал тогда вопрос о том, какие общие цели преследует образование в средней школе? Ответа не последовало. Сказано было, что мы предлагаем прогрессивно оценить отдельное звено среднего образования. То же самое было сделано и в отношении других программ.

Поэтому получается несогласованность, что имело место и не только в отношении средней школы, но скажем, и в отношении терминологии. Это второе.



И не было проведено достаточного обсуждения и экспериментирования. Это показывает и то собрание, которое мы проводим сегодня. Поэтому при проведении изменений необходимо их обсуждать, а не сразу объявлять о каких-то новых положениях.

Но, товарищи, нельзя затягивать этого вопроса. Школьники учатся по тем учебникам, которые есть сейчас. и если бы программы начали переставлять с I класса, то введение новых программ и новых учебников потребовало бы 10 лет. Если это сделать поэтапно, – ввести новую программу и учебники с IV-VI класса, то это существенно сократило бы введение новых программ. Понятно, что в X классе...

Ю.В. ПРОХОРОВ

По-видимому, слово «новый» имеет здесь другое звучание.

А.Н. ТИХОНОВ

А вот по данным Министерства просвещения РСФСР в X классах вряд ли их можно будет ввести. Но надо возможно быстрее вводить эту программу.

Мне кажется, что следует одобрить инициативу Министерства просвещения РСФСР, просить объявить свободный конкурс написание учебника, конкурсную комиссию составить из представителей Министерства и Отделения математики АН СССР.

Сроки, которые здесь должны быть определены, в большой степени зависят от тех сроков, в течение которых новые учебники могли бы быть напечатаны. С этим вопросом, вероятно, надо бы обратиться в соответствующие руководящие организации, которые помогли бы быстрее реализовать программу.

Сейчас уровень математических знаний и интерес к математике в школе резко падает. Достаточно сказать, что на выпускных экзаменах нет экзамена по стереометрии, таким образом, стереометрия с необходимыми пространственными представлениями сведена к второстепенному предмету, и это сказывается на преподавании в высшей школе не только по математике, но и по другим разделам.

Вот что я хотел сказать.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Министерство просвещения СССР не учло, а если бы оно их учло, как бы Вы относились к такому варианту? (смех в зале).

А.Н. ТИХОНОВ

Когда бы мною была написана не только программа, но и учебник, тогда я бы высказался.

С.М. НИКОЛЬСКИЙ

У меня вопрос скорее не к Тихонову, а к заместителю министра. Обязательно мы должны стремиться к тому, чтобы была всесоюзная программа или может быть программа РСФСР, программа Эстонии, программа Грузии? По крайней мере, на ближайшие годы?

В.М. КОРОТОВ

Математика является общесоюзной дисциплиной, и программа утверждается Министерством просвещения СССР. Но у нас есть такие варианты, когда, скажем, в Эстонии есть своя программа.

По «Положению» математика является общесоюзной компетенцией, и программа утверждается Министерством просвещения СССР.

У нас были такие варианты, когда в отдельных республиках, например, в Прибалтике, создавалась своя программа и по ней – учебники, но мы ее утверждали.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

У меня вопрос к А.Н.Тихонову. Вы говорили о деятельности конкурсной комиссии. Говорили Вы, в частности, о возможности использовать пока – в качестве предварительного мероприятия – модернизированные варианты бывших учебников.

А.Н. ТИХОНОВ

Я считаю, что нужен свободный конкурс, и тем самым вполне возможно, и я думаю, что нужно использование всего того положительного опыта, который есть у нас в этой части.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Еще есть вопросы к Андрею Николаевичу? Нет.

А.Н. ТИХОНОВ

У меня только еще одно замечание. В разговоре со мной в Министерстве просвещения РСФСР А.И. Данилов сказал, что Министерство просвещения Российской Федерации может вводить экспериментальные программы по некоторым своим районам.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Слово предоставляется академику А.Н. Колмогорову.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

(Доклад будет представлен в письменном виде)<sup>25</sup>.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Какие будут вопросы к А.Н. Колмогорову?

А.Д. АЛЕКСАНДРОВ

Я не понял вот чего. Все нормальные люди, кроме математиков, считают, что вектор – величина, которая характеризует в численном значении направление. Никто не представляет себе это в виде отрезка, который торчит из тела.

Почему в § 2 не сказать, что вектор есть величина, которая характеризуется не только численным значением, но и направлением? Это всем понятный физический пример, и я не понимаю, чего мы крутимся вокруг вещей, которые давным-давно известны?

(Аплодисменты).

<sup>25</sup> См. Приложение 8. – Прим. Ю.К., О.С.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

Такой вариант изложения вполне возможен. Но почему сделано немножко иначе в учебнике геометрии?

Те векторы, которые нам нужны, они однозначны, – это векторы переноса, когда твердое тело поступательно движется.

А вообще надо начинать с векторных величин разного рода, а потом выдвинуть вектор направленности. Я ничего не буду иметь против этого.

Н.Н. БОГОЛЮБОВ

Нет больше вопросов? Нет.

Разрешите сделать перерыв до 15 часов, а затем уже начать обсуждение докладов.

---

Ю.В. ПРОХОРОВ

Уважаемые товарищи!

Николай Николаевич Боголюбов пришел на Общее собрание, будучи больным, и просил согласия Отделения поручить председательствование дальше мне как своему заместителю. Если Вы не возражаете, я буду вести дальше заседание.

Переходим к прениям. Первым просит слово Василий Сергеевич Владимиров.

В.С. ВЛАДИМИРОВ

Товарищи!

Жизнь потребовала изменения преподавания математики в средней школе. И это изменение было сделано в последние годы. Однако переход на новую систему преподавания математики был сделан без учета массовости обучения и без надлежащего учёта возрастных особенностей, был рассчитан не на рядового среднего школьника (включая будущих рабочих и хлеборобов, а на учащихся с повышенными математическими способностями, (например, на учащихся физико-математических школ).

Требования излишней общности, повышенной строгости (часто иллюзорной) привели к понижению курса математики чрезмерными формально-логическими и теоретико-множественными понятиями и символами. Это немедленно привело к противоречиям с основными требованиями педагогики и детской психологии и к серьезным социальным последствиям, сводящимся к тому, что на ранней стадии обучения непонимание отбивает охоту у учащихся заниматься математикой вообще. Успевают лишь часть учащихся, причем часто те, которые выучивают наизусть, остальные надеются на незаслуженные положительные оценки.

Конечно, по этим вопросам могут быть разные мнения, но в конечном счете решает опыт преподавания. Эти выводы были высказаны и в выступлении зам. министра Министерства просвещения Российской Федерации товарища Александрова в июне этого года на совещании.

Должен сразу оговориться, что я здесь совсем не собираюсь подвергать сомнению квалификацию авторов новых учебников по математике. Безусловно проделана большая работа, в учебниках имеется много хороших методических находок, удачных задач, разъяснений, анализов, рисунков. Но в целом, повторяю, существующие программы и новые учебники адресованы не рядовым школьникам, а школьникам с повышенными математическими способностями, руководимыми хорошо знающими предмет учителями и родителями, имеющими высшее математическое образование.

Я не буду анализировать программы, это сделано в предыдущих выступлениях. Я хочу остановиться на нескольких учебниках, чтобы проиллюстрировать такой повышенный уровень содержания этих учебников.

Возьмем, например, Алгебру 6 кл. (1976 г.) под редакцией А.И. Маркушевича. Вот на первой странице, например, §1 «Выраженное множество. Его значение». Разве на первом уроке алгебры так уже важно множество значений. Это ведь очень сложный объект. Правда, в издании 1977 года это выражение «множественное значение» уже опущено.

Эта символика не случайна. Например, на стр. 69 дается фундаментальное понятие функции, читаю: «Соответствие между множеством  $x$  и множеством  $y$ , при котором каждому элементу множества  $x$  соответствует один и только один элемент множества  $y$ , называется функцией». Перед этим дается понятие соответствия. Все изложение сопровождается на 3-4 страницах примерами с использованием стрелок.

Должен сказать, что все определения здесь верны, аккуратно сделаны, но поверьте, такой высокий логический уровень и лавина определений, – это мое глубокое убеждение, – это не для большинства учеников VI класса. Это, ну, скажем для учеников VIII-IX классов. Ученики, пытаясь понять это (у меня племянник в VI классе), думают, что главное – это стрелки.

А нужно ли общее определение функции так рано? Может быть – ограничиться конкретными функциями, а общее определение дать в IX классе, когда начинается дифференциальное исчисление?

Чрезмерное увлечение теоретико-множественной концепцией привело к использованию сложных, а иногда и нестандартных обозначений. Например, в курсе алгебры для VII класса требуется решение неравенства, скажем  $x < 3$  записывается так:

$] - \infty; 3[.$

Все равно в вузе переучат на более привычное  $(-\infty; 3)$ .

Вот нам раздали этот журнал – «Математика в школе». Речь идет об учебнике для VII класса. На стр. 35 читаем:

«В учебнике даются определения понятий следования и равносильности:

“Из одного предложения следует другое, если всегда, когда истинно первое предложение, оказывается истинным и второе”. Это правильно.

“Если из первого предложения следует второе и из второго следует первое, то эти предложения называются равносильными”.

Для того, чтобы создать наглядную основу для интерпретации этих понятий, вводится термин “множество истинности предложения с переменными” и рассматриваются соотношения между множествами истинности предложений, связанных или отношением следования, или отношением равносильности».

Я не буду здесь алгебру анализировать подробно, потому что есть отзывы на книгу. У нас отрицательные отзывы были составлены около года тому назад.

Геометрия. Положение здесь явно хуже, чем с алгеброй. Не случайно в школах РСФСР уже в течение нескольких лет отменены выпускные экзамены по геометрии, что сводит геометрию к второстепенному предмету.

Главная трудность в понимании геометрии – это широкое использование группы движений. Школьнику VI класса трудно понять, почему при отображении одной фигуры на другую нужно принимать во внимание еще и то, что и остальные точки плоскости отображаются взаимно однозначно. Он, недоумевая, спрашивает – а какое мне дело до остальных точек? По-видимому, это рано давать в VI классе, да и вообще в 8-летке. Может быть, ограничиться в 8-летке интуитивным уровнем – мысленным наложением фигур без движения плоскости, как, скажем, у Киселева. Это проверено десятками лет, очень хорошо воспринималось и позволяло правильно решать задачи, и можно было все самостоятельно выучить. Я в 1935–36гг. в захолустье, в деревне сам учил геометрию по учебнику Киселева.

Группа движений пронизывает весь курс геометрии. Такое важное понятие как вектор определяется через перемещение пространства или плоскости. Вот какое определение дается в книге «Геометрия» IX класса под редакцией Скопеца на стр. 42. Многие математики хорошо знают это определение, но здесь присутствуют не только математики, поэтому я зачитаю его:

«Вектором (параллельным переносом), определяемым парой  $(A, B)$  несовпадающих точек, называется преобразование пространства, при котором каждая точка  $M$  отображается на такую точку  $M_1$ , что луч  $MM_1$  сонаправлен с лучом  $AB$  и расстояние  $(MM_1)$  равно расстоянию  $(AB)$ ».

Здесь два определения в одном – перемещение и вектор. Кому нужно такое чудовищное определение – физикам или механикам? Даже на механико-математическом факультете МГУ дается более простое определение.

Далее, доказывается теорема о том, что композиция двух векторов есть вектор. Все изложение геометрии (здесь стереометрии) насыщено теоретико-множественными понятиями. Уже на стр.3 говорится: «Всякое множество точек геометрии называют фигурой», а на стр.4 – «Множество ... всех... рассматриваемых в стереометрии точек называют пространством». Выходит, стереометрия – первичное понятие для пространства.

Бросается в глаза насыщенность иностранными терминами: конгруэнтность, гомотетия, компланарные, коллинеарные, рефлексивность, транзитивность и т.д. Термины должны нести и смысловую нагрузку, а в школе это можно сделать только на родном языке.

Такое ненормальное положение с преподаванием математики в школе стало вызывать многочисленные нарекания со стороны школьников, учителей и родителей. Не случайно в декабре 1977 г. появилось постановление ЦК КПСС и СМ СССР «О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду», в котором предлагалось «освободить учебные программы и учебники от чрезмерно усложненного и второстепенного материала». В связи с этим постановлением заслуживает всякого внимания инициатива Министерства просвещения РСФСР по разработке проекта новой программы. Об этом сегодня был доклад.

Особенно удачен раздел «алгебра», – там уже все подведено, надо только интеграл дать как сумму, и тогда все будет в порядке. С геометрией – хуже, – там некоторые вопросы требуют доработки. Вызывает нарекание, например, тема ... в VII классе. Нужно доказывать теорему о том, что существует перемещение плоскости, отображающее треугольник в равный ему. Это замечание тоже следует обсудить. Но как экспериментальная программа в целом она может составить основу, т.е. она приемлема.

Следует также подумать о том, какие из доброкачественных прежних учебников, после надлежащего редактирования, можно использовать в качестве временных учебников или учебных пособий, пока не будут созданы новые добротные учебники.

Следует подумать и о том, какие же из доброкачественных старых учебников можно рекомендовать как учебные пособия для учителей и для школьников.

Вот мои замечания.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Что Вы предлагаете сейчас продумать на будущее?

В.С. ВЛАДИМИРОВ

Мое предложение – одобрить программу Министерства просвещения РСФСР как основу.

Второе. Я не ставил цели выработать все предложения, но, например, считаю, что надо подумать и о том, чтобы использовать и некоторые старые учебники, подредактировав их соответственно, добавив что-то, выбросить ненужное. Эту работу можно проделать быстро.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Может быть есть вопросы?

Л.В. КАНТОРОВИЧ

Какие имеются статистические данные?

В.С. ВЛАДИМИРОВ

Было совещание в июне в Министерстве просвещения СССР, стенограмма этого совещания есть в Отделении математики. Например, в этом году в некоторых школах создается такое ненормальное положение, что учителям приходится выставлять положительные оценки большому числу учеников. Сейчас Министерство проводит соответствующую работу.

Л.С. ПОНТЯГИН

Там просто выступали учителя и приводили статистику – какой процент учеников решает задачи.

Тут было написано, что в результате мы пришли к серьезным социальным последствиям. Это очень тревожная фраза. Есть ли подтверждения этому?

В.С. ВЛАДИМИРОВ

Эта формулировка принадлежит зам. министра Александрову. И главное, в этой фразе содержится то, что воспитательный процесс нарушается, школьники видят, что учитель обманывает себя и их, выставляя незаслуженно положительные оценки.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Еще есть вопросы?

С.Л. СОБОЛЕВ

Мы обсуждаем сегодня очень серьезный вопрос, который, на мой взгляд, никаким голосованием, никакими решениями решаться не должен. Мы должны высказать ряд замечаний, может быть каких-то предложений и суммировать эти данные, может быть, протольно, может быть, как-нибудь еще и представить в Министерство Союза, потому что оно распоряжается преподаванием математики в старших классах. Поэтому я не вижу надобности кого-то поддерживать, кого-то нет, тем более на этот счет могут быть разные точки зрения.

Моя точка зрения заключается в том, что новые изменения это есть крупное достижение. Об этом говорил А.Н. Тихонов, об этом говорил В.С. Владимиров, он указал на те новые мысли, на те предложения, которые появились. Это все – огромная работа, проделанная Министерством, а также группой математиков во главе с А.Н. Колмогоровым. Безусловно, очень много осталось погрешностей. Это и неудивительно – во всяком новом деле они неизбежны. Главным образом объясняются они, вероятно, слабой подготовкой учителей. Мы не могли даже надеяться, что огромная, многотысячная армия учителей сразу сможет преподавать по новой программе. Это привело к трудностям.

Многие замечания В.С. Владимирова правильные, но они носят, несравнимо мелкий характер по сравнению с теми огромными, достижениями и сдвигами, которые происходят в преподавании в средней школе во всем

Есть некий мировой стандарт, который применяется в капиталистических странах только для некоторой части учащихся, в социалистических

странах – почти для всех учащихся, и этот мировой стандарт заключается в том, что нужно было ввести анализ, нужно было многое пересмотреть в смысле возрастной нагрузки. Отрицательные числа ребята воспринимают в возрасте дошкольном. Я допускаю, что это в культурной семье, но в дошкольном возрасте всякий ребенок скажет...

Для школьников 12-летнего возраста это большая революция, которая привела к тому, что ребенку с иксом гораздо легче решать задачи.

В этом смысле новая программа явилась огромным шагом вперед, потому что человек коммунистического и социалистического общества должен знать, что такое производная, должен знать, что такое скорость, должен знать, что такое ускорение. Введение этого – это есть мировой стандарт. до которого наши программы поднялись и, если мы будем принимать чрезмерно категоричные решения, что положение катастрофическое, это делу не поможет. Никакого катастрофического положения нет; есть некоторые большие болезни роста.

Я согласен с Василием Сергеевичем, что вектор надо вводить физический. В геометрическом изложении он не очень удобен, потому что существует вектор магнитного напряжения.

Мне тоже не нравится термин «конгруэнтность», но способность к абстрактному мышлению у ребят рано возникает, не надо думать, что они не могут это понять.

Но надо в то же время признать, что та огромная деятельность, которая привела к созданию программ, которые удовлетворяют мировым стандартам, это, безусловно, больше, чем те 5-6 отдельных замечаний, с которыми можно согласиться, иногда можно не соглашаться.

Я не думаю, что теоретико-множественное объединение недоступно детям. На моих внуках я могу сказать, что это вовсе не так, они понимают, что такое общие части множества, что такое объединение двух множеств. Пригоните два стада коров, вот вам будет объединение множеств. Не надо этого бояться. Пусть себе знают, ничего плохого нет, это хорошо. А теоретические трудности теории множеств начинаются не там, а гораздо выше и приводят к катастрофе: теории множеств как таковой не существует в средней школе, есть только терминология множественная. Можно спорить, вводить ее в IV или VI классах, но вреда эта терминология или затруднений составить не может.

Мне хочется высказать упрек в адрес Министерства просвещения СССР или РСФСР: десятки методических пособий выпускаются в таких тиражах, что одно приходится на 20 – 30 школ. Никким образом не могут учителя познакомиться с этими пособиями, ибо их у них нет. Приходится учителю ехать в соседнюю школу – дайте, пожалуйста, мне это пособие, у вас оно есть, а у нас нет. Это – тяжелое положение, и человеку, имеющему педагогическое образование, очень трудно понять, что такое новая программа, как нужно учить. У всякого учителя новая программа будет хоро-



шей потому, что он всегда сумеет обойти подводные камни и дать решение новых задач.

Никаких положений, осуждающих директивно, не следует вносить, потому что, по существу говоря, вносить такие предложения могут люди, не один год проработавшие в средней школе. Я сам не работал там и не брался бы выносить такие категорические суждения и рекомендации. Вот все, что я хотел сказать!

(Аплодисменты).

Ю.В. ПРОХОРОВ

Н.Н. Боголюбов не успел предложить собранию избрать редакционную комиссию. Я не могу не довести до сведения собрания, что такое предложение было. В состав этой комиссии предлагаются: К.К. Марджанишвили – председатель, в качестве членов – С.Л. Соболев, А.Н. Тихонов и В.С. Владимиров.

С МЕСТА

А что редактировать? Нужно решение собрания.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Предложения какие-то поступают. Во всяком случае, нельзя все возлагать на стенограмму, а кто-то должен квалифицированно соединить это в виде проекта нашего решения.

К.К. МАРДЖАНИШВИЛИ

Потом появится в печати, что было такое-то решение собрания, как это было, а вот Н.Н. Боголюбов не помнит, что было такое решение, и что он подписал его. Между тем, решение общего собрания Отделения математики опубликовано в 1966 году.

Такое решение нужно, и оно будет публиковаться.

Ю.В. ПРОХОРОВ.

Никаких решений не должно приниматься.

Д.С. ПОНТЯГИН

Потому что если мы здесь просто посидим и поговорим, то неизвестно – зачем тогда все эти разговоры.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Я сделал то высказывание, которое меня просили сделать. Сейчас слово Сергею Михайловичу Никольскому.

С.М. НИКОЛЬСКИЙ

Мне кажется надо констатировать так, что содержание того материала по математике, который дается у нас в средних школах, чрезвычайно устарело. На протяжении трех четвертей столетия он был без изменений. Я сам лично учился еще до революции по Киселеву. В 6-м классе я учил Архимеда, учил алгебру по учебнику Киселева. Сейчас я здесь услышал, что может быть имеет смысл переиздать. Кого? По-видимому, Киселева. Я хочу сказать, что содержание его очень и очень устарело. В прошлом, еще до революции, была гимназия и были реальные училища. В реальных учи-

лица проходили все то, что проходится сейчас, вместе с анализом, алгеброй и геометрией. Я учился в гимназии, Иван Матвеевич учился в реальном училище.

И.М. ВИНОГРАДОВ

Да, и значительно больше, чем это записано здесь.

С.М. НИКОЛЬСКИЙ

Я учился в гимназии, и там было все, но не было анализа. После революции все программы стали ориентироваться на гимназию и оформились они к концу 30-х гг. И тогда у нас началось господство Киселева, и по алгебре, и по геометрии, и это было гимназическое образование без анализа.

После войны, послевоенные последние 10-15 лет появилась новая тенденция. Она возглавлялась Колмогоровым и частично Сергеем Львовичем. И заместитель министра сказал, что наиболее существенное, что здесь произошло, это – введение математического анализа.

И вот эти новые предложения тоже согласуются с этим. По-видимому, все согласны с тем, что надо, чтобы был математический анализ. Это я и хотел констатировать.

Я хочу добавить еще, что я читал вчера две школьные книги. Одна, это Колмогоров для IX класса и вторая, должно быть, для X, но в моем распоряжении её нет. И я должен сказать, что эта книга хорошая, но, с другой стороны, я хочу сказать, что дело обстоит и не так хорошо – боюсь, что она будет трудна и ее надо упрощать и сокращать. И это понятно. Мы сейчас находимся в другом состоянии, не в том, в каком были гимназисты, которыми я вам, кажется, надоел. Дело заключается в том, что каждый мальчик и каждая девочка должны кончить десятилетку. Если он ушел на завод или поступил в ПТУ, все равно он вечером должен доучиваться до X класса. Это приводит вот к чему. Конечно, их очень сильно загружать нельзя. Ничего не поделаешь, нужно все излагать попроще. В частности, книга Андрея Николаевича с этой точки зрения должна быть очень сильно упрощена или заново должна быть написана. Она вполне подойдет для математических школ и для дополнительных лекций.

Мне кажется, что дополнительные лекции для тех молодых людей, которые хотят дальше в вузе учиться, они нужны.

Теперь я вот что хочу сказать. Я вчера читал книжку для первого класса, о ней тут речи, кажется, не идет, но все-таки я скажу свое впечатление. У меня есть внучка, я ее спрашиваю. Я должен сказать, что здесь дело обстоит хорошо. Там не только равенства, но и больше, и меньше. И раз вы говорите о числах 2, 3, .. естественно, возникает вопрос – а что больше, три или два? Они только путают значки, когда нужно писать меньше, когда больше. (Смех в зале).

А как же с иксом? Кто-то сказал: а теперь иксы будут с VI класса. Я довожу до вашего сведения, что иксы с I класса. Я – педагог, книжка по

теоретическому анализу написана хорошо и пусть будут эти иксы. Мне кажется, они иксами немного увлекаются.

Относительно множества. Тут тоже увлечение происходит. Здесь Андрей Николаевич объяснял, сказал, что там такое. Речь идет о понятии множества, о пересечении. Вот эти фигурные скобки надо просто выбросить. Есть общее обозначение. Я видел книжку. В программе уделяется определенное время – 4 часа, 6 часов на эти пресловутые множества каких-то треугольников, подмножества треугольников. Все это не нужно.

Вот я написал курс математического анализа, два тома. Я довольно тщательно его писал. У меня один параграф, посвященный, множеству.

Вы можете посмотреть, и если это есть, значит, я это применял. Все это умещается на 2 страничках: речь идет о том, что « $x$ » принадлежит отрезку или не принадлежит, что такое интервал.

Я написал сумму двух множеств, и я боюсь, что я ее не употреблял.

Я думаю, что автору книжки не надо употреблять слово «множество», но думать в той мере, в какой это ему нужно, вот в чем дело, с моей точки зрения. Тогда он напишет все это на одной страничке. А что касается преподавания, то и в программу не надо писать или написать вскользь, не надо давать много часов. И тогда все будет благополучно, а само понятие «множества» истреблять не надо. Мальчишки знают и понимают многие анекдоты. Почему же они не могут понять «множество»?

Возьмите Маркушевича, к которому я хорошо отношусь, но не могу не уколоть. Как он пишет? Что такое функция? Если каждый « $x$ » соответствует « $y$ », то – пример. И еще 2–3–4 примера.

Я утверждаю, что мальчишки и девчонки не такие дураки, они это поймут. Но то, что написал Маркушевич, – это непонятно, и это от того, что он очень увлекается, когда пишет.

Ю.В. ПРОХОРОВ

К Василию Павловичу будут вопросы?<sup>26</sup>

Вопросов нет.

С.М. НИКОЛЬСКИЙ

Вот что еще мне хотелось сказать о новой программе. Читаю: «Отображение пространства. Направление в пространстве. Векторы. Свойства векторов (без доказательств)...».

Какие свойства? Самое трудное свойство, оказывается, в пространстве сложить три вектора. И все ваши товарищи из Министерства просвещения СССР так испугались, что в воздухе идет мордобой, и на всякий случай написали «без доказательств».

(Веселое оживление в зале).

---

<sup>26</sup> По-видимому, в стенограмме опечатка, речь идет о Василии Сергеевиче Владимирове. – Прим. Ю.К., О.С.

И дальше: «Противоположный вектор. Разность векторов... Умножение вектора на число...» затем – его свойства – и опять «без доказательства».

Что это такое, – я не могу понять.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Вопросы не появились? Нет. Слово имеет Л.В. Канторович.

Л.В.КАНТОРОВИЧ

Я хотел присоединиться к предложению Сергея Львовича о том, что сейчас мы не располагаем данными для подробного рассмотрения, чтобы вносить какие-то предложения, что признавать негодным, что можно рекомендовать.

Но прежде всего по организационному вопросу. Мне кажется, что комиссия, готовившая это заседание, провела эту работу очень неудовлетворительно, потому что члены Отделения не были информированы о заседании Бюро и его решениях. Не было даже возможности ознакомиться с этим материалом, который был подвергнут обсуждению. Одну программу нам предложили во время заседания, а вторую программу, которую хотят рекомендовать, так и не предложили вообще. Не были даны заранее даже тезисы докладов. Но это просто реплика по организации заседания.

Второе. Мне представляется, что на этот счет не только члены Отделения, но и члены Бюро не должны считать себя связанными предыдущими решениями, потому что за это время проделана большая работа и появился ряд новых материалов, которые дают основания для дальнейших суждений. Поэтому эти вопросы, думаю, надо будет после более тщательной подготовки решать более детально и основательно. Мы можем давать рекомендации, но мы не можем рекомендовать «кота в мешке».

Несколько слов хотелось сказать относительно того направления изменения программы, которое произошло. Это была очень большая и серьезная работа, и Отделению лестно, что оно в этой ответственной работе приняло участие в лице Андрея Николаевича Колмогорова и ряда других ученых, потому что ясно, что новые условия жизни, научно-техническая революция, все это совершенно изменило требования к подготовке в школе по математике. Поэтому никак нельзя было оставаться на учебниках и программах 75-летней давности, – как бы хорошо они не были сделаны. Скажем, был большой раздел – введение к учебнику для программирования, там был ряд задач, а сегодня они абсолютно ни к чему. А, с другой стороны, нужно знать неравенства для управления автоматикой, нужны логические вещи, люди работают на станках с программным управлением. Параметрические неравенства зависимости, это уже не абстрактные зависимости, а это конкретная необходимость, которой человек обладает. Та акселерация, которая пришла в физическом смысле, такая же акселерация и в умственном. Те же 4-5-летние детишки нажимают кнопки, смотрят телевизор и получают множество новой информации. Все это требует и по-

вых методов преподавания математики. В частности, свидетельством этого является факт изменения программ, которое произошло во всех странах, в тех же Соединенных Штатах, в Японии, в ФРГ. И если мы будем тянуть опять назад, а не принимать новых решений, то мы за десятилетний срок обучения людей будущего не подготовим и лучше не сделаем.

Так что мне представляется, что большая работа по созданию новых учебников, которая была проделана, это просто гражданский подвиг А.Н. Колмогорова и совершенно естественно, что Министерство положительно оценивает эту работу. Конечно, как всякое сложное дело, если вводится новая технология в производство, никогда сразу хорошо не получается; что-то приходится дорабатывать. Иногда новая технология оказывается дороже старой и хуже, чем старая, но все равно надо делать. И тут надо не панику поднимать, что надо отменять и вернуться назад, а направить силы на дополнительную доработку. Ну, скажем, определения не нравятся. А сколько мы в вузах понаписали и прекрасно уживаемся (смех в зале) и никакой неграмотности в этом нет, одно – в одном отношении, другое – в другом и здесь что-то абсолютного не скажешь. Надо использовать огромную работу. И некоторые учебники нуждаются в совершенствовании и улучшении.

Учебники для младших классов определенно приелись, хотя я вспоминаю, и старые учебники читать было скучно и тяжело, всегда эти учебники оживлялись работой учителя. Конечно, может быть учитель чрезмерно перегружен, может быть, недостаточно удалось провести работу по методическому переобучению учителей. Конечно, в таком новом деле есть какие-то огрехи, которые нужно исправлять.

А.Н. Тихонов с юмором говорил о неравенствах. Неравенства – такая же необходимо неясная вещь. Скажем, если имеется 15 т силоса, 10 т нужно коровам оставить, то сколько можно выделить свиньям?<sup>27</sup> Меньше или равно 5 т. Такая задача понятная и нужная.

По историческому недоразумению систему неравенств научились решать только в XX веке, а не в XIX.

Поэтому мне представляется, что надо отметить такую большую работу, которая проведена с участием Академии наук. Лев Семенович не помнит, но эти программы были одобрены Президиумом Академии наук, покойным президентом.

Д.С. ПОНТЯГИН

Нет, они были отвергнуты.

Л.В. КАНТОРОВИЧ

Может быть, конкурс объявить, но для паники – отменить, делать ставку на Киселева – по-моему, нет никаких абсолютно оснований.

Ю.В. ПРОХОРОВ

<sup>27</sup> В этот момент, по воспоминаниям Ю.М.Колягина, из зала была реплика: «А свиньи сялос не едят». – Прим. Ю.К., О.С.

Какие будут вопросы?

В.С. ВЛАДИМИРОВ

А Ваше отношение к новым программам?

Л.В. КАНТОРОВИЧ

Они несколько лучше в отношении уровня требований, – те были немного перегружены. Произведены сокращения, и это, по-видимому, оправданно. Об этом шла речь и в 1966 г.

То, что в принципе они освоены на уже имеющихся программах, действовавших до этого срока, я считаю, тоже правильным, потому что основные решения и основные изменения внесены правильно.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Есть еще вопросы? Нет.

Л. В. КАНТОРОВИЧ

Я думаю, надо усилить прикладную сторону, написать новые предложения.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Слово предоставляется Л.С. Понтрягину.

Л.С. ПОНТРЯГИН

Готовясь к сегодняшнему собранию, я решил познакомиться с материалом, который мы будем обсуждать. Я буду судить по тому, что я сумел прочесть.

Я считал, что учебник есть отражение программы. Я взял учебник VI класса.

Попрошу моего помощника прочесть, что такое уравнение. (Цитата).

«Уравнение<sup>28</sup> – основное значение переменной, которая обращает уравнение в истинное равенство. Решить уравнение – значит найти множество его корней».

Учебник для средней школы, и ученик должен хотя бы догадаться, что здесь подразумевается.

Я стал спрашивать: может быть, есть такой термин? Мне сказали, что этого термина нет.

Мне сказали, что несколько раньше в учебнике для VI классов есть этот термин. Прошу привести это место.

(Цитата).

Хотя я это прочел, я все-таки не понял, что значит это – слово или термин математический?

Я начал искать в учебнике математики V классов. Слово не было найдено, но там начинается с множеств и в конце пункта – параллельные переменные. Зачем они попали сюда, я не понимаю. Направленные – положительные и отрицательные числа, и тут же параллельные переменные, которые абсолютно с ними не связаны.

<sup>28</sup> Так в стенограмме. По-видимому, это опечатка, допущенная стенографистом. На заседании, очевидно, речь шла о корне уравнения. – Прим. Ю.К., О.С.

Дальше идут дроби. Дальше – умножение и деление, и объясняется что такое биссектриса. В чем тут дело? Когда в структуре V класса к чисто теоретическим вещам присоединены ненужные вещи? Мне кажется, что это нелепость, которая не может не вызвать у школьников недоумения.

Дальше я перешел к IV классу. Там написано опять так, что понять нельзя. – Предложение с переменной. Но дальше все равно , что «Волга впадает в Каспийское море». (Читает). И дальше дается объяснение математически неверно. Мы имеем дело здесь просто с понятием синтаксического предложения и объясняются математические понятия с помощью выражений из синтаксиса, это нечто несуразное. Тут дается знакомство с тем, что такое предложение, подлежащее и сказуемое.

Дальше я захотел познакомиться, что же будет функция? У меня более прогрессивный учебник, который относится к следующему изданию, поэтому я мог предполагать о более совершенном определении функции. (Читает определение). Что же это такое? Здесь сказано: «отношение, при котором...» Значит, отношение есть математический термин, который имеет отношение к русскому языку. Но это же отношение чисел, а не отношение между людьми. В чем же дело? (читает далее). ... «можно сказать иначе, что прямая  $AB$ ...».

Извините, товарищи, по-моему, это просто словоблудие. И при помощи этого определять функции? Это просто недопустимо. И понять этого нельзя не только школьнику, но и взрослому человеку. У некоторых останется лишь ощущение о нелепости того, что пишется.

И дальше говорится о многочленах и еще в этом пункте есть неравенство, введено понятие неравенства. Приведено 9 обозначений неравенства, школьник должен учить девять обозначений вещи, которую совершенно просто можно обозначать простыми словами, где я не буду писать этих скобок, а просто скажу, что все значения  $x$ , удовлетворяющие неравенству альфа и бета, и все сразу поймут, о чем идет речь. А то все эти обозначения надо помнить. Это же издевательство, и почему это должен учить школьник?

Теперь многочлены. Там весьма обстоятельно разбирается, что такое транзитивность, вопрос о том, что такое симметрия, что такое рефлексивность. И написано это таким образом.... Для чего это здесь написано, понять невозможно. Я понимаю, в теории групп это нужно при разделении групп на классы. Здесь это не имеет никакого реального смысла, и школьнику приходится просто зазубривать.

Рассматривается известнейшая формула  $a-b^{2y}$  с двух точек зрения, когда, следствие ... разность, справа производная. Здесь эти точки зрения отдельно развиваются и изучаются.

То же самое квадрат суммы, и это изучается отдельно.

<sup>29</sup> Очевидно, в стенограмме допущена опечатка. По-видимому, речь идет о квадрате разности. – Прим. Ю.К., О.С.

Дальше – одночлен. Что такое натуральная степень, мы все знаем, и сколько об этом можно написать? Об этом написано 30 страниц.

Вот так написан учебник, который у нас считается прогрессивным и хорошим.

Немного о теории множеств, нужна она нам или не нужна. Авторы учебника не то, что пользуются теоретико-множественной терминологией, что вполне допустимо, но идеология теоретико-множественная – что гораздо страшнее. Этот термин заключается в том, что два множества равны, тогда как они совпадают, а если не совпадают, то не могут быть равными. Значит нужно вводить новый термин – конгруэнтность. Андрей Николаевич приводил пример...

И вот эта окружность равна пересечению...

По поводу понятия «вектор», о чем говорил Василий Сергеевич. Давайте почитаем, что такое вектор. IX класс (зачитывается).

Для того чтобы это понять, нужно вернуться к чему? Что такое преобразование пространства. Мы должны будем узнать, что такое отображение пространства на себя. мы должны узнать, что такое направление в пространстве, а для этого мы должны знать, что такое лучи. Такова структура этого понятия вектор.

Называть любую фигуру множеством, конечно, можно, в этом беды никакой нет, но беда заключается в том, что здесь не теоретико-множественная, а идеология, которая не позволяет....

Вектор не укладывается в идеологию теории множеств; он может быть изложен только как преобразователь. Это не фигура, а черт знает что, и он может быть понят только как направление в пространстве.

Таково положение с книгами. Если их читают ученики, то ничего кроме отвращения, в частности, у людей, способных к математике, они вызвать не могут, а люди, которые неспособны к математике, из них просто ничего не узнают.

Я говорю не о статистике, а о том, что говорил Соболев, что его внуки прекрасно понимают. Но это внуки академика, а подумайте о внуках рабочего. Они ходят в школу, получают тройки и четверки, и все, беспокоиться не о чем. Но когда я стал спрашивать одну девочку, что она знает, оказалось, что она ничего не знает! Мама идет в школу к учителям, а те отвечают – мы готовим ваших детей не в учителя, а в рабочие. Получается, что дети рабочих не могут пойти в вуз, а дети инженеров должны для того, чтобы поступить в вуз, брать репетиторов. Дети, внуки академиков все могут понять, они пойдут в вуз, и образуется «академическое» сословие, т.е. совершенно недопустимое, не социальное, а политическое бедствие!

Поэтому это Отделение, представляющее авторитетнейшую группу математиков Советского Союза, должно сказать, что то, что происходит, недопустимо!

(Аплодисменты).



Ю.В. ПРОХОРОВ

Слово предоставляется преподавателю Московского физико-технического института М.И. Шабунину.

М.И. ШАБУНИН

После такой глубоко аргументированной речи, которую мы сейчас имели удовольствие слушать, мне не очень многое нужно добавить.

То, что я собираюсь сказать, это не только выражение моего личного мнения, а выражение мнения очень большой массы преподавателей, и не только нашего, но и многих других вузов.

Я являюсь преподавателем кафедры математики Московского физико-технического института, общаюсь со своими коллегами, и они просили, если мне предоставят слово, сказать, что положение, сложившееся в настоящий момент с математикой в средней школе, критическое, требующее серьезного вмешательства Отделения математики Академии наук СССР.

Этот вывод основан не только на личном опыте. У меня нет внуков, но есть сын, он в прошлом году закончил школу, и я имел возможность в течение десяти лет наблюдать, что он усвоил. Должен сказать, что то, что он усвоил – это не результат преподавания в школе, а результат моих усилий.

Мы имеем дело с контингентом поступающих в вуз. На протяжении многих лет я и мои коллеги имели возможность наблюдать, как под влиянием тех или иных явлений в школе изменяется облик их. Мы имеем 2-3 тысячи абитуриентов, отнюдь не слабейшую часть выпускников школ.

В официальном документе, направленном в Министерство просвещения РСФСР, мы отметили, что уровень математической подготовки учеников средней школы, к сожалению, снижается. Особенно заметно это снижение наблюдается в связи с реализацией новой программы (она впервые реализована в прошлом году). Дело не в том, что учащиеся пришли с какими-то навыками в математике. – казалось бы, мы должны это приветствовать. Элементы высшей математики в программе средней школы – появились значительно раньше, – мы имели 20 лет назад эти элементы в меньшем объеме, а в 60-ые годы они были, может быть, чуть меньше.

Так что нельзя считать, что эта новая программа существенно отличается именно в этом направлении. Если она чем-то и отличается, то в первую очередь наличием многих таких понятий, которые совершенно недоступны школьнику, и все наши преподаватели, когда это появилось на экзаменах из высшей математики, пришли к выводу, что этого лучше не делать. Мы считаем, что эти навыки он приобретет в свое время, но не стоит на это занимать десятый класс. И другое то, что было раньше в состоянии обеспечить средняя школа, это формирование этих навыков, простейшие преобразования уравнений, неравенства, особенно в геометрии, они сейчас утрачены огромной массой школьников. Положение с геометрией особенно тревожное, исключение ее из экзаменов очень резко изменило структу-

ру геометрии, привело к тому, что учителя стали совершенно безоружны. Я присутствовал на совещании в Министерстве просвещения, и один из учителей сказал, что все идет хорошо по геометрии. Меня это очень насторожило. Как раз у нас проходили курсы повышения квалификации учителей. Наш вуз имеет и заочную физико-техническую школу, и, кроме того, у нас ежегодно более ста и более учителей Российской Федерации проходят курсы повышения квалификации, поэтому мы имеем возможность спросить самых учителей, как они восприняли новую программу. На этом совещании как раз было много учителей, на нем присутствовал и заместитель министра просвещения РСФСР, и там был задан учителям прямо вопрос – вот вы сейчас, многие из вас не один год работали в школе, представьте себе такую постановку, если бы вам предложили преподавать сейчас геометрию в VI классе по Киселеву, или по тому учебнику геометрии, который есть сейчас, что бы Вы для себя выбрали? И я полагал, что будет примерно процентов 50. Что же получилось? – Из всех учителей 5 человек воздержались, это те, которые не знали учебника Киселева, все остальные дружно выступили за Киселева. Что касается этого эксперимента, то о правомерности его можно спорить, но я считаю, что этот эксперимент достаточно показателен.

Далее. Многие лица, знакомые со школьными программами, основывались на личном опыте. Министерство просвещения РСФСР обратилось к нашему вузу с просьбой дать развернутый анализ учебников и учебных программ для средней школы, и мы не смогли ответить сразу, потому что вопрос этот требовал изучения. И мы создали на своей кафедре комиссию из 10 человек, состоящую из очень опытных преподавателей, которые участвовали в приеме экзаменов и возглавляли приемные комиссии. Мы дали им довольно большой срок, но потребовался чуть ли не год работы товарищей для того, чтобы понять, что там происходит. Подробную рецензию мы направили в Министерство просвещения РСФСР, а копию направили в Бюро Отделения математики Академии наук СССР. Это было уже где-то в мае месяце.

Я не буду зачитывать рецензию, это довольно объемистый материал. Должен сказать, что на все без исключения учебники и учебные пособия мы дали отрицательные отзывы. Больше того, мы считаем, что их нельзя исправить внесением локальных изменений.

Мы считаем, что основа, на которой они написаны, она во многих случаях просто неприемлема. Легче написать новые учебники, чем переделывать старые.

Таково мнение. Оно, повторяю, основано не только на личном опыте. Мы направили письмо, это письмо обсуждалось на кафедре, практически все члены кафедры разделяют эту точку зрения.

Огромное большинство вузовских работников считает положение более чем серьезным и считает необходимым изменить программу. Будет

ли вопрос решен на этом заседании или нет, но программа нуждается в переработке.

Нуждаются в переработке, в соответствии с этой программой, учебники и здесь, наверное, целесообразно использовать авторитет и опыт, который имеют вузовские работники. Здесь Александр Данилович присутствует. Я знаю мнение коллегии по Новосибирскому университету. У меня есть письмо, направленное в Министерство просвещения, где имеются такие фразы, что программу и учебник по геометрии следует считать неудовлетворительными. Так что нашу точку зрения разделяют не только преподаватели московских вузов, но и других городов.

Два слова об истории. Почему так все это сложилось? Наверное, ни для кого не секрет, что такие изменения в содержание математического образования вносились и раньше и никто, конечно, не считает, что то, что мы учили тридцать-сорок лет назад, остается неизменным. Безусловно, изменения вносились. Но к последним изменениям учителя не были подготовлены. Даже если считать, что эта концепция при всей ее сложности является приемлемой, то надо было прежде подготовить огромную массу учителей, провести эксперименты, убедиться, что учебники годятся.

Представители Министерства и Академии педагогических наук мне могут возразить, что эксперименты проводились. Но эти эксперименты носили локальный характер, сплошь и рядом они проводились людьми, которые состояли в штате или полустатате Академии педагогических наук и едва ли только на их опыте можно было основывать учебники. Я более 20-ти лет работаю в Физтехе и я не помню, чтобы кто-нибудь нам дал эту программу, чтобы ее реализовать.

Сейчас программа опубликована, но если бы я о ней не узнал полторы недели тому назад, что она опубликована в журнале «Математика в школе», я бы не узнал, что она есть.

Мне довелось участвовать в какой-то степени в обсуждении того вопроса, который мы сейчас рассматриваем. Несколько лет тому назад, когда впервые готовился учебник для IX класса, мне, как частному лицу, был послан на рецензию учебник для IX класса по Алгебре Вейца и Демидова. Было заседание в Академии педагогических наук, где присутствовали Андрей Николаевич и Алексей Иванович Маркушевич. Уже все было подготовлено к тому, чтобы учебник рекомендовать, потому что был конкурирующий учебник (тот учебник хотели, видимо, забраковать). По сравнению с ним теперешний учебник – сказка. Я не понимаю, почему такой учебник, прошедший несколько рецензий, рекомендовали!? Грубейших ошибок я нашел не меньше двух десятков и свою рецензию передал Маркушевичу. Он схватился за голову, когда прочел. Было принято решение взять этот учебник за основу, добавить в авторский коллектив 2-3 человек. В течение месяца его переработали, грубые ошибки убрали, и теперь он появился как учебник IX классов.

Многие учебники, которые мы рассматриваем, были написаны в крайней спешке, лицами без достаточного педагогического и авторского опыта. Скажем, Андрей Николаевич не в состоянии был навести там порядок, у Алексея Ивановича не дошли руки, чтобы как следует отредактировать учебники.

Это обсуждение идет давно. К сожалению, реальных результатов мы не видим, хотя программа, которая была предложена, заслуживает внимания. Ее надо проверить и в вузах и написать учебники.

Что происходит в вузах РСФСР? В последнее время гриф «учебник» приобрели книги, бывшие учебные пособия для VI- VIII классов. Я внимательно сравнил текст учебника без грифа с тем, что есть сейчас, и у меня впечатление, что книга с грифом стала хуже. Поэтому если Министерство пойдет по пути «грифа», оно, наверное, нанесет ущерб делу преподавания математики, потому что ни одно учебное пособие, которое есть в школе, не заслуживает быть учебником. Здесь, как говорят, надо десять раз померить и один раз отрезать.

Я хотел бы, чтобы ученые, к мнению которых мы прислушиваемся, чтобы это собрание нашей математической элиты приняло меры к тому, чтобы навести порядок в школе.

Мы, преподаватели математики, хотим, чтобы этот предмет занял достойное место в школе!

Ю.В. ПРОХОРОВ

Вопросы к выступающему есть?

С МЕСТА

Как думает товарищ: нужно одинаково учить будущих рабочих и будущих студентов физтеха?

М.И. ШАБУНИН

Раз есть учебник, он учебник для всех. Другое дело, что тот, кто хочет поступить в физико-технический институт, должен еще дополнительно работать. Школа к вузу не готовит, как заявил и сам министр...

В.М. КОРОТОВ

Никогда ничего подобного он не заявлял.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Еще есть вопросы?

С МЕСТА

Как занимаются поступившие на физтех – хуже или нет?

М.И. ШАБУНИН

Какие есть плюсы? Отпала необходимость читать «комплексные числа»; некоторые навыки дифференцирования нам не помешали.

Мешает нам отсутствие твердых знаний формул геометрии.

В общем, есть плюсы, есть и минусы.

С.К. ГОДУНОВ

Очень интересное обсуждение животрепещущего вопроса, но к сожалению нельзя в нем активно участвовать. Я получал повестку дня в четверг и сообщение, что программа будет уточнена и выслана Вам позднее. Но в пятницу я выезжал, а программы не было. Очень интересную программу развернул представитель Министерства просвещения Российской Федерации, но когда выступал Андрей Николаевич, то мне показалось, что эта программа им критикуется. Мы были абсолютно лишены возможности ознакомиться с материалами, поэтому обсуждать я ничего не могу. Надо было хотя бы разослать список учебников, чтобы мы могли их взять в библиотеке и прочитать.

Общаясь с детьми и т.д., я могу сказать, что учителя плохо понимают, но я считаю не нужным вмешиваться в эти вещи. С другой стороны, сами учебники для младших классов написаны внешне очень живо, интересно и т.д. Сейчас Лев Семенович приводил пример из старших классов, что понятие коэффициент не подходит под ответ потому, что надо было вычислить какой-то процент, и формулировка была такая непонятная: если лес рубится, то сколько прироста, и непонятно, к чему процент считать и к чему относить проценты. И я не отвечаю, по какому проценту надо считать. Это очень серьезная претензия, что они очень не отчетливы и очень не четки. Но я не имел возможности подготовиться, я бы с большим интересом просмотрел и по части отработки программ, методик и учебников. А я считаю, что программы и учебники должны отработываться вместе.

И я думаю, что здесь упускается одна важная особенность современного технического оснащения нашей страны. Например, телевидения. Сейчас может многое сделать телевидение, там есть очень хорошие научно-популярные передачи, скажем, всегда вызывают интерес и несут много информации, это такие передачи как «В мире животных», «Клуб кинопутешествий», намного хуже «Очевидное и невероятное», там много путаницы. Но почему бы таким же способом не устроить обучение, конкурс преподавания. Можно было бы две-три таких передачи пустить и устроить конкурс преподавания. Сейчас в самом деле уровень преподавания в средних школах, особенно в сельских, очень низок. Когда несколько лет устраивали в Новосибирске олимпиады, то на них всегда собирались и ученики из сельских школ, они отбирали способных ребят и в сельских школах, но в сельских школах они обучались хуже, чем в других. Это, в основном, наверное, потому, что недостаточное количество методических пособий получает область.

Так вот, на мой взгляд, телевидение является самым хорошим учителем, профессором, дает возможность устроить конкурсы, отбор, определение материалов. Схемы, программы есть, можно взять отдельные куски.

Здесь имеется опыт. Скажем, в Новосибирске была замечательная программа, которая почему-то была прекращена, – «Физика для малышей». Это были рассказы для школьников о современной физике, показ

различных опытов, разных историй и т.д. Очень интересная была передача. Почему-то три года назад она кончилась.

В Москве есть программа учебного телевидения. В других городах ее нет. Я однажды в Москве когда был, посмотрел передачу о подготовке к экзаменам. Это просто вопиющее безобразие. Это было года полтора тому назад. Ситуация там такая: пришел какой-то товарищ и начал скучным голосом рассказывать правила приведения синусов и косинусов. В течение примерно часа рассказывал. Я не понимаю, почему такие передачи пропускают! Почему в этой серии не пускать конкурсные передачи. Совсем не обязательно, чтобы профессор стоял к вам лицом. Способом мультипликации можно разные примеры приводить с теми же множествами.

Схоластика – вредная вещь, она все убивает. Чтобы этого не было, надо устроить свободный конкурс при создании учебников и учебных пособий.

#### Г. Д. БЕРИШВИЛИ

Я задержу ваше внимание ненадолго.

Я выступаю от имени Института психологии. Он пять лет ведет наблюдения за разными вариантами и методами обучения в средней школе и сравнивает их.

Я хочу обратить внимание на одну деталь: все время говорят о программах с IV по X классы. Раз у нас единая система образования, не следует отделять начальную школу, а следует думать о программах с I по X классы.

Хочу привести такой пример: в начальной школе положение серьезнее и ошибки там гораздо труднее исправлять потом.

Учитель им пишет:

$$x + 3 = 5$$

$$\text{Дальше: } x = 5 - 3;$$

$$x = 2.$$

Я хочу обратить внимание на то, что обучают процедуре, и дети ее очень хорошо запоминают. Уравнение они не понимают, – мы проверяли это. Если вы дадите во II – III классе

$$7 + (x - 2) = 9,$$

они решают, абсолютно не задумываясь:

$$x = 9 + 2 - 7; x = 4$$

Детей научают какой-то манипуляции, и потом все время ее проделывают.

$x \cdot x - 4 = 21$ . Дети решают сразу:  $x = 25$ .

Из 200 детей двое догадались, что здесь нужно написать 5, и говорят: 5. А чему равен  $x \cdot x = 25$ .

Спрашиваем: чем ты заменил  $x$ ? Пятеркой.

– Чему равен  $x$ ?

$$- x = 25.$$

Этот пример показывает, что дети не понимают этой процедуры, что надо уделить внимание способу нахождения решения задачи. Они не понимают, что уравнение – это задача.

Насчет анализа я хочу сказать кое-что. Введение анализа в средней школе требует некоторой осторожности. Я точно знаю (опрошено большое количество учеников, окончивших школу), что ни один из учеников не понимал, что такое предельный переход. Видимо, этот анализ надо осторожнее вносить, надо отделить от бесконечности предельного перехода.

Я хочу отметить, что существуют разные попытки начинать обучение. Иногда начинают обучение не с чисел, а с других понятий, а числа вводят позже. Эти попытки, на мой взгляд, очень опасны, потому что дети обучаются какой-то процедуре и этими процедурами подменяются знания. Так что надо думать и об этом.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Есть ли вопросы? Вопросов нет.

А.В. БИЦАДЗЕ

Мое выступление инициировано выступлением С.К. Годунова. С 1972 г., по положению и к моему несчастью, возглавлял Совет по математике для поступающих в вузы, вплоть до 1976 г. Если полтора года тому назад что-то не понравилось Сергею Константиновичу, я могу быть формально совершенно не затронут его выступлением, хотя я считаю, что выступление его в этой части было неверным, потому что по телевидению масса различных фильмов, но передачи по математике совершенно недостаточны, дальше телекурса по математике для поступающих в вузы. Причем это для детей из таких семей, у которых нет возможности брать репетиторов. И я с большим удовольствием принимаю участие, самое большое, в работе курсов. И вот, начиная с 1972 г. я этим занимался. Я люблю школу и т.д. И я был вынужден ознакомиться со школьными учебниками и школьными программами и пусть товарищи не обижаются, я буду говорить о фактах. С 1972 г. ежегодно этот Совет трижды или четырежды собирает слушателей курсов, в основном это происходит в Доме Культуры Московского физико-технического института, где сидит много ребят, порой они приходят со своими родителями. На курсах учатся начиная с VI, даже с V класса. И прямо скажу, что мне приходилось очень туго. Все время задавали вопрос – что же происходит со школой, что это такое? Инженер выступает и говорит мне: вот я инженер, вот пожалуйста, такого раздела я не понимаю, что это такое? О чем шла речь? Мы должны рассчитать где-то объем, произведение этой площади..., что она есть [предел]. Что это такое, это, говорит серьезно, или шутят? Я был вынужден изобразить все это на доске и объяснить, что действительно так получается, ... по отношению к этой площади сфера, окружающая этот шар. Но это потому, что тут зависимость от объема. А если вы возьмете куб с ребром  $(x)$ , это совершенно иное отношение, которое зависит от площади, ограждающей куб.

Наряду с этим чтобы утверждать истинность этого положения, говорят: в современной математике, если  $D$  есть область какого-то, то (формула) есть граница. Видите, куда зашло!

Конечно, мы должны думать о том, что математика, которая семимильными шагами идет вперед, стала достоянием средней школы. Надо серьезно пересмотреть объем в средней школе и думать о том, как сократить разницу между обучением в высшей и обучением в средней школе. Это наша мечта с давних пор, и здесь курьезы недопустимы. Юноши и девушки должны кончать школу. Лев Семенович прав, действительно, очень большое отвращение к математике. Это отвращение возникло, от этого никуда не уйдешь. Молодежь показывает спину точным наукам.

(ИЗ ЗАЛА. Это не только в нашей стране).

Может быть здесь глубокие социальные, другие факторы действуют, но игнорировать тот факт, что от математики болеют дети – никто не дал нам право это делать. Все-таки дети есть дети. Институт домработниц давно исчез, дети должны родителям помогать, если у них будет время. Это мы должны иметь в виду, об этом говорили и наши предшественники.

Я хочу напомнить, как в начале 30-х годов, когда в ЦК обсуждался вопрос о стабильных учебниках для средней школы, что говорила Надежда Константиновна Крупская в 1933г: «Непосильные задания только развращают детей, приучают к недобросовестному отношению к своим обязанностям».

А сейчас наши дети, как правило, не справляются с домашними заданиями. Объем всех знаний увеличивается. Посмотрите биологию. Такие моменты в биологию внесены, что очень многое трудно запомнить. Вы посмотрите, что в биологии происходит. А дети есть дети, за десять лет они должны получить среднее образование, и мне просто непонятно, когда Министерство просвещения так спокойно говорит: у нас все хорошо. Оба министерства. А то, что трудности стоят перед нашей школой, об этом вы ничего не говорили. А советская средняя школа стоит перед очень большими трудностями, это мы должны осознать в первую очередь, чтобы исправить дела.

В.М. КОРОТОВ

Вы плохо меня слушали.

А.В. БИЦАДЗЕ

Я никаких обвинений Вам не предъявляю, но с тем, что вы говорите, что все хорошо, я не согласен; где-то нужно подправить. Нужно принимать радикальные решения, чтобы школа стала настоящей школой в нашей социалистической стране – стране развитого социализма, где все дети должны получить среднее образование.

Здесь спорили товарищи, что рабочим делать и что тем, кто идет в физико-технический институт? И тем и другим нужно иметь всеобщее обязательное образование. Но неправильно, что в МФТИ должен поступать любой.



Я в МИФИ работаю с 1972 г. Я комплектую экзаменационные комиссии, и мы от них требуем – экзаменуйте нормально. Не раз мы уже проводили экзамены, самые лучшие выпускники шли к нам. Но если раньше в МИФИ конкурс был 12-8 человек на место, то сейчас конкурса нет.

Куда уходит молодежь? Может быть, в гуманитарные науки? Может быть, это социальный вопрос? Не знаю, но нам, математикам, надо нести за это ответственность.

Я хочу привести здесь одну цитату из Иммануила Канта, которая мне очень понравилась. Вот что он писал: «Предметы, которым обучают детей, должны соответствовать их возрасту, иначе угрожает опасность, что у них разовьется умничание, модничество, тщеславие».

И когда это было сказано!

А мы на самом деле не замечаем этого? Замечаем. В большой степени наши программы рассчитаны, извините, на ненормальных детей, с немного большим воображением, которые завтра докажут теорему, которая веками не доказывалась.

Я извиняюсь перед вами. Здесь присутствует Сергей Константинович, председатель Совета. Но я должен сказать, что и Вы ошибаетесь. Там выступают ваши профессора, Андрей Николаевич читает лекции, – делается все хорошо, но не прививается. Вы не поняли, и другие не поняли. Профессор стоял у доски, и мы его не поняли: он буквально излучал ту тригонометрию, о которой у вас идет речь.

В советской общеобразовательной средней школе образование должны получить все. Поэтому мы, математики, должны заботиться о том, чтобы математика получила свое место и время. Мы распределяем это время и спасем наших детей от всяких психических заболеваний.

И между прочим, как раз Беришвили занимает самые формально правильные позиции и знает, что он сказал – знаете, внука приходит ко мне, а я не могу решить задачу. Говорится следующее, задает следующий вопрос: в какой-то женской школе 30 девиц, а рядом есть мужская военная школа 25 парнишек, каждый из них из этой школы встретился с одной из девиц женской школы, и они заключили брак. Как вы считаете – будет ли это функцией однозначной? – В нашей стране одному сватают пять жен, а это уже не будет вполне однозначная функция. /Смех/.

В.А. САВЧЕНКО

Я тоже хочу сослаться на некоторые авторитеты. В начале века была книжка «Простая математика» и там говорилось, что важнее всего, чтобы объяснения учителя были познавательно интересны и чтобы они отличались ясностью. И если посмотреть, что сделано в программе и каковы сложности обучения в VII и VIII классах по геометрии, то спросим – почему? Потому, что мы не знаем тех истоков, на которых держится геометрия, и только к концу VIII класса это становится ясным. И общий курс для

старших классов можно смоделировать, когда же перешли в IX и X класс, там получилось с геометрией лучше, более упрощенная программа пошла, но начались осложнения с алгеброй. И это было по производным, отображения более хорошо отражены. Но я не буду оспаривать какие-то из этих примеров и предложения одной символики или другой символики. В наших учебниках принято такого вида решение, – и если решение идет на множестве натуральных чисел, они предложат такое решение; когда речь идет о множествах, в данном случае неравенства записаны таким образом. Это будет не окончательный результат, а результатом будет множественные значения, и определенных множеств не рассматривается. Здесь говорят – ученики различными способами могут дать различные решения одних и тех же вещей. Основная цель моего выступления сводится вот к чему: те положительные стороны, которые есть в геометрии, в истоках, они не подтвердились. Во всяком случае, начиная с V по VII класс, мы сегодня имеем какие-то переработанные учебники. Геометрия осталась в том пробном варианте и без всяких намеков, в каком направлении она будет развиваться, и что мы можем ожидать. А на сегодня, например, ученику VII класса предлагается такого вида задача

(формула)

Кстати, конгруэнтность не вызывает неприятной реакции. При таком расположении высоты за основу аксиомы подвижности плоскости берется

(формула)

Учитель не сможет показать два отображения, он покажет только одно. Здесь причина – в отсутствии скользящих симметрий.

Если исходить из тех позиций, из которых написан этот учебник, наверное, имеет смысл вводить скользящие перемещения. Иначе не все разрешимо.

И последнее. Наверное, не стоит ту идею движения, которая на сегодня все-таки просочилась в школу в том или другом варианте, совершенно исключать, потому что с помощью этой идеи отображения фигуры на фигуру удастся сконцентрировать весь курс геометрии 8-летней школы. Ученикам понятно, почему такая геометрия.

У нас самая большая проблема, наверное, состоит в том, что мы потеряли социальную значимость обучения. Ученик в открытую может заявить: зачем мне знать все предметы на «отлично» или на «четыре», если я окончу школу с «тройками» («тройки» – мне поставят), буду работать рабочим и получать в два-три раза больше инженера?

Такие высказывания есть, они всем известны. Это не зависит от содержания математики, это не зависит от других предметов, какова программа, новая или не новая; просто в нашей школе не все благополучно, даже раньше уже было, и новая программа дала экстремальные условия, в которых это выявилось. Скорее всего, видимо, с этих позиций можно смотреть на те высказывания, которые есть.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Список желающих выступить исчерпан. Я думаю, мы предоставим слово А.Н. Тихонову. К.К. Марджанишвили передал в президиум проект решения Общего собрания, который, вероятно, нужно огласить.

А.Н. ТИХОНОВ

Товарищи!

Здесь перемешались многие вопросы, но основной вопрос заключается в том, что, как это определено в Конституции и в постановлении ЦК КПСС и Совета Министров СССР, речь идет о средней школе, об общем образовании для всех школьников.

Ставился здесь вопрос о том, как быть в отношении сельских школьников и тех, которые идут в МИФИ.

Не надо смешивать эти вопросы. Основной вопрос заключается в том, что преподавание в средней школе должно идти так, чтобы все школьники могли бы его освоить.

Как быть в том случае, когда кто-то из школьников проявляет повышенный интерес к математике, хочет внимательнее этими вопросами заняться, – это специальный вопрос.

То, о чем говорил Андрей Николаевич, мне кажется, заслуживает внимания в качестве дополнительных занятий в школе, выделения специальных часов для прохождения специальных разделов по тем или иным предметам. Это касается не только математики, но и других предметов. Но мы сейчас обсуждаем вопрос об общих программах для средних учебных заведений.

Можно стоять на разных точках зрения, – например, что надо написать учебники с программами и потом смотреть, как будет получаться. Но, товарищи, время идет, и ребята наши, простите, калечатся в школе, – об этом здесь многократно говорили. Невозможно бездействовать и спокойно смотреть на эту обстановку. Лев Андреевич Арцимович говорил, что бездействие есть одно из величайших преступлений. Поэтому каждый из нас должен взять на себя смелость выразить свое решение.

Предъявленные материалы достаточны для принятия решений. Каких? В отношении действующих в настоящее время программ и учебников. Бюро Отделения рассматривало этот вопрос, и было решение о том, что эти учебники непригодны по своей принципиальной основе, а также по недоброкачественному выполнению.

Вопрос поставлен так. Можно с этим соглашаться и не соглашаться, но принять решение по этому поводу надо, потому что надо вводить в школах учебники, по которым дети будут учиться. Министерства должны принять (при всем разнообразии наших мнений) то или иное решение. Поэтому нам надо выразить свое мнение.

В отношении программы, предъявленной Министерством просвещения РСФСР.

С моей точки зрения, сейчас недостаточно данных, чтобы одобрить эту программу. Мне кажется, надо одобрить только инициативу Министерства по разработке новой программы, которую надо подвергнуть дополнительному более детальному обсуждению. Но принципы ее вы здесь слышали.

Кажется, Леонид Витальевич говорил, что непонятно, о каких программах идет речь? Я совершенно четко говорил, что есть действующие программы, есть программа новая, представленная Министерством просвещения СССР, и она опубликована, и есть экспериментальная программа Министерства просвещения Российской Федерации, о которой было доложено. Но сейчас она в небольшом количестве экземпляров, и нет возможности предоставить ее всем членам Отделения. Но программа имеется и в Отделении и во многих учебных заведениях, в частности, в университете. Так что те, кто активно заинтересован в этом деле, могли бы прийти и посмотреть, никаких затруднений в этом нет.

Вот основной подход к этому делу.

Мое мнение таково, что те учебники, которые сейчас действуют, - и это было записано в решении Бюро Отделения – непригодны для обучения.

/ГОЛОС С МЕСТА: Все?/

Надо брать весь комплект учебников. Это резкая форма, но на Бюро Отделения шла дискуссия о том, так ли надо записывать это в решение. Но было сказано, что положение критическое и замазывать то положение, которое есть, не следует.

Те программы, которые опубликованы здесь, они известны, и по поводу их был ряд выступлений. И повторяю, что, с моей точки зрения, их нельзя положить в основу написания новых учебников на этой базе. Можно перерабатывать учебники, меняя соответствующим образом программу, и с этой точки зрения, мне кажется, надо, чтобы был объявлен свободный конкурс на написание учебников. И, по моему мнению, это вполне целесообразно. Потому что я знаю ряд случаев, когда представлялись такие учебники, например, учебник Погорелова по геометрии, который был отвергнут, так как он не соответствовал программам. Проекты программы не должны быть жесткими, они должны допускать возможность изменений при написании учебников, а вместе с представлением учебника должна быть учтена та программа, по которой этот учебник пишется. На что-то ориентироваться надо. Это облегчит работу авторов, которые будут писать учебники. А положение надо улучшать, но это надо делать безотлагательно. Ведь сейчас положение дел очень острое.

Значит, желательно, чтобы был объявлен конкурс, свободный конкурс. Но поскольку Министерство просвещения Российской Федерации выступило с инициативой более широкого обсуждения программы, то оно и могло бы объявить этот конкурс, если Министерство просвещения союз-

ное воздержится от этого с тем, чтобы на базе этого конкурса отобрать лучшие учебники и программы с тем, чтобы немедленно начинать эксперимент по использованию этих программ. Это я подчеркиваю эксперимент, потому что одно из главных обстоятельств, поставивших существующие программы и учебники в трудное положение, заключается в том, что достаточно широкого эксперимента не было проведено.

Вот общая характеристика дела, и откладывать решение вопроса и говорить, что решения нельзя принимать, это значит оставаться в бездеятельности и смотреть равнодушно на то, что происходит у нас в средней школе.

Мне хотелось бы сделать еще одно честное замечание по поводу выступления товарища из Тбилиси /Беришвили/, представляющего Институт психологии.

Мы обсуждаем здесь программы, классы. Это делалось потому, что надо много времени для того, чтобы дойти с I до X класса, и вполне естественно считать, что независимо от того, какие шероховатости или уклоны имеются в программе I–III классов, это не мешает в IV классе начинать обучение по программам, возможно, написанным с разных точек зрения.

Но если говорить о I классе, то я с выступавшим товарищем из Тбилиси полностью согласен. Какая задача в I–III классах? Развить сообразительность у школьников. Позвольте утрировать те задачи с иксом, которые предлагаются в I классе и которые должны решаться строго по форме: если есть отклонения от формы, то ставится неудовлетворительная отметка.

Представьте себе такую ситуацию. Дали мальчишке 20 копеек и послали в магазин купить булку за 13 копеек. Сколько он должен получить сдачи? Чему его учат в школе?

Надо написать уравнение:

$$x + 13 = 20.$$

Отсюда определяется:

$$x = 20 - 13 = 7.$$

Этому ли надо учить? Надо учить сообразительности, а когда сообразительность развита, показать, что использование иксов полезно и в некоторых случаях неизбежно, без чего трудно будет решать задачи, но оставлять в стороне развитие живой сообразительности существенно неверно.

Но повторяю, это особый вопрос, он относится к школьникам I–III классов, а не к общим программам. А алгебру, как показывает опыт, можно начинать и с I класса. Можно, но нужно ли? Можно и позже начинать и тоже этот вопрос можно поставить: нужно ли?

Но как бы здесь ни развивались события в I–III классах, они не должны задерживать решения насущных вопросов, связанных со старшими классами. С моей точки зрения, в самом срочном порядке надо решать вопрос о IV–V классах и VI–VII–VIII классах.

Понятно, что сразу менять программу в X классе невозможно. Это нельзя делать, они уже привыкли к этой системе, и изменять резко было бы неправильно.

Вот здесь говорили о том, какие у нас учителя. Я не знаю, какие слова употребить: «малообразованные, малоинициативные», что не могут разобрать те учебники, которые написаны для школьников. Товарищи, я не учился в средней школе: я в это время работал, учился вечерами и пользовался книгой Киселева по геометрии. Все было ясно. Я имел возможность обратиться к своему старшему брату за помощью, который уже был студентом. Мне этого не требовалось, все было ясно, не было никаких вопросов.

Товарищи, моя педагогическая деятельность началась как учителя средней школы. Я преподавал в V–VI–VII классах, так что я знаю психологию школьников. Если есть четко написанные книги, которые школьники могут читать без помощи, то учителя во всяком случае должны в этом деле разобраться.

Когда я был учителем в средней школе, у нас никаких методических пособий не было, да и нужды в них не было, все было ясно. Значит все эти требования к обширным методическим пособиям, – я не говорю, что они не нужны, – но все эти требования к методическим пособиям в общем вызываются чрезвычайной сложностью изложения материала в учебниках, которые, как оказывается, не только школьникам, но и учителям непонятны. В этом случае говорить о сохранении этих учебников, мне кажется, невозможно.

Таково мое отношение, к этому вопросу.

Ю.В. ПРОХОРОВ

По-видимому, сейчас надо заслушать тот проект, который внесла редакционная комиссия.

Я хотел бы добавить, что здесь говорили в адрес Бюро, что оно не уделило достаточного внимания работе комиссии. Я со своей стороны могу отнести к членам Бюро упрек, что после того, как комиссию создали, Бюро ею не очень интересовалось. Однажды – в 1971 г. – я обратился с письмом в Отделение – с просьбой посмотреть тогда еще бывшие проекты программ и учебников. Они не готовились втайне. Поскольку требовался срочный ответ, то в письме была сдержанная критика, что не надо спешить и т.д. На это письмо был послан ответ, который призывал Н.Н. Боголюбова, как руководителя Отделения, как-то помочь.

Затем, несколько раньше отчета Отделения на Президиуме сказали об этом факте. Вскоре я сказал, что есть пробные учебники, изданные довольно большим тиражом, нужно их посмотреть.

И действительно, судя по выступлениям, положение острое. Думаю, что Бюро отделения (принимаю эту критику в свой адрес) нужно было

раньше поинтересоваться этим. Только сейчас, когда плохо, дело закрутилось и стали читать эти учебники.

Если мы сейчас создадим новую комиссию, она что-то будет делать, и мы опять не будем интересоваться, что она делает, ибо нет уставного требования следить за преподаванием, а есть уставное требование следить за наукой. Но коль скоро нам это поручено, то хотя бы Бюро должно следить и раз в два года требовать отчета. Всякая реформа идет значительно дальше, чем те, кто ее замышляет, – она всегда проскальзывает в стороны, – так уж устроен мир. Но если мы решаем взять на себя ответственность за состояние школы, то давайте действительно за этим следить.

С МЕСТА

Нужно было за пару месяцев разослать материал, что на собрании Отделения будет обсуждаться такой вопрос.

Л.С. ПОНТРЯГИН

Это собрание было плохо подготовлено, но подготовить его возможно.

А. Н. ТИХОНОВ

Два месяца назад это невозможно было сделать, т.к. не было нового проекта программы.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Прошу прощения. Я хотел высказаться, поскольку это тоже как-то в проекте должно найти место – та или иная самокритика Отделения математики, или хотя бы его Бюро.

Пожалуйста, слово имеет Константин Константинович Марджанишвили.

К.К. МАРДЖАНИШВИЛИ

Комиссия предлагает следующий проект решения:

I. Подтвердить решение Бюро Отделения математики от [10] мая 1978 г. по поводу школьных программ и учебников по математике.. /Читает проект решения/.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Годится ли этот проект в качестве основы для нашего решения?

Л.В. КАНТОРОВИЧ

У меня замечание по поводу процедуры. Но мне было разъяснено, что голосование по проекту решения Отделения Уставом предусмотрено как тайно, так и открыто. Поэтому сейчас можно провести обсуждение проекта.

Л.С. ПОНТРЯГИН

Вопрос о том, следует ли обсуждать, я предлагаю решить голосованием.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Мы члены одного Отделения и мы должны друг друга не лишать голоса. Если кто хочет выступить, пусть высказывается, но просьба, чтобы,

во-первых, выступления были конструктивными и, во-вторых, чтобы они были по возможности краткими.

К.К. МАРДЖАНИШВИЛИ

Может быть проголосовать – принимается это за основу или нет. И в случае, если будет признано, что принимается за основу, перейти к обсуждению по пунктам.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Я для высказываний по проекту даю регламент в три минуты и прошу выступать.

С.Л. СОБОЛЕВ

Я считаю, что пункт о принципиальной неприемлемости является ошибочным. Потому что основные идеи и основные принципы являются принципами, лежащими сейчас на уровне мировых стандартов. А эти основные принципы заключаются в том, чтобы, во-первых, ввести математический анализ как полноправную часть; во-вторых, чтобы изъять тексты из арифметики и заменить это ранним введением принципов алгебры. Эти принципы никем сомнению не подвергались, и они во всех программах совпадают. Поэтому нелепо писать такой пункт, в котором мы говорим о неприемлемости основных принципов.

Другое дело, что, конечно, погрешностей много, работа предстоит большая. Я говорил, что я со многими замечаниями согласен, но ни о какой принципиальной неприемлемости речи быть не может. Ответственный представитель Министерства – заместитель министра здесь присутствует. Он, получив в свое распоряжение стенограмму, учтет все замечания и в оперативном порядке, имея хороший аппарат, сумеет все это дело провести так, как это требуется, с максимальной быстротой. Неизвестно, стоит ли подавать такие предложения, в которых будут особые мнения.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

Мне кажется, назначать Министерству срок довольно трудно. Я поддерживаю п.3 о создании комиссии, т.к. не считаю, что именно эту программу нужно принимать за основу. В 1979 году начать эксперимент, может быть, товарищи из Министерства скажут, я считаю абсолютно нереальным.

Что касается программы, я готов согласиться с такой формулировкой, что ее нельзя считать окончательной. В Академии над ней собираются работать.

Что касается I пункта, я готов согласиться с таким вариантом...

А.Д. АЛЕКСАНДРОВ

Я не понимаю, что происходит. Только что Андрей Николаевич, говорил об определенных пунктах. Пункт I. Я не понял ссылки на решение Бюро Отделения, что мы поддерживаем решение Бюро Отделения, потому что, кажется, решение Бюро не было оглашено и что мы одобряем, что нет, это совсем не ясно.



Я хотел сказать вот что. Резкие формулировки ни к чему, они ничему не помогут.

Я совершенно не согласен с Л.С. Понтрягиным в отношении теоретико-множественной идеологии.

Это основано на недостаточном понимании сути множественности, и с самого начала совсем не то внушается детям, что считать принципом.

Нужно исключить резкое выражение, – и так ясно, что в общем положение неудовлетворительное.

Второе: очень важно включить пункт, что программы должны быть облегчены, потому что есть страшная опасность, что когда собираются специалисты, то говорят – это нужно, это нужно. Есть принцип Фадеева о презумпции невиновности, и сначала нужно отвергнуть, что все нужно преподавать, а потом выбирать, что преподавать.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Слово предоставляется Ю.Д. Фаддееву.

Ю.Д. ФАДДЕЕВ

Дмитрий Константинович болен и, к сожалению, не смог приехать. Но он просил передать, и я с ним согласен, следующее.

Пункт I решения написан слишком сильно.

Что касается учебников, то приведены правильные доводы, что учебники плохие.

Что касается принципов программы, мы должны решить, что такое принципы, что из них мы принимаем.

Л.И. СЕДОВ

Здесь говорили, что положение неудовлетворительное и нужно что-то делать срочно, обязательно. Значит, мы должны принять решение не для того, чтобы сделать неудовольствие или удовольствие каким-то людям, а решение должно наладить положение, должно четко, недвусмысленно сказать, что нужно делать на будущее и этим исправлять положение, которое сейчас создалось.

Поэтому, мне кажется, решение обязательно нужно. Желательно, чтобы оно было четким и правильно ориентировало на дальнейшую работу.

Л.В. КАНТОРОВИЧ

Мне кажется, что если вести обсуждение пунктов, то ясно, что какие-то пункты будут отвергнуты, и тем самым резолюция не может быть принята за основу.

По поводу п.1 – относительно принципов построения программы. Я напоминаю еще раз, что сегодня эти принципы по существу не излагались и не дискутировались, а дискутировались они в Отделении лет десять назад и были одобрены. Одобрены они были в Президиуме Академии...

И вот так, без всякого обсуждения, брать и отвергать программы, по которым десять лет работает школа, нет никаких оснований. Давайте еще

год-два поработаем, и тогда, может быть, будут общие принципы подтверждены или отвергнуты, как недостаточные в учебниках и в отдельных учебных программах.

И мне представляется, что правильны те положения, которые высказал Андрей Николаевич Колмогоров – может быть ещё какой-то пункт включить.

Также у нас нет оснований программы, проект которой нам не был даже роздан заранее, забраковывать. Этот пункт тоже должен быть сформулирован иначе. Также чохом отвергать и учебники тоже нет никаких оснований, это есть неуважение к нашему собственному труду. Поэтому надо сказать, что имеется ряд недостатков, что нуждаются в совершенствовании программы, нуждаются в совершенствовании учебники, что надо еще работать над ними. Я говорил с рядом работников вузов, и они считают, что поступавшие с подготовкой по новым программам занимаются не хуже, а часто и лучше. Поэтому никакой катастрофы нет.

Но надо, я думаю, отметить и ряд других вещей в программе, может быть, сокращение объема программ. Причем не только математика, но и биология перегружена, и другие предметы. Надо улучшить положение учителей и их профподготовку. Я думаю, что и эти меры было бы уместно отметить в нашем решении.

**С.М. НИКОЛЬСКИЙ**

В отношении учебников я поддерживаю полностью Андрея Николаевича Колмогорова, который сказал, что некоторые учебники надо заменить, а другие надо улучшить. Я хочу сказать, что, может быть, есть много и таких вещей, от которых надо отказаться. Я бы сказал, что хорошим учебником, наверное, является учебник Колмогорова. Я могу сказать, что я вообще 40 лет читаю математический анализ, кроме того, я книгу Колмогорова прочитал, кроме того прочитал книгу для I класса и считаю, что I, II, III и IV классы нельзя опускать, потому что иначе ничего не выйдет, если мы не будем считаться с тем, что было в IV классе и сразу перейдем на пятый. Это было бы нехорошо.

**Ю.В. ПРОХОРОВ**

Я хотел задать вопрос. Что по другим наукам такое же обсуждение ждет или математики здесь впереди?

**В.М. КОРОТОВ**

Идет, правда, не в такой горячей форме.

Здесь, правильно сказали, что у нас серьезная перегрузка по биологии в IX–X классах. И пока не получился курс физики больше для IX, чем для X класса. И по другим предметам идет сокращение.

**К.К. МАРДЖАНИШВИЛИ**

Я, как член собрания, считаю, что мы подвергли вопрос достаточно глубокому и всестороннему обсуждению, тут разные точки зрения были представлены и сейчас, мне кажется, вполне допустимо поставить вопрос

на голосование: в основном принимается резолюция или нет? Надо, чтобы все члены Отделения выразили свою точку зрения.

С.Л. СОБОЛЕВ

Есть вопросы, которые поднятием рук и подсчетом голосов решаться не могут. В числе их – нарушение принципов.

С.П. НОВИКОВ

Формулировка пункта, в котором говорится о неприемлемости принципов, мне хотелось бы, чтобы она была более позитивная. Например, призвать членов Отделения, членов Академии педагогических наук создать новую программу, новый комплекс программ, основанных на других принципах. Одновременно поручить интенсивное совершенствование, удаление ляпсусов.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Поскольку математики фактически первые так остро ставят вопрос, наши пункты должны быть сформулированы очень точно, потому что наше решение будет примером. Формулировки должны быть точными и, если принципы нигде не перечислены, то слово «принципы» отразить. Все согласны, что они неудовлетворительные. Есть предложение – решение принять за основу. I пункт проголосовать отдельно. Есть возможность сократить несколько п.1.

С.Л. СОБОЛЕВ

Надо выбросить из него последнюю фразу и потом проголосовать все вместе.

А.Н. ТИХОНОВ

Там приводится цитата из решения бюро.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Формулируем п.1 так:

«Признать существующее положение со школьными программами и учебниками по математике в средней школе неудовлетворительным». Все остальные пункты носят конструктивный характер.

Кто за принятие п.1 в такой редакции, прошу голосовать. – 26 голосов.

Кто против? Нет.

Кто воздержался? 2 (А.Н. Колмогоров, Л.В. Канторович).

Переходим к п.2. Он предлагается в редакции:

«Признать, что эта программа не может быть положена в основу разработки стабильных учебников без существенной ее переработки».

Л.С. ПОНТЯГИН

Те учебники, которые сейчас созданы, они в переработанном виде наравне с другими вправе выступать в конкурсе. Так что те, кто хочет, могут их переработать и представить на конкурс.

С.М. НИКОЛЬСКИЙ

Прошу еще раз прочитать пункт.

Ю.В. ПРОХОРОВ

/Читает вновь 2-й пункт/.

С.М. НИКОЛЬСКИЙ

Эта программа не может быть положена в основу написания стабильных учебников без общественной переработки.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

Надо сказать: «требуется существенной доработки».

Л.С. ПОНТЯГИН

Основной принцип этой программы может быть не только теоретико-множественным, но и дедуктивным методом – это есть всюду. Во всех учебниках те места, которые я просил зачитать, они и содержатся.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Члены комиссии это слышали, они это все учтут. Существенная доработка и существенная переработка ее, в конце концов, будут делать одни и те же люди.

С.В. ЯБЛОНСКИЙ

Как-то непонятно – либо программа годная, либо не годная?

Ю.В. ПРОХОРОВ

А.Н. Колмогоров правильно отметил, что такой пункт, что конкурс есть конкурс, но мы все свободны, важно чтобы на конкурс подавали учебники, написанные квалифицированно, может быть, несколько человек. И в речи тов. Колягина было подчеркнуто, в чем программа действующая может быть соединена с программой, которая разработана МП РСФСР.

Л.С. ПОНТЯГИН

Мы должны исключить возможность, что хорошая книга будет отвергнута при наличии такой программы. Так что мы должны будем скорее изменить программу, чем менять книгу.

Ю.В. ПРОХОРОВ

И учебник Погорелова надо рассмотреть, а не отвергать потому, что он «не соответствует программе».

Итак, 2-й пункт:

«Считать внесенные поправки Министерством просвещения в программу неудачными, эта программа без существенной доработки не может быть положена в основу».

С.Л. СОБОЛЕВ

В существующем виде неудовлетворительна, я предлагаю так записать.

Я предлагаю записать: первый вариант вновь представленной программы целиком неудовлетворительный. Эта программа без существенной переработки не может быть положена в основу.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Есть предложение оставить первую фразу: считать вновь представленную Министерством просвещения программу для средней школы неудовлетворительной. Кто за эту фразу, прошу голосовать. 28 человек.

Кто против? Колмогоров, Канторович.

Кто воздержался? Соболев, Годунов.

Кто за то, чтобы добавить вторую часть о том, что без существенной доработки? Четверо.

3-й пункт: «создать комиссию по вопросу математического образования в средней школе. Поручить Бюро Отделения утвердить персональный состав комиссии». (Остается)

А.Н. КОЛМОГОРОВ

О комиссии сегодня голосовать сложно, на следующем заседании.

Л.С. ПОНТЯГИН

Такие вещи решаются Бюро Отделения, нельзя это выносить на собрание.

ИЗ ЗАЛА

На ближайшем заседании Отделения.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Не надо с этим спешить.

Я думаю, что мы можем сделать так: если есть пожелания персональные, обсуждать их сейчас из-за позднего времени не будем, а надо эти предложения членов Отделения по составу комиссии передать Бюро и просить его суммировать и на своем заседании с учетом сделанных предложений утвердить состав комиссии.

А.В. БИЦАДЗЕ

Пусть Бюро Отделения представит состав комиссии, а общее собрание Отделения его утвердит.

В.С. ВЛАДИМИРОВ

Это не по Уставу. Общее собрание избирает Бюро тайным голосованием, а Бюро формирует, назначает все комиссии.

А.В. БИЦАДЗЕ

Наше собрание выбрало Бюро. Вы имеете огромные полномочия, и вы выделяете комиссию.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Есть два предложения.

Первое. Поручить Бюро отделения утвердить персональный состав комиссии.

Кто за этот пункт, прошу голосовать. 19 голосов.

Кто против? Не вижу. Кто воздержался? Тоже нет.

Второе предложение:

поручить Бюро Отделения представить проект персонального состава комиссии на утверждение общего собрания.

А.В. БИЦАДЗЕ

Я это предложение внес, я его и снимаю.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Были сторонники и этого предложения. Давайте проголосуем. Кто за второе предложение, прошу голосовать. 4 голоса.

Кто против? Явно больше.

Кто воздержался? 3 голоса.

Переходим к п.3. Предлагается такая редакция: «Одобрить инициативу Министерства просвещения РСФСР по созданию проекта программы учебников по математике для средней школы. Считать необходимым к 1 сентября 1979 года представить на утверждение...».

Думаю, что это тоже можно принять. Если Министерство само желает, мы же его обязывать не можем. Мы его можем просить. Если они сумеют, – пусть представят, если не сумеют – это их дело. Но просить мы их можем.

А.Н. ТИХОНОВ

Представить на рассмотрение комиссии Отделения совместно с комиссией Министерства.

Ю.В. ПРОХОРОВ

По-моему пункт в той формулировке, в которой он записан, ничего не содержит такого, против чего можно было бы возражать. Это дело Министерства, мы его инициативу одобряем, если хотят работать, пусть работают.

Давайте проголосуем. Кто за 4-й пункт проекта? 4 голоса. Кто против? Кто воздержался?

А.Д. АЛЕКСАНДРОВ

Может быть, 4а. – Эту программу обсудить на Отделении?

Л.И. СЕДОВ

Разослать эту программу членам Отделения, чтобы они могли ознакомиться.

А.Н. ТИХОНОВ

После того как программа будет утверждена, надо немедленно браться за написание учебника. Поэтому разослать программу членам Отделения.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Нет возражений, – ознакомить Отделение с этим материалом?

Кто за этот пункт? /Единогласно/.

5-й пункт:

«С целью введения новых программ и учебников с 1 сентября 1979 года /читает пункт/.

Здесь есть пояснение к этому пункту. Пункт довольно существенный, насколько я понимаю, что учебник находится в согласовании с Министерством. В каком масштабе это будет производиться, здесь не написа-

но. Но дело в том, что все учебники, которые будут написаны, не могут миновать эту комиссию.

Л.И. СЕДОВ

Если Министерству нужен этот пункт, давайте его примем. Если Министерству это поможет – примем. Если представители Министерства согласны, чтобы такой пункт был, примем его.

Ю.В. ПРОХОРОВ

В виде некоторого опыта я думаю, что, по-видимому, из предварительных разговоров и поставлен вопрос о том, чтобы раз есть учебник, видимо, его можно попробовать уже с осени.

/Дальше читает пункт о материальной базе/.

Что комиссия имела в виду, можно спросить?

А.Н. ТИХОНОВ

Здесь высказывается сомнение, поэтому, может быть, сформулировать: принять все необходимые меры с тем, чтобы с 1 сентября ввести новый учебник экспериментально в некоторых районах.

ИЗ ЗАЛА

Нет программы, нет учебников.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Есть предложение пункт от общего обсуждения отвести, но поручить комиссии этот пункт рассмотреть вместе с Министерством. С целью введения экспериментального преподавания по новой программе и новым учебникам с 1-го сентября в некоторых районах РСФСР просить и т.д. Пусть останется. Я предлагаю этот пункт голосовать.

Л.И. СЕДОВ

Прочитайте до конца.

Ю.В. ПРОХОРОВ

С целью введения экспериментальной новой программы и учебников по математике с 1 сентября 1979 года в некоторых районах Российской Федерации просить Министерство просвещения обеспечить соответствующую материальную базу.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

Помимо того, что программа исходит из других идейных принципов, она страдает большой перегрузкой, что может быть доказано. Так что объявлять вводить с 1 сентября нельзя.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Здесь не сказано, что эта программа...

Говорится: с целью введения экспериментальных новых программ. Если мы напишем – с 1-го сентября 1979 года, то будет сделано к 1982 г.

С.П. НОВИКОВ

Конкретная работа с 1-го сентября. Как можно выступать против людей, которые хотят работать?!

Ю.В. ПРОХОРОВ

Есть предложение – голосовать. Кто за принятие этого пункта, прошу голосовать. 20. Кто против? 2. Кто воздержался? (нет).

Рекомендовать Министерству просвещения РСФСР и Министерству просвещения СССР объявить открытый конкурс на Написание экспериментальных учебников «Математика» для средней школы. Считать целесообразным организовать совместную комиссию.

(ИЗ ЗАЛА: Не рекомендовать, а просить).

Кто за этот пункт, прошу голосовать.

А.Н. ТИХОНОВ

Вопрос о конкурсе на учебники и экспериментальные программы внесен Министерством просвещения РСФСР. Мне кажется, его надо оставить в такой редакции, а Министерство просвещения СССР, если сочтет нужным, договорится с Министерством просвещения РСФСР.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Кто за принятие этого пункта? Против? /нет/. Воздержавшиеся? /нет/.

Можно это принять, но непонятно, кем этот конкурс объявляется?

С. Л. СОБОЛЕВ

В этом и Академия педагогических наук и Министерство просвещения должны принять участие.

Ю.В. ПРОХОРОВ

Давайте запишем протокольно, чтобы Бюро продумало процедуру создания конкурсной комиссии, согласовало ее состав с Министерством просвещения и поставило в известность об этом Отделение.

С.Л. Соболев предлагает указать в этом пункте Академию педагогических наук и Министерство просвещения СССР.

Кто за то, чтобы принять этот пункт в редакции:

«Считать целесообразным организовать конкурсную комиссию по рассмотрению ... совместно с Министерством просвещения СССР и Отделением математики АН СССР», – кто за конец п.6, прошу голосовать.

Л.И. СЕДОВ

Все сводится к тому, что вносятся предложения о каких-то экспериментальных учебниках. Будут писаться эти экспериментальные учебники год–два, а пока их не написали, не проэкспериментировали, все будет оставаться, как есть.

Ю.В. ПРОХОРОВ

У нас есть, учебник А.В.Погорелова, который можно назвать экспериментальным.

Л.И. СЕДОВ

Существует министерство, которое в этом деле заинтересовано и будет проводить все детали в связи с этим.

Мне кажется, что этот последний пункт вообще не нужен. Министерство организует комиссию, привлечет Отделение и т.д. Зачем нам все это регламентировать?



**Ю.В. ПРОХОРОВ**

Мы этот пункт уже проголосовали.

Кто за проект резолюции в целом, прошу поднять руки.

Кто против? Нет.

Кто воздержался? 3 голоса.

Итак, решение в такой редакции принимается.

Разрешите на этом собрании закрыть.

---

## Литература и источники

1. Архив РАН (Российской Академии наук). Ф.1860. Оп.1. Д.83. Протокол собрания Отделения математики РАН. 1978 г. 148 л.
2. *Абрамов А.М.* «О положении с математическим образованием в средней школе» (1978–2003). М.: ФАЗИС, 2003. 72с.
3. Академик Андрей Николаевич Тихонов (к 100-летию со дня рождения) / Редактор-составитель Е.А. Григорьев. – М.: МАКС Пресс, 2006. 432с.
4. *Андронов И.К., Бродис В.М.* Арифметика. М.: Учпедгиз, 1957. 302с.
5. *Владимиров В.С., Тихонов А.Н., Понтрягин Л.С.* О школьном математическом образовании // Математика в школе. 1979. №3. С.12–14.
6. *Депман И.Я.* Международная сессия, посвященная новым методам преподавания математики // Математика в школе. 1965. №3.
7. История математического образования в СССР. Киев: Наукова думка, 1975. 383с.
8. *Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В.* Русская школа и математическое образование: наша гордость и наша боль (учебное пособие). Орел: ООО Полиграфическая фирма «Картуш», 2007. Ч. III. 273с.
9. Лев Семёнович Понтрягин. Материалы к библиографии учёных СССР. М.: Наука, 1983.
10. *Мерзляков Ю.* Право на память // Наука в Сибири. 17 февраля 1983 г. №7. С. 6–8.
11. *Никольский С.М.* Памяти Льва Семеновича Понтрягина // Математическое образование. №2 (5), апрель-июнь. 1998. С.3–7.
12. Понтрягин Л.С. Жизнеописание Льва Семеновича Понтрягина. математика, составленное им самим. Рождения 1908, г. Москва. Изд.2. М.: КомКнига, 2006. 320с.
13. *Понтрягин Л.С.* О математике и качестве ее преподавания // Коммунист. 1980. №14. С.99–112.
14. *Понтрягин Л.С.* Этика и арифметика // Математическое образование. №2 (5), апрель-июнь. 1998. С.19–21.
15. После выступления «Коммуниста» // Коммунист. 1980. №18 (1190). С.119–121; 1982. №2. С.125–126.
16. Программа по математике для средней школы // Математика в школе. 1968. №2. С.5–20.
17. Программы по математике для восьмилетней и средней школы. Проект // Математика в школе. 1978. №4. С.7–31.
18. Программа по математике для IV–X классов средней общеобразовательной школы // Математика в школе. 1979. №2. С.7–12.
19. Программа по математике для IV–X классов средней общеобразовательной школы. Проект. // Математика в школе. 1979. №3. С.15–21.
20. Программа по математике для IV–X классов средней общеобразовательной школы // Сборник приказов и инструкций Министерства просвещения РСФСР. Вып. 9. Март 1979 г. М.: Просвещение, 1979. С. 2–28.
21. *Саввина О.А., Колягин Ю.М.* Лев Семенович Понтрягин: история борца // Математика в школе. 2008. №4. С.68–73.

*Приложение 1*

МИНИСТР  
ПРОСВЕЩЕНИЯ  
СССР  
113819, г. Москва, ГСП,  
Шаболовка, 33, тел. 232-03-44  
28.11.78. № 018-174/01  
На № \_\_\_\_\_

Академику-секретарю  
Отделения математики АН  
академику Н.Н. Боголюбову

Глубокоуважаемый Николай Николаевич!

Министерство просвещения СССР признательно Отделению математики АН СССР за обсуждение вопроса о математическом образовании школьников и помощь учителям. Мы придаем важное значение математическому образованию школьников и привитию им элементов математической культуры.

Мы не можем быть удовлетворены содержанием наших программ и рядом учебников по математике. С помощью наших сил и возможностей мы пытаемся внести в них известные коррективы. Но, по-видимому, этим ограничиться нельзя. Необходимо еще раз продумать квалифицированными силами содержание школьного математического образования с учетом развития науки, потребности сопредельных наук и практики.

Были бы весьма признательны Отделению математики, если бы было поручено группе ученых продумать основы программы школьного курса математики с тем, чтобы после всестороннего обсуждения можно было бы эти основы принять. В состав этой группы мы смогли бы выделить 2-3 методиста-математика с тем, чтобы учесть накопленный опыт и возрастные особенности школьников.

Пользуясь вашим приглашением, в собрании примет участие группа сотрудников Министерства и АПН СССР во главе с заместителем Министра тов. Коротовым В.М., который может выступить с кратким сообщением о нашей работе.

М.А. Прокофьев  
член-корреспондент  
АН СССР

## Приложение 2

### Мнение Совета отделения математики механико-математического факультета МГУ

Обсуждение учебных пособий по математике для средней школы на кафедрах механико-математического факультета показало большую заинтересованность сотрудников состоянием школьного математического образования. Кафедры отмечают значительную работу, направленную на приведение их в соответствие с требованиями общественной жизни. Вместе с тем было отмечено, что имеющиеся учебные пособия по математике в их современном виде не могут быть приняты в качестве стабильных учебников и нуждаются в серьёзной доработке.

Совет отделения считает, что

1. Работа по совершенствованию школьных программ и учебников по математике имеет большое значение как для развития народного образования, так и для всего научно-технического прогресса в стране. Эту работу необходимо продолжить и развивать на современной научной базе.
2. Необходимо продолжить работу по совершенствованию школьных программ и учебников с учётом критических замечаний, высказанных сотрудниками факультета. Следует стремиться разгрузить то и другое от излишней информации и второстепенных материалов, оставляя больше времени для развития у учащихся практических навыков.
3. Поскольку в материалах кафедр содержится ряд полезных конкретных замечаний, считать необходимым организовать передачу Министерству просвещения СССР всех итогов обсуждения учебников по математике на кафедрах.
4. Считать полезным издание новых вариантов учебников пробным тиражом и присылку на кафедры механико-математического факультета МГУ достаточного числа экземпляров для организации обсуждения. Если же это по тем или иным соображениям невыполнимо, то прислать на факультет достаточное число копий рукописей для обязательного и всестороннего рецензирования.
5. Считать целесообразным организовать конкурирующие квалифицированные коллективы для написания учебников по принятой программе.
6. Отметить, что возвращение к старым программам и учебникам по математике нецелесообразно и вредно.

Подписи: Б.В. Гнеденко, Е.А. Морозова, Н.В. Ефимов, Ю.А. Казьмин, Е.М. Никишин, К.А. Рыбников, П.Л. Улянов, М.К. Потапов, С.Б. Стечкин, В.М. Тихомиров, В.И. Арнольд.

В.М. Тихомиров: Считаю, что полезно поддержать следующее предложение С.П. Новикова, которое можно вставить после пункта 3,- механико-математический факультет МГУ может в течение года провести дополнительную и углубленную работу по рецензированию имеющихся учебников и устранению в них погрешностей, если Министерство разошлет по кафедрам комплекты имеющихся учебников.

С.Б. Стечкин: Считаю необходимым исключить из предложения В.М. Тихомирова две последние строки. Вопрос о ..... чёрного кобеля не отмоешь до бела.

*Приложение 3*

**ПРОЕКТ**

Решения Общего собрания Отделения математики АН СССР  
от 5 декабря 1978 г.

1. Подтвердить решение Бюро Отделения математики АН СССР от 10 мая 1978 г. по поводу школьных программ и учебников по математике, а именно: признать существующее положение со школьными программами и учебниками по математике неудовлетворительным как вследствие неприемлемости принципов, заложенных в основу программ, так и в силу недоброкачества школьных учебников.
2. Считать вновь представленную Министерством просвещения СССР программу по математике для средней школы неудовлетворительной.
3. Создать Комиссию по вопросам математического образования в средней школе при Отделении математики АН СССР.  
Поручить Бюро Отделения утвердить персональный состав комиссии.
4. Одобрить принципы, заложенные в основу представленных Министерством просвещения РСФСР проектов программ по математике для средней школы.  
Поручить Комиссии Отделения математики АН СССР возглавить доработку и редактирование этих программ к 1 февраля 1979 года и предоставить окончательный вариант программ на утверждение Минпроса РСФСР (Это предложение зачеркнуто и от руки записано: Считать необходимым завершить доработку и редактирование этих программ к 1 февраля 1979 года. [Далее неразборчиво]).
5. Считать необходимым переход на новые школьные программы, упомянутые в п.4, с 1 сентября 1979 г. в школах РСФСР.

С целью обеспечения введения новых программ по математике с 1 сентября 1979 г:

- а. [зачеркнута литера «а» и рядом написана литера «б»] рекомендовать издание большим тиражом некоторых доброкачественных прежних учебников («Геометрия» Киселева, «Алгебра» Кочеткова и др.) в качестве учебных пособий;
- б. [зачеркнута литера «б» и рядом написана литера «а»] считать необходимым в 3-х месячный срок подготовить модернизированные варианты некоторых прежних учебников с тем, чтобы представить их в Минпрос СССР и Минпрос РСФСР для утверждения и издания массовым тиражом

- в качестве учебных пособий [«учебных пособий» зачеркнуто и от руки записано «временных учебников сроком на 3-4 месяца»];
- в. рекомендовать издание массовым тиражем некоторых новых учебных пособий по курсу математики в средней школе («Геометрия» Погорелова и др.);
- г. поручить Комиссии Отделения математики АН СССР в 3-х месячный срок рассмотреть и отобрать некоторые популярные брошюры по математике для рекомендации издания их массовым тиражом;
- д. просить Минпрос РСФСР в течение 4-х месяцев представить на совместное рассмотрение с Комиссией Отделения математики АН СССР проекты методических разработок по новой программе с тем, чтобы утвердить их к 1 июня 1979 г. и издать не позднее 1 июля 1979 г.;
- е. поручить Комиссии Отделения математики АН СССР разработать срочные меры совместно с Минпросом СССР, Минпросом РСФСР, Минвузом СССР и Минвузом РСФСР по ознакомлению учителей по математике в средней школе с новыми программами с целью обеспечения возможности перехода на преподавание по этим программам с 1 сентября 1979 г. [литера «е» исправлена на «ж», а далее под «е» рукописный текст: «считать необходимым разработку и переход на новые школьные программы и учебники»]
6. Рекомендовать Министерству просвещения РСФСР объявить открытый конкурс [сроком не менее 2-х лет] на написание [стабильных] учебников по математике для средней школы.
- Считать целесообразным организовать конкурсную комиссию по рассмотрению проектов учебников совместно силами Минпроса РСФСР и Отделения математики АН СССР.

*Приложение 4*

**РЕШЕНИЕ  
ОБЩЕГО СОБРАНИЯ ОТДЕЛЕНИЯ МАТЕМАТИКИ  
АН СССР от 5 декабря 1978 г.<sup>30</sup>**

*О положении с математическим образованием в средней школе*

1. Признать существующее положение со школьными программами и учебниками по математике неудовлетворительным.
2. Считать вновь представленную Министерством просвещения СССР программу по математике для средней школы неудовлетворительной.
3. Создать Комиссию по вопросам математического образования в средней школе при Отделении математики АН СССР.  
Поручить Бюро Отделения утвердить персональный состав Комиссии.
4. Одобрить инициативу Министерства просвещения РСФСР по созданию проектов экспериментальных программ по математике для средней школы.  
Считать необходимым завершить доработку и рецензирование этих программ к 1 февраля 1979 года и представить на рассмотрение Комиссии Отделения математики АН СССР. Проект программы довести до сведения всех членов Отделения и просить их представить свои мнения и замечания в кратчайший срок.
5. С целью введения новых экспериментальных программ и учебников по математике с 1 сентября 1979 года в некоторых районах Российской Федерации просить Министерство просвещения РСФСР обеспечить соответствующую базу.
6. Рекомендовать Министерству просвещения РСФСР объявить открытый конкурс на написание экспериментальных учебников по математике для средней школы.  
Считать целесообразным организовать конкурсную комиссию по рассмотрению проектов учебников совместно силами Министерства просвещения РСФСР и Отделения математики АН СССР.

Председатель Собрани  
Отделения Математики АН СССР,  
академик

(Н.Н. Боголюбов)

Секретарь, д-р ф.-м.н.

(А.Б. Жижченко)

<sup>30</sup> Принято в целом голосованием членов Отделения математики АН СССР: за – 26, против – нет, воздержались – 2.

## Приложение 5

### ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

#### ОБЪЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1. Задачей обучения математике в средней школе является прочное и сознательное овладение математическими знаниями и навыками, а) нужными в повседневной жизни и работе каждому члену современного общества, б) составляющими необходимую основу изучения в школе других наук, в) достаточными для самостоятельного продолжения образования после школы, чтения научно-популярной и технической литературы и т. п. Велико значение изучения математики и для общего развития умственных способностей учащихся, формирования навыков логического мышления, воображения и изобретательности. Содействуя пониманию строения всей системы наук и роли научного метода в практике, обучение математике вносит свой вклад в формирование научного коммунистического мировоззрения учащихся.

Введение в VII—X классах факультативных занятий позволяет гармонически сочетать обязательное для всех математическое образование с потребностями учащихся, проявляющих к математике и основанным на ней разделам науки и техники особый интерес. Вместе с тем надо подчеркнуть, что основательное усвоение обязательного курса средней школы должно давать доступ в высшие учебные заведения всех профилей. После введения в действие новых программ программы вступительных экзаменов в высшую школу будут с ними согласованы.

2. Публикуемые сейчас программы должны послужить основой для написания новых учебников и экспериментального преподавания. На основе этого опыта программы перед их введением в массовое употребление могут быть в деталях уточнены. Этим объясняется, что в некоторых случаях публикуемые программы избегают излишней на этом этапе детализации. Вместе с тем программы достаточно конкретны для того, чтобы уже сейчас служить основой для подготовки учителей к переходу на обновленное содержание школьного курса математики.

Указания на рекомендуемые методы изложения материала и уровень трудности задач, обязательных для всех учащихся, носят лишь примерный характер.

3. В общих чертах структура действующих в настоящее время в нашей школе программ является достижением педагогической мысли конца XIX в., когда в школьный курс алгебры были введены элементы «функционального мышления». При составлении новых программ было естественно найти в них надлежащее место для понятия производной и интеграла.

Кроме того, при составлении новых программ приходилось считаться с возрастанием в современной математике и практике ее применений (с употреблением современной вычислительной техники) роли элементов математической логики и начальных понятий теории множеств. Наконец, нельзя было обойти без внимания большую роль векторных представлений в физике и возможность очень простого и логичного векторного построения всего курса геометрии. В новых программах начальные понятия дифференциального исчисления вводятся в IX классе и широко используются в дальнейшем курсе, облегчая изучение традиционных вопросов (исследование поведения функций и т. н.). Понятие интеграла вводится в X классе и используется затем при вычислении объемов тел.

Векторы вводятся в VII классе и широко употребляются в курсе физики VIII класса.

В IX классе употребление векторов позволяет дать более простое и законченное изложение курса стереометрии.



Осторожнее программы подходят к введению понятий и обозначений математической логики и начальных представлений теории множеств. Более широкое их употребление в школе еще остается дискуссионным.

4. Важное значение для успешного обучения математике имеет педагогически правильное сочетание индуктивных и дедуктивных методов. В младших классах (IV класс) основную роль должны играть индуктивные, в частности опытные, методы установления фактов, в том числе использование непосредственного практического опыта учащихся. В геометрии, например, для этой цели следует шире использовать вырезание фигур из бумаги и т. п.

Опыт показал, что содержательное и доходчивое индуктивное обоснование фактов обеспечивает на раннем этапе обучения более глубокое и прочное усвоение изучаемого материала, чем формально-дедуктивное. Слишком раннее введение обычно заучиваемых на память дедуктивных доказательств не только не способствует развитию логического мышления учащихся, но, как правило, искусственно задерживает его, часто на длительный срок.

Программа предполагает, что обучение навыкам дедуктивного мышления проводится на всех этапах обучения. Но роль дедукции должна возрастать с известной постепенностью. Дедуктивные доказательства как самостоятельный элемент математической теории должны появиться лишь тогда, когда изучаемый материал даст школьникам возможность осознать их необходимость.

Предлагается значительно шире пользоваться явным указанием на то, что отдельные факты, допускающие доказательство, но убедительные наглядно, принимаются в школе без доказательства.

В дальнейшем роль дедуктивного метода усиливается. Программа по математике создает благоприятные условия для того, чтобы на протяжении достаточного периода времени воспитать потребность в дедуктивных доказательствах, выработать правильное представление о строении дедуктивной научной теории, об аксиоматической системе построения науки. Однако надо тщательно избегать погони за видимостью «строгости», часто иллюзорной.

5. Программа составлена с учетом многообразных связей со смежными дисциплинами и трудовым обучением. В частности, аппарат, необходимый для изучения на достаточно высоком уровне курса физики, как правило, подготавливается на уроках математики: в IV—V классах вводятся простейшие буквенные формулы, в V классе — отрицательные числа. Приступая к изучению механики на уроках физики, учащиеся уже знают уравнение равномерного движения  $s=vt$ , умеют графически решать задачи на движение. К VIII классу они владеют необходимыми сведениями о векторах и операциях над ними.

Вместе с тем некоторые новые математические идеи, для овладения которыми желателен расширенный запас физических представлений, предваряются на уроках физики: понятие скорости произвольного движения вводится на уроках физики несколько ранее понятия производной на уроках математики, что дает возможность разобрать ряд задач с физическим содержанием на уроках математики. Гармонические колебания изучаются на уроках математики после изучения темы «Колебания и волны» на уроках физики.

Усиление внимания к приближенным вычислениям в VII классе и методам вычислений в VIII классе также будет способствовать осуществлению связи математики с другими школьными дисциплинами.

Измерительные и геодезические работы на местности явно указаны только в VII классе. Но они желательны уже с IV класса. Особенно широкие возможности для них имеются в VII классе (мензуральная съемка, измерение площадей с оценкой точности ре-

зультата) и начале VIII класса (применение тригонометрических функций, решение треугольников).

6. Прочность формирования навыков достигается на большом числе достаточно простых упражнений и задач. Необходимо отказаться от громоздких и трудоемких задач и упражнений, решение которых представляет лишь специальный интерес для ограниченного числа учащихся. Во многих случаях заучивание формул должно быть заменено созданием привычки пользоваться справочником.

7. Расширение идейного содержания программ по математике осуществляется без значительного увеличения времени на ее изучение. В основном это достигается за счет более раннего введения элементов алгебры и геометрии в IV—V классах, возможность которого проверена в достаточно широком эксперименте. Эта предварительная подготовка позволяет при изучении алгебры и геометрии в следующих классах двигаться несколько более быстрыми темпами.

Некоторую экономию времени дает, как уже указывалось выше, применение элементов дифференциального и интегрального исчисления при изложении традиционных школьных вопросов (в частности, при построении графиков, исследовании функций и вычислении объемов) и векторных методов в изложении геометрии. Произведено и освобождение программы от ряда традиционных вопросов, не имеющих большого значения. Из курса алгебры полностью исключена тема «Комплексные числа» (следует заметить, что ее изучение в значительно большем объеме, чем это имеет место в действующей программе, предполагается в курсе «Дополнительные главы и вопросы математики» в IX и X классах).

#### СХЕМА ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

<b>1. ВОСЬМИЛЕТНЯЯ ШКОЛА</b>	
<b>Арифметика и начала алгебры (IV—V классы)</b>	
IV класс (6 час. в неделю, всего 210 час., из них 30 час. на геометрию)	
1. <b>Натуральные числа</b>	— 105 час.
2. <b>Десятичные дроби</b>	— 75 »
V класс (6 час. в неделю, всего 210 час., из них 35 час. на геометрию)	
3. <b>Положительные и отрицательные числа</b>	— 80 час.
4. <b>Обыкновенные дроби. Действия с обыкновенными и десятичными дробями</b>	— 95 »
<b>Алгебра (VI—VIII классы)</b>	
VI класс (4 часа в неделю, всего 140 час.)	
1. <b>Основные понятия</b>	— 10 час.
2. <b>Прямая и обратная пропорциональность. Одночлены</b>	— 40 »
3. <b>Целые выражения</b>	— 48 »
4. <b>Уравнения и системы уравнений</b>	— 42 часа
VII класс (3 часа в неделю в первом полугодии, 4 часа в неделю во втором полугодии, всего 122 часа)	

5. Рациональные выражения	—42 часа
6. Неравенства	20 час.
7. Корни	— 16 »
8. Квадратные уравнения	—44 часа
VIII класс (4 часа в неделю, всего 140 час.)	
9. Арифметическая и геометрическая прогрессии	—15 час.
10. Дробные показатели степени. Показательная функция и логарифмы	— 70 »
11. Организация вычислений и вычислительная техника	—30 »
Повторение	— 25 »
<b>Геометрия (IV—VIII классы)</b> IV класс (30 час., распределены в течение года)	
1. Основные геометрические понятия	— 30 час.
V класс (35 час., распределены в течение года)	
2. Геометрические построения	— 35 час.
VI класс (2 часа в неделю, всего 70 час.)	
3. Равенство плоских фигур. Логическое строение геометрии	—20 час
4. Многоугольники	—50
VII класс (3 часа в неделю в первом полугодии и 2 часа в неделю во втором полугодии, всего 88 час.)	
5. Начальные сведения по стереометрии	— 15 час.
6. Геометрические величины	—25 »
7. Подобие	—38 »
8. Преобразования движения и подобия	—10 »
VIII класс (2 часа в неделю, всего 70 час.)	
9. Метрические соотношения в треугольнике. Тригонометрические функции	—35 час.
10. Окружность. Вписанные и описанные многоугольники	—20 »
Повторение	—15 »
<b>II. СТАРШИЕ КЛАССЫ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ</b> <b>Алгебра и начала анализа (IX—X классы)</b> IX класс (3 часа в неделю, всего 105 час.)	
1. Принцип математической индукции. Элементы комбинаторики	— 15 час.
2. Бесконечные последовательности и пределы	—15 »
3. Производная и ее применения	—45 »
4. Тригонометрические функции, их графики и производные	—30 »
X класс (3 часа в неделю, всего 105 час.)	
5. Производная показательной функции и логарифма	— 15 час
6. Интеграл	— 12 »
7. Тригонометрические функции (продолжение)	—40 »
8. Системы уравнений и неравенств, счетно-электронные машины	—18 »

Повторение	— 20 »
<b>Геометрия (IX—X классы)</b>	
IX класс (2 часа в неделю, всего 70 час.)	
1. Прямые и плоскости; координаты и векторы в пространстве	—70 час.
X класс (2 часа в неделю, всего 70 час.)	
2. Многогранники и тела вращения	— 50 час.
Повторение	— 20 »

### ВОСЬМИЛЕТНЯЯ ШКОЛА<sup>31</sup>

#### Арифметика и начала алгебры (IV—V классы)

Предполагается, что из первых трех классов учащиеся вынесли твердые навыки в выполнении четырех арифметических действий с натуральными числами и некоторый опыт в обращении с простейшими дробями.

В курсе арифметики и начал алгебры проводится повторение и систематизация ранее полученных учащимися сведений о натуральных числах. С этой целью естественно привлекать понятия «множество», «элемент множества», «принадлежность». Содержание перечисленных понятий разъясняется на конкретных примерах. В дальнейшем учащиеся знакомятся с понятиями «объединение множеств», «общая часть» или «пересечение множеств», «пустое множество», «часть множества» или «подмножество». Эти понятия используются при изучении вопросов делимости, при рассмотрении уравнений и неравенств, при построении простейших графиков.

Техника выполнения арифметических действий к концу курса должна быть доведена до полной отчетливости и уверенности в способности справиться с вычислениями со сколь угодно большими числами. Однако, как правило, достаточно ограничиваться вычислениями с 3-, 4-, 5-значными числами.

Составление и решение уравнений занимают большое место на протяжении всего курса. Сначала уравнения решаются на основе зависимостей между компонентами и результатами действий, позднее (в третьей теме) формулируются некоторые правила, включая правила переноса знака при перенесении члена из одной части уравнения в другую. В итоге учащимся не должно затруднять решение линейных уравнений вида

$$0,5x - 7 = 0,3x - 15,$$

$$2\frac{1}{2}x + 3\frac{2}{3} = 7 + x.$$

Раннее введение уравнений позволяет по-новому организовать обучение решению текстовых задач. На достаточно убедительных примерах раскрываются преимущества алгебраического способа решения перед арифметическим. В остальных случаях учащемуся самому предоставляется право выбора метода решения задачи.

Тождественные преобразования основываются на законах арифметических действий.

Введение выражений, содержащих переменные, служит началом работы над понятием функции.

Рассмотрение формул расширяет применение букв. Ими обозначаются не только числа, но и выражения, содержащие переменные.

Во всем курсе используются знаки неравенств, знакомые учащимся уже из начальных классов. Навыки в обращении с неравенствами приобретаются постепенно.

#### Алгебра (VI—VIII классы)

<sup>31</sup> Эта часть программы приводится в сокращенном виде, без разделов «Пояснения к отдельным темам». Полную версию программы см.: Математика в школе. 1968. №2. С.5–20.

Программа по математике восьмилетней школы предполагает несколько поднять логический уровень изложения материала, опираясь на весьма осторожное использование элементов логики и соответствующей символики, увеличить внимание к развитию вычислительных навыков (приближенные вычисления, пользование таблицами).

Рекомендуется несколько ограничить по сравнению со сложившейся традицией требования к выполнению сложных преобразований, предоставив выполнение преобразований, требующих изобретательности или знания специальных приемов, учащимся, проявляющим повышенный интерес к математике. Но требования к безошибочности выполнения элементарных преобразований и точной формулировке результата (например, при нахождении решений системы уравнений) должны быть совершенно твердыми.

Решением уравнений учащиеся занимаются на протяжении всего курса. В теме 4 лишь суммируются и систематизируются относящиеся сюда основные понятия.

Через весь курс проходит и изучение функций с построением соответствующих графиков. Специальное внимание к «области определения» функции и «области значений» естественно связать с темой 5. В программе специально указаны лишь функции

$$y = ax + b, \quad y = \frac{k}{x}, \quad y = ax^2, \quad y = ax^3, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = \sqrt[3]{x}, \quad y = a^x, \quad y = \lg x.$$

Однако полезно рассмотреть и график функции  $y = |x|$ , а в связи с десятичными приближениями ввести обозначения  $[x]$  для целой части  $x$  и  $\{x\}$  для дробной части  $x$  и вычертить соответствующие графики. В теме 10 при изучении логарифмических вычислений  $[x]$  и  $\{x\}$  получают названия «характеристика» и «мантисса»  $x$ .

Дробные показатели степени непосредственно связываются с введением показательной функции. Поэтому степенные функции

$$y = x^p$$

с произвольным показателем степени лишаются их традиционного места в курсе алгебры. При наличии времени их целесообразно рассмотреть в конце темы 10.

Упражнения в составлении графиков и исследовании поведения функций должны охватывать значительно более разнообразный материал. В частности, в упражнениях должны появиться все типы расположения графика квадратного трехчлена (без каких-либо подлежащих заучиванию правил).

В связи с изучением уравнений и неравенств естественно познакомить учащихся с общими логическими понятиями «высказывания» и «предиката» и с употреблением элементарных логических символов следования ( $\Rightarrow$ ) и равносильности ( $\Leftrightarrow$ ). Знакомые учащимся с IV класса операции соединения и пересечения множеств при изучении систем уравнений можно обозначать специальными символами ( $\cup$  и  $\cap$ ).

#### Геометрия (IV—VIII классы)

В IV классе геометрия имеет по преимуществу наглядный характер. В конце программы заслуживает выделения в качестве теоремы с доказательством (может быть, первой во всем курсе) предложение о равенстве вертикальных углов.

В V классе основное внимание уделяется выполнению геометрических построений и знакомству с преобразованиями на оперативном уровне. Курс геометрии еще сохраняет индуктивный характер: внимание чаще направлено на ясную логическую формулировку выводов из эмпирических наблюдений, чем на ведение доказательств. Но вместе с тем в V классе усиливается роль дедуктивных рассуждений. Четко выделяются доказательства некоторых содержательно интересных теорем (о длине перпендикуляра и наклонных, о сумме углов треугольника и др.).

Задача построения геометрии на основе явно высказанных основных допущений (аксиом) ставится в VI классе. При изучении темы 3 устанавливается список предложений, принимаемых без доказательства, который может быть довольно длинным и включать в себя сильную форму аксиомы параллельных (через каждую точку вне прямой может быть проведена одна, и только одна, прямая, параллельная данной), наличие у двух окружностей с расстоянием между центрами, меньшим суммы и большим разности радиусов, ровно двух точек пересечения и т. п. Список предложений, принимаемых без доказательства, не заучивается. В дальнейшем построении курса планиметрии необоснованные логические выводы должны быть по возможности избегнуты. Исключение допустимо только в применении к рассуждениям, опирающимся в строго научном курсе геометрии на «аксиомы порядка» и «аксиомы непрерывности» (их полная формулировка была бы неуместна в восьмилетней школе).

Курс геометрии восьмилетней школы несколько облегчен по сравнению с традиционным в отношении числа включенных в программу более специальных теорем (в программе не упоминаются теоремы о произведении отрезков секущей в круге, о точках пересечения высот и медиан треугольника, формула Герона и т. п. Многие из них должны сохраниться в качестве «задач на доказательство»).

В восьмилетней школе не дается систематического курса стереометрии. В теме 5 лишь систематизируются сведения, используемые в курсе черчения.

Отчетливое изложение общих понятий площади и объема произвольных фигур дается в X классе. Однако все рассуждения о площадях многоугольников ведутся в VI классе с полной логической отчетливостью на основе двух допущений: а) формула площади прямоугольника, б) аддитивность площади многоугольников. В теме 4 объем призмы дается либо лишь с эвристическим доказательством, либо со ссылкой на принцип Кавальери. Приняв без доказательства теорему о пропорциональности объема кубу коэффициента подобия, можно без обращения к предельным переходам вывести объем пирамиды. Понятия о длине окружности, площади круга, объеме цилиндра окончательно уточняются лишь в IX—X классах.

Идея геометрических преобразований проведена через весь курс V—VII классов. В V классе учащиеся на оперативном уровне знакомятся с тремя видами движения плоских фигур, научаясь фактически строить фигуры, повернутые на некоторый угол, перенесенные параллельно на некоторое расстояние и симметричные к данной относительно оси.

В VI классе устанавливается степень подвижности плоских фигур и выводится, что при задании положения точки и выходящего из нее луча фигура может быть расположена двумя способами относительно оси симметрии. В VII классе гомотетия изучается в связи с умножением вектора на число, здесь устанавливается, что произвольное преобразование подобия сводится к движению и гомотетии.

Общие формулировки, относящиеся к геометрическим преобразованиям как взаимно однозначным отображениям плоскости на себя и к их групповым свойствам, к числу обязательных программных требований не относятся. Аналитическая координатная запись поворота дается лишь в IX классе.

## СТАРШНИЕ КЛАССЫ (IX—X) СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

### Алгебра и начала анализа

В первых двух темах заканчивается работа над последовательными обобщениями понятия числа. В первой теме знакомство с принципом математической индукции углубляет представления учащихся о строении системы натуральных чисел. В начале второй темы естественно повторить основные свойства системы рациональных чисел и

сведения об измерении величин из курса геометрии VII класса. Установив, что каждое рациональное число представляется бесконечной периодической десятичной дробью, учащиеся знакомятся с полной системой действительных чисел, представляемых бесконечными десятичными дробями произвольного вида. Тема «Комплексные числа» отнесена к факультативному курсу «Дополнительные главы и вопросы математики», где ее естественно изучать непосредственно после темы 2 основного курса.

Далее алгебраическая проблематика отступает на второй план вплоть до заключительной темы 8 (системы уравнений и неравенств). Но темы 3 – 7 дают много поводов для продолжения работы по углублению навыков в алгебраических преобразованиях, решению и исследованию уравнений и неравенств. Эти возможности должны быть широко использованы.

Начала математического анализа составляют органическую часть курса. Понятие производной вводится в конце первого полугодия IX класса. Введение этого понятия подготовлено тем, что скорость и ускорение при неравномерном движении рассматриваются в курсе физики VIII класса. Производные от тригонометрических функций изучаются в курсе математики в конце IX класса, а в начале X класса они применяются в курсе физики при изучении темы «Колебания и волны». Производная показательной функции появляется в курсе математики в самом начале X класса и может быть использована на уроках физики при изучении затухающих колебаний.

Тригонометрические функции изучаются в IX и X классах. В первой части (IX класс) дается весь материал, необходимый для вычисления производной тригонометрических функций и, следовательно, для изучения темы «Колебания и волны». Изучение этой темы в курсе физики в X классе обеспечивает непрерывность работы учащихся с тригонометрическими функциями.

Примеры уравнения показательного роста и гармонических колебаний

$$y' = ky$$

и гармонических колебаний

$$y'' = -k^2 y$$

достаточно для того, чтобы учащиеся получили представление о роли дифференциальных уравнений при изучении реальных явлений.

Программа предусматривает лишь первое знакомство с понятием интеграла, без какой-либо систематизации правил интегрирования (достаточное число иллюстративных примеров может быть разобрано с непосредственным обращением к таблице производных элементарных функций, которая должна служить итогом изучения тем 3, 4 и 5).

При изучении темы «Интеграл» естественно уточнить понятие площади произвольной плоской фигуры, что было невозможно осуществить в восьмилетней школе из-за отсутствия понятия предела.

### Геометрия

Программа не предпринимает, будет ли изложение начал стереометрии начинаться с перечисления пространственных аксиом соединения или же, опираясь на наглядные соображения, будут сформулированы свойства операций над векторами, которые и лягут в основу дальнейшего дедуктивного построения курса в качестве аксиом.

На первом пути кажется неизбежным по-прежнему опираться при изложении стереометрии на всю совокупность ранее установленных фактов планиметрии, не смущаясь тем, что курс планиметрии восьмилетней школы либо совсем лишен аксиоматической базы (в ныне действующих учебниках упоминаются лишь отдельные примеры аксиом), либо (в соответствии с пожеланиями этого проекта) может быть построен на основе избыточной трудно обозримой системы аксиом.

Второй путь позволяет предложить вниманию учащихся обозримую полую аксиоматику геометрии. Но для нашей школы он является совсем новым.

## ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

### Арифметика и начала алгебры

IV класс

(6 час. в неделю, всего 210 час., из них 30 час. на геометрию)

1. Натуральные числа — 105 час.

Чтение и запись многозначных чисел. Изображение чисел точками на луче. Сравнение чисел. Неравенство.

Законы арифметических действий: коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность. Сложение, вычитание, умножение и деление многозначных чисел

Числовые выражения. Выражения, содержащие переменные. Числовое значение выражения. Преобразование выражений на основе законов арифметических действий.

Применение уравнений к решению задач.

З а м е ч а н и е. В связи с изучением законов действий вводится понятие объема прямоугольного параллелепипеда.

2. Десятичные дроби — 75 час. Измерение величин. Десятичная систем мер. Десятичная дробь. Изображение десятичных дробей точками на прямой. Сравнение десятичных дробей.

Сложение, вычитание, умножение и деление десятичных дробей. Округление чисел. Среднее арифметическое. Решение задач на проценты. Вычисление площади прямоугольника и объема прямоугольного параллелепипеда.

V класс

(6 час. в неделю, всего 210 час., из них 35 час. на геометрию)

3. Положительные и отрицательные числа — 80 час.

Положительные и отрицательные числа. Изображение чисел точками на прямой (числовая прямая). Модуль числа. Сравнение чисел.

Сложение. Противоположные числа. Вычитание. Расстояние между двумя точками числовой прямой. Алгебраическая сумма. Умножение. Возведение в степень. Деление.

Преобразование выражений: раскрытие скобок, вынесение общего множителя за скобку, приведение подобных членов.

Оси координат. Абсцисса и ордината точки на плоскости. Построение точки по ее координатам.

Графики движения. Графики температуры, стоимости и др.

4. Обыкновенные дроби. Действия с обыкновенными и десятичными дробями — 95 час.

Делимость чисел. Делители числа. Простые числа. Признаки делимости чисел. Разложение чисел на простые множители. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа. Наименьшее общее кратное.

Обыкновенная дробь. Изображение дробей точками на прямой. Приведение дробей к общему знаменателю. Сокращение дробей. Сравнение дробей.

Четыре арифметических действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Десятичные приближения обыкновенной дроби.

Действия с рациональными числами любого знака. Законы действий.

Вычисления по формулам. Формула  $s=vt$ . Формулы длины окружности, площади прямоугольника, треугольника и круга, объема прямоугольного параллелепипеда. Формулы площади квадрата и объема куба.



## Алгебра

### VI класс

(4 часа в неделю, всего 140 час.)

1. Основные понятия — 10 час.

Употребление букв в алгебре. Уравнения и тождества.

2. Прямая и обратная пропорциональность. Одночлены — 40 час.

Отношения величин и чисел. Пропорции. Основное свойство пропорции. Нахождение неизвестного члена пропорции.

Понятие функции. Прямая и обратная пропорциональность. Графики функций

$$y = kx; \quad y = \frac{k}{x}.$$

Степени с целым показателем (положительным, нулевым и отрицательным).

Формула

$$a^m a^n = a^{m+n}.$$

Одночлены и их приведение к стандартному виду:

$$kx^m y^n z^p.$$

Запись больших и малых чисел в виде  $k10^n$ .

3. Целые выражения — 48 час. Преобразование любого целого выражения в многочлен (сумма одночленов). Стандартный вид многочлена от одного переменного.

Формулы сокращенного умножения:

$$(a \pm b)^2; \quad (a + b)(a - b); \quad (a \pm b)^3; \quad (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2).$$

Примеры разложения на множители.

Графики линейной функции и функций  $y = ax^2$ ,  $y = ax^3$ . Примеры графиков многочленов второй и третьей степени.

4. Уравнения и системы уравнений — 42 часа.

Свойства равенств. Множество решений системы уравнений и его геометрическое изображение в случае одного и двух неизвестных.

Решение систем линейных уравнений.

### VII класс

(3 часа в неделю в первом полугодии и 4 часа во втором полугодии, всего 122 часа)

5. Рациональные выражения — 42 часа.

Преобразование любого рационального выражения в отношение двух многочленов. Сокращение алгебраических дробей при помощи разложения числителя и знаменателя на множители.

Примеры уравнений с неизвестными в знаменателе.

6. Неравенства — 20 час.

Свойства неравенств. Действия с неравенствами. Применение к оценке точности приближенных вычислений.

Неравенства первой степени с одним и двумя неизвестными, их геометрический смысл. Множество решений неравенств, равносильность неравенств.

7. Корни — 16 час.

Функция, обратная данной. График функции  $y = \sqrt{x}$ .

Нахождение квадратного корня по графику и по таблице. Понятие о способах вычисления квадратного корня с любой заданной точностью. Понятие корня любой степени; функция  $y = \sqrt[n]{x}$ .

Таблицы квадратов, кубов, квадратных и кубических корней.

8. Квадратные уравнения — 44 часа.

Общая формула решения. Теорема Виета и обратная к ней. Разложение квадратного трехчлена на множители. Примеры уравнений и систем, приводящихся к квадратным.

#### VIII класс

(4 часа в неделю, всего 140 час.)

9. Арифметическая и геометрическая прогрессии — 15 час.

Рекуррентные определения последовательностей. Формулы общего члена и суммы  $n$  членов арифметической и геометрической прогрессий.

10. Дробные показатели степени. Показательная функция и логарифмы — 70 час.

Обобщение понятия степени. Показательная функция. Формулы:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; (a^x)^y = a^{xy}; (ab)^x = a^x b^x.$$

График показательной функции.

Десятичные логарифмы, формулы:

$$\lg(xy) = \lg x + \lg y; \lg \frac{x}{y} = \lg x - \lg y; \lg x^n = n \lg x; a^x = 10^{(\lg a)x}.$$

Таблицы логарифмов. Примеры вычислений с таблицами. Логарифмическая шкала и логарифмическая линейка. Приведение выражений, содержащих только знаки операций умножения, деления, возвышения в степень и извлечения корня, к стандартному виду  $kx^\alpha y^\beta z^\gamma$ .

Примеры решения иррациональных уравнений.

11. Организация вычислений и вычислительная техника — 30 час. Неравенство

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

Приближенные вычисления. Абсолютная и относительная погрешности. Правила подсчета цифр при приближенных вычислениях. Линейная интерполяция.

Организация вычислений. Расписка формул для ручных вычислений. Понятие о программировании для машинных вычислений.

Понятие об арифметическом устройстве электронных вычислительных машин (ЭВМ).

Повторение — 25 час.

#### Геометрия

#### IV класс

(30 час., распределены в течение года)

1. Основные геометрические понятия — 30 час.

Геометрическое тело, поверхность, линия. Прямая линия, луч, отрезок. Ломаная линия, ее длина. Сравнение длины ломаной линии с длиной отрезка, соединяющего ее концы. Соотношение между сторонами треугольника.

Угол. Сравнение углов. Биссектриса угла. Развернутый и полный угол. Прямой угол и его построение при помощи чертежного угольника. Виды треугольников.

Перпендикуляр к прямой и его построение при помощи чертежного угольника. Расстояние от точки до прямой. Осевая симметрия. Окружность, центр, радиус, диаметр, хорда, дуга. Градусное измерение углов. Транспортир. Смежные и вертикальные углы.

#### V класс

(35 час., распределены в течение года)

2. Геометрические построения — 25 час. Построения циркулем и линейкой. Основные построения. Построение фигур, симметричных данным относительно прямой. Построение фигур, повернутых на заданный угол.

Построение параллельных прямых линейкой и угольником, рейсшиной. Пучок параллельных, направление, угол между двумя направлениями. Построение фигур, перенесенных по заданному направлению на заданное расстояние.

Перпендикуляр и наклонные.

Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

Треугольник и его элементы. Сумма углов в треугольнике. Построение треугольников по трем элементам (четыре случая). Признаки равенства треугольников. Построение прямоугольных треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников.

#### VI класс

(2 часа в неделю, всего 70 час.)

3. Равенство плоских фигур. Логическое строение геометрии — 20 час.

Совмещение фигур при помощи параллельного переноса, поворота и осевой симметрии.

Понятие об аксиомах геометрии. Теорема, условие и заключение. Примеры теорем: о множестве точек, равноудаленных от концов отрезка, от сторон угла, от двух прямых.

4. Многоугольники — 50 час.

Полоса, параллелограмм, ромб, прямоугольник, их симметрия. Свойства диагоналей параллелограмма, ромба, прямоугольника. Трапеция и ее свойства.

Выпуклые фигуры. Выпуклые многоугольники. Сумма внешних и внутренних углов многоугольника.

Формулы площади треугольника, параллелограмма, трапеции. Площадь произвольного многоугольника. Теорема Пифагора.

Обратная и противоположная теоремы. Метод доказательства от противного. Необходимые и достаточные условия.

#### VII класс

(3 часа в неделю в первом полугодии и 2 часа в неделю во втором полугодии, всего 88 час.)

5. Начальные сведения по стереометрии — 15 час.

Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. Углы между прямыми и плоскостями. Ортогональные проекции.

Куб, параллелепипед, призма, пирамида.

6. Геометрические величины — 25 час.

Измерение отрезков, углов и дуг. Направленные отрезки и дуги. Векторы, сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Дистрибутивность умножения относительно сложения. Теоремы о пропорциональности отрезков, отсекаемых на сторонах угла.

7. Подобие — 38 час.

Подобие произвольных фигур. Коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников.

Гомотетия. Меязульная съемка. Применения гомотетии и подобия к решению задач на построение.

Отношение площадей и объемов подобных фигур. Объем и боковая поверхность призмы и пирамиды.

8. Преобразования движения и подобия на плоскости — 10 час.

Заключительный обзор. Движения, сохраняющие и меняющие ориентацию. Правая и левая система координат. Аналитическая запись параллельного переноса, осевой симметрии и гомотетии в подходящей системе координат.

### VIII класс

(2 часа в неделю, всего 70 час.)

9 Метрические соотношения в треугольнике. Тригонометрические функции — 35 час.

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.

Расстояние между двумя точками, заданными своими координатами. Уравнение окружности.

Определение тригонометрических функций (синус, косинус и тангенс), их изменение при изменении угла в пределах от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Значение тригонометрических функций для углов  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ . Тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha; \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha.$$

Таблицы тригонометрических функций. Решение прямоугольных треугольников.

Теорема косинусов. Формулы площади треугольников. Теорема синусов. Решение косоугольных треугольников.

10. Окружность, вписанные и описанные многоугольники — 20 час.

Свойство диаметра, перпендикулярного к хорде. Свойство дуг, заключенных между параллельными хордами. Вписанные углы. Окружность, описанная около треугольника; окружность, вписанная в треугольник. Вписанные и описанные четырехугольники. Вписанные и описанные правильные многоугольники, их периметры и площади.

Длина окружности, площадь круга. Цилиндр и конус, их объемы и боковые поверхности.

Повторение — 15 час.

### ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТАРШИХ КЛАССОВ (IX—X) СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

#### Алгебра и начала анализа

#### IX класс

(3 часа в неделю, всего 105 час.)

1. Принцип математической индукции. Элементы комбинаторики — 15 час.

Примеры применения принципа индукции к выводу различных формул (сумма членов геометрической прогрессии, сумма квадратов членов натурального ряда и др.).

Треугольник Паскаля.

Бином Ньютона.

2. Бесконечные последовательности и пределы — 15 час.

Определение предела. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Периодические десятичные дроби.

Иррациональные числа как непериодические десятичные дроби. Доказательство иррациональности  $\sqrt{2}$ . Существование предела ограниченной монотонной последовательности (без доказательства). Число  $\pi$ .

Бесконечно малые. Теорема о пределах суммы, произведения и частного (без доказательства).

3. Производная и ее применения — 45 час. Предел функции. Производная. Производная суммы, произведения, частного.  $x^n$  при целом  $n$ , обратной функции.

Возрастание и убывание функций, максимумы и минимумы.

Исследование квадратного трехчлена.

Применение производной в геометрии (касательная) и физике (скорость, ускорение).

4. Тригонометрические функции, их графики и производные — 30 час.

Обобщение понятия об угле. Радианное измерение углов и дуг. Предел отношения хорды к дуге.

Тригонометрические функции числового аргумента, их графики, четность и нечетность, периодичность. Синус и косинус суммы и разности. Производные тригонометрических функций.

#### Х класс

(3 часа в неделю, всего 105 час.)

5. Производная показательной функции и логарифма — 15 час.

Производная показательной функции. Уравнение показательного роста. Логарифмическая функция с произвольным основанием, формула

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$

Производная логарифма.

6. Интеграл — 12 час.

Первообразная функция. Определенный интеграл и его применение к вычислению площадей. Формула Ньютона–Лейбница.

7. Тригонометрические функции (продолжение) — 40 час.

Гармонические колебания, уравнение  $y'' = -k^2y$ . Сложение гармонических колебаний с общим периодом.

Формулы приведения.

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Тригонометрические функции суммы и разности двойного и половинного аргументов.

Понятие об обратных тригонометрических функциях.

8. Системы уравнений и неравенств. Счетно-электронные машины — 18 час.

Множество решений линейных и нелинейных уравнений и неравенств и систем уравнений и неравенств. Геометрическая интерпретация на прямой, плоскости и в пространстве.

Задачи с практическим содержанием, приводящиеся к решению системы уравнений и неравенств. Понятие о линейном программировании. Беседа о современной вычислительной технике.

Повторение — 20 час.

#### Геометрия

#### IX класс

(2 часа в неделю, всего 70 час.)

1. Прямые и плоскости; координаты и векторы в пространстве — 70 час.

Понятие о логической структуре геометрии (определения, аксиомы, теоремы).

Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Связка параллельных прямых. Направление. Векторы на плоскости и в пространстве; параллельный перенос. Сложение векторов, умножение вектора на число. Разложение вектора по трем направлениям.

Параллельное проектирование (на плоскость). Применение к построению изображений пространственных фигур.

Перпендикулярность прямых и плоскостей. Ортогональное проектирование на плоскость и на прямую.

Углы между прямыми и плоскостями. Площадь проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

Координаты вектора и точки в прямоугольной системе координат. Скалярное произведение, его выражение через координаты, свойства скалярного произведения. Уравнение плоскости. Расстояние между двумя точками в пространстве. Уравнение сферы.

#### Х класс

(2 часа в неделю, всего 70 час.)

2. Многогранники и тела вращения — 50 час.

Многогранные углы. Плоские и двугранные углы многогранного угла.

Призма и параллелепипед. Пирамида. Усеченная пирамида. Куб и правильный тетраэдр. Боковая и полная поверхности призмы и пирамиды.

Поверхности вращения и тела вращения.

Понятие объема. Объем параллелепипеда, призмы, цилиндра, пирамиды, конуса, шарового сегмента и шара. Поверхности круглых тел (цилиндр, конус, сферический сегмент, сфера).

Задачи на поверхности и объемы.

Повторение — 20 час.

**ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ  
И СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ**

Число часов в неделю на изучение математики

Предмет	Классы							
	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	
Математика	6	6						
Алгебра		—	4	3/4	4	—	—	
Алгебра и начала анализа						3	3	
Геометрия	—	—	2	3/2	2	2	2	
<b>Всего</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	

Таблица 1

Обучение математике служит целям коммунистического воспитания, формирования у учащихся диалектико-материалистического мировоззрения, воспитания патриотизма и социалистического интернационализма.

Задача курса математики — обеспечить прочное и сознательное овладение основами математических знаний, умениями и навыками, необходимыми для общего развития учащихся, для их практической деятельности в условиях современного производства, изучения смежных школьных дисциплин (физики, черчения, химии и др.), продолжения образования в средних и высших специальных учебных заведениях.

Обучение математике должно содействовать формированию у учащихся правильных представлений о предмете математики, ее сущности и специфике ее метода, о месте математики в системе наук и ее прикладном значении.

Политехническая направленность курса математики обеспечивается, прежде всего, отбором материала программ, характером его изложения и содержанием упражнений. Раскрытие политехнического содержания курса математики осуществляется через раскрытие своеобразия отражения математикой реального мира, особенностей применения математики к изучению действительности, формирование умений и навыков, необходимых в жизни и на производстве, сближение школьных методов решения задач методами, применяемыми на практике.

В процессе преподавания математики проводится систематическая и целенаправленная работа по выработке у учащихся навыков самостоятельного творческого труда, по их общему развитию, в том числе развитию логического мышления, пространственных представлений.

Школьный курс математики включает следующие предметы:

Математика — IV—V классы.

Алгебра — VI—VIII классы.

Алгебра и начала анализа — IX—X классы.

Геометрия — VI—X классы.

Распределение времени на отдельные курсы математики приведены в следующей таблице [таблице 1].

В программах указаны темы и названы вопросы, подлежащие изучению. В каждой теме раскрываются основные межпредметные связи курса математики с предметами естественно-математического цикла, способствующие воспитанию у учащихся правильного понимания роли математики в познании окружающего мира и умения применять приобретенные знания и умения к решению практических задач. В большинстве тем указывается тематика практических заданий.

Программа по классу и предмету завершается списком основных учебно-наглядных пособий и учебного оборудования, перечнем основных требований к знаниям учащихся и списком рекомендуемой литературы<sup>32</sup>.

В перечне основных требований выделяются рубрики: а) знание основных определений, формул, теорем и их доказательств; б) мировоззренческие представления, формируемые при изучении курса; в) примеры логических умений, которыми должны овладеть школьники; г) основные умения (по математике), формируемые при изучении программного материала; д) общетрудовые умения.

В конце всей программы приведены примерные нормы оценки знаний и умений учащихся по математике.

Время на изучение тем, указанное в программе, является примерным, и учитель вправе его изменять в зависимости от конкретных условий работы (особенность класса, организация учебного процесса и т. п.).

Программа по математике предоставляет учителю широкие возможности для выбора различных методических путей и приемов изложения конкретного материала. Максимальное развитие должны получить методы преподавания, способствующие повышению у учащихся интереса к изучению математики, сознательному усвоению ими математических понятий, стимулирующие активность учащихся, воспитывающие у них навыки самостоятельной работы, умение рационально и творчески выполнять полученные задания, самостоятельно приобретать знания.

#### IV КЛАСС МАТЕМАТИКА

(6 ч в неделю, всего 210 ч)

##### Тема 1. **Натуральные и дробные числа (110 ч)**

Примеры конечных множеств. Запись множества с помощью фигурных скобок. Обозначение множеств буквами. Элемент множества. Знаки  $\in$  и  $\notin$ . Пустое множество. Знак  $\emptyset$ . Множество натуральных чисел. Чтение и запись натуральных чисел (разряды; классы единиц, тысяч, миллионов, миллиардов) Шкалы. Изображение чисел точками на луче Координатный луч (17 ч).

Высказывание. Переменная. Выражение с переменной. Предложение с переменной. Уравнение, корень уравнения, множество корней уравнения. Решение уравнений первой степени с двумя и более переменными в одной из его частей. Неравенство. Знаки  $\leq$  и  $\geq$ . Двойное неравенство. Неравенство с переменной, решение неравенства, множество решений неравенства. Решение простейших неравенств вида  $x < a$ ,  $x > a$ ,  $x \leq a$ ,  $x \geq a$  (17 ч).

Сложение и вычитание натуральных чисел. Сумма, слагаемые; разность, уменьшаемое, вычитаемое. Разложение числа по разрядам. Умножение и деление натуральных чисел. Произведение, множитель; частное, делимое, делитель (12 ч).

Деление с остатком. Делители и кратные. Признаки делимости на 2, 3, 5, 10 (8 ч). Законы сложения и умножения: переместительный, сочетательный и распределительный. Свойства нуля и единицы. Запись законов сложения и умножения с помощью

<sup>32</sup> От редакции: списки рекомендуемой литературы и основных учебно-наглядных пособий и учебного оборудования в данной публикации опущены. – Прим. редакции журнала «Математика в школе».



переменных. Применение законов сложения и умножения к упрощению выражений (16 ч).

Обыкновенная дробь. Числитель и знаменатель дроби. Чтение и запись дробных чисел. Правильные и неправильные дроби. Сложение дробного и натурального чисел. Вычитание натурального числа из дробного. Целая и дробная части числа. Представление числа в виде суммы целой и дробной частей. Запись числа в виде неправильной дроби. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями. Примеры умножения дробного числа на натуральное (13 ч).

Примеры величин. Единицы величин. Длина отрезка, обозначение длины отрезка. Расстояние между точками. Площадь фигуры. Единицы площади: мм<sup>2</sup>, см<sup>2</sup>, дм<sup>2</sup>, м<sup>2</sup>, ар, гектар, км<sup>2</sup>. Объем прямоугольного параллелепипеда. Формула объема прямоугольного параллелепипеда. Приближенные значения величины (9 ч).

Отрезок и его обозначения. Ломаная, сравнение длины ломаной с длиной отрезка, соединяющего ее концы. Прямая линия, ее обозначение. Взаимное расположение двух прямых на плоскости; пересекающиеся и параллельные прямые (знак ||). Параллельность отрезков. Луч, его обозначение. Конгруэнтные фигуры (знак ≅). Равенство длин конгруэнтных отрезков; конгруэнтность отрезков, имеющих равные длины. Пересечение и объединение фигур. Угол, его стороны и вершина, обозначение угла. Сравнение углов. Биссектриса угла. Противоположные лучи. Развернутый угол. Прямой угол. Острые и тупые углы (18 ч).

#### *Межпредметные связи*

Полученные в этой теме знания о длине отрезка, о длине линии, о площади прямоугольника и объеме прямоугольного параллелепипеда, о приближенных значениях величин находят применение в курсе физики при изучении физических величин, при измерении физических величин. При этом учащиеся используют применявшиеся уже в курсе математики стандартные обозначения единиц величин мм<sup>2</sup>, см<sup>2</sup>, м<sup>3</sup>, см<sup>3</sup> и др. При изучении в курсе физики равномерного движения, в частности, при выводе формулы пути, при введении понятия скорости, при расчетах пути и времени движения опираются на изученные учащимися соотношения между путем, скоростью и временем движения, которые рассматривались на уроках математики.

Введенные в этой теме шкала расстояний, шкала температуры готовят учащихся к пониманию в курсе физики шкал различных приборов (весы, динамометр, манометр и др.) и создают благоприятные условия для выполнения ими лабораторной работы по градуированию пружины и измерению силы динамометром.

Изученные вопросы о шкалах, измерении расстояний, изображении чисел точками на луче, вычислении скорости равномерного движения используются в курсе географии при изучении вопросов об ориентировании на местности, измерении расстояний, полярной и азимутальной съемках.

В трудовом обучении используются вычислительные навыки, умения измерять расстояния, выполнять и читать чертежи.

#### *Практические занятия*

1) Измерение длины, ширины и высоты модели прямоугольного параллелепипеда и вычисление его объема; 2) построение параллельных прямых с помощью угольника и линейки.

### **Тема 2. Десятичные дроби (100 ч)**

Метрическая система мер. Десятичная запись дробных чисел. Разряды десятичных дробей. Сравнение десятичных дробей. Величина угла. Единица величины угла — градус, обозначение градуса. Транспортир, измерение величины угла с помощью транспортира; построение угла по заданной его величине. Круговые диаграммы (15 ч).

Сложение и вычитание десятичных дробей. Разложение десятичной дроби по разрядам. Округление чисел (13 ч).

Умножение десятичных дробей. Умножение десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. Деление десятичной дроби на натуральное число. Деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. Деление на десятичную дробь (23 ч).

Процент (знак %). Нахождение нескольких процентов числа, числа по его проценту, процента части от числа (22 ч).

Среднее арифметическое; средняя скорость движения. Формулы пути, площади прямоугольника и объема прямоугольного параллелепипеда. Масштаб (15 ч).

Перпендикулярные прямые. Построение перпендикулярных прямых с помощью линейки и транспортира, угольника и линейки. Построение треугольника по стороне и двум прилежащим углам, по двум сторонам и углу между ними. Сумма величин углов треугольника. Площадь прямоугольного треугольника (12 ч).

#### *Межпредметные связи*

Действия с десятичными дробями являются средством проведения физических расчетов. В процессе решения задач и выполнения лабораторных работ происходит совершенствование вычислительных навыков учащихся, возникает более четкое понимание реального смысла округления десятичных дробей. Проценты применяются, например, для нахождения коэффициента полезного действия механизма, при решении ряда задач в курсах физики и химии.

Полученные в теме сведения о среднем арифметическом, средней скорости движения, знание формулы пути облегчают изучение в курсе физики равномерного и неравномерного движений.

Знакомство учащихся с метрической системой мер, с приставками для образования кратных и дольных единиц величин (деци, санти, милли, дека, гекто, кило) готовит учащихся к изучению международной системы единиц.

Измерение величин углов с помощью транспортира, построение углов, выполнение упражнений с использованием масштаба плана и карты помогают изучению в курсе географии понятия азимута и его определению по компасу. Полученные знания применяются при движении по азимуту, изображении направлений и расстояний на чертеже, при полярной и азимутальной съемках, чтении плана местности и географической карты.

#### *Практические занятия*

1) Измерение углов с помощью транспортира и построение углов заданной величины; 2) построение круговых диаграмм; 3) построение перпендикулярных прямых с помощью линейки, транспортира и угольника; 4) построение треугольников с помощью циркуля, линейки и транспортира.

#### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я вычитания, деления, правильной дроби, неправильной дроби, процента, делителя числа, кратного числа, среднего арифметического нескольких чисел, развернутого угла, прямого угла, острого угла, тупого угла, биссектрисы угла, градуса, параллельных прямых, перпендикулярных прямых;

с в о й с т в а сложения и умножения натуральных чисел и десятичных дробей, нуля при сложении и умножении, единицы при умножении, суммы величин смежных углов, суммы величин углов треугольника;

п р и з н а к и делимости натуральных чисел на 10, 2, 5, 3;

правила сравнения дробей с одинаковыми знаменателями, сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями; записи числа в виде неправильной дроби,

сравнения десятичных дробей, округления чисел, умножения и деления десятичных дробей на 10, 100, 1000;

единицы длины, массы, времени, площади, объема, скорости.

формулы длины пути, площади прямоугольника, площади квадрата, объема прямоугольного параллелепипеда.

б) Понимать, что математические понятия и их свойства представляют идеализацию реальных предметов и их свойств. Уметь находить на окружающих предметах модели отрезка, многоугольника, окружности, круга, угла и др. Понимать, что всякое правило имеет свою область применения.

в) Уметь обобщать наблюдения, проведенные над конкретными примерами, записывать с помощью переменных законы сложения и умножения (переместительный, сочетательный и распределительный), свойства нуля и единицы, уметь применять определения (подводить под понятие) правильной дроби, неправильной дроби, делителя, кратного, прямого угла, развернутого угла и других, перечисленных в п. а).

г) Уметь:

решать уравнения и неравенства видов, указанных в программе, выполнять все арифметические действия с многозначными натуральными числами, с десятичными дробями, а также сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями, округлять числа до любого разряда;

строить отрезки, лучи, прямые, перпендикулярные прямые, углы, треугольники (с помощью линейки, угольника, циркуля и транспортира);

измерять углы с помощью транспортира, длины отрезков с помощью масштабной линейки, вычислять по формулам площади прямоугольника и треугольника, объем прямоугольного параллелепипеда, длину отрезка на координатной прямой; определять расстояние между двумя пунктами с помощью карты (используя масштаб).

д) Уметь пользоваться оглавлением в учебнике и предметным указателем, находить ответы к задачам; проверять самостоятельно правильность выполнения отдельных действий над числами и правильность нахождения корня уравнения или решения неравенства; уметь планировать вычислительную работу при нахождении значения выражения, при решении текстовой задачи; уметь оформлять письменную и графическую работу в тетради.

## У К Л А С С МАТЕМАТИКА

(6 ч в неделю, всего 210 ч)

### Тема 1. Положительные и отрицательные числа (100ч)

Множество и его подмножество (знак  $\subset$ ). Пересечение и объединение множеств (знаки  $\cap$ ,  $\cup$ ). Разбиение множества на классы. Классификация треугольников (разносторонние и равнобедренные; остроугольные, прямоугольные и тупоугольные). Классификация чисел (знаки  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ) (10 ч).

Положительные и отрицательные числа. Изображение чисел точками на прямой. Координата точки на прямой, обозначение  $A(x)$ . Координатная прямая, длина отрезка координатной прямой. Противоположные числа. Модуль числа, его обозначение. Сравнение чисел: положительного и нуля, отрицательного и нуля, отрицательного и положительного. Сравнение отрицательных чисел с помощью модулей. Решение неравенств вида  $a \leq x \leq b$  в целых числах. Координатная плоскость. Координаты точки на плоскости, обозначение  $A(x, y)$ ; абсцисса и ордината. Примеры графиков движения, температуры и др. (20 ч).

Изменение величин. Сложение чисел с помощью координатной прямой. Сложение чисел с одинаковыми и разными знаками. Законы сложения: переместительный и

сочетательный. Вычитание. Решение уравнений с помощью прибавления одного и того же числа к правой и левой частям. Перенос слагаемых из одной части уравнения в другую (20 ч).

Умножение. Деление. Решение уравнений с помощью умножения и деления обеих частей уравнения на одно и то же число, не равное нулю. Коэффициент. Подобные слагаемые. Приведение подобных слагаемых. Решение уравнений вида  $ax+b = cx+d$  (20 ч).

Применение сочетательного, переместительного и распределительного законов (10 ч).

Параллельность двух прямых, перпендикулярных к одной и той же третьей прямой. Построение параллельных прямых с помощью угольника и линейки. Построение треугольника по трем сторонам. Центральная симметрия, построение фигур, симметричных относительно точки. Параллельный перенос фигур, построение фигур, перенесенных параллельно на заданное расстояние в заданном направлении. Осевая симметрия, построение фигур, симметричных относительно прямой. Конгруэнтность фигур, симметричных относительно точки или прямой, а также полученных при параллельном переносе. Свойства оси симметрии двух точек, построение оси симметрии двух точек. Деление отрезка пополам и построение перпендикуляра к прямой с помощью циркуля и линейки (20 ч).

#### *Межпредметные связи*

Положительные и отрицательные числа, их сложение с помощью координатной прямой составляют необходимый материал для понимания некоторых свойств векторных величин в курсе физики. Они используются, например, при изучении направления скорости, сложения двух сил, направленных по одной прямой.

Изображение чисел точками прямой, координатная прямая, координатная плоскость представляют основу для применения координатного описания физических явлений. Изучение в курсе математики изменения величин, графического изображения в системе координат изменения температуры при изменении времени, графика движения создает базу для более глубокого изучения ряда вопросов курса физики, в частности, графика плавления и отвердевания тел.

Построение перпендикуляра к прямой используется в курсе физики при решении задач, например, задач на движение тел по наклонной плоскости.

Положительные и отрицательные числа, координатная прямая, координатная плоскость используются в курсе географии V класса при изучении вопросов об относительной и абсолютной высоте, нахождении нужной точки на карте по ее координатам, изображении рельефа на карте, при построении шкалы высот.

#### *Практические занятия*

1) Построение конгруэнтных фигур с помощью параллельного переноса; 2) построение фигуры, симметричной треугольнику и четырехугольнику относительно прямой и относительно точки; 3) построение треугольника с помощью циркуля и линейки; 4) деление отрезка пополам с помощью циркуля и линейки.

### **Тема 2. Рациональные числа (110 ч)**

Дробь. Рациональное число. Множество рациональных чисел (знак  $Q$ ). Основное свойство дроби. Представление целого числа в виде дроби. Приведение дроби к новому знаменателю. Дополнительный множитель. Сократимые и несократимые дроби. Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение дробей с разными знаменателями (15 ч).

Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Взаимно-простые числа. Наименьшее общее кратное. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю (15 ч).

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями. Дополнение дроби до единицы. Применение переместительного и сочетательного законов сложения (20 ч).

Умножение дробей. Взаимно-обратные числа. Деление дробей. Применение распределительного закона умножения (20 ч).

Отношение двух чисел. Пропорция. Основное свойство пропорции. Применение основного свойства к решению уравнений. Решение задач с помощью пропорций (15 ч).

Степень. Показатель и основание степени. Степень числа 10. Стандартный вид числа, большего 10 (10 ч).

Бесконечная десятичная дробь. Представление дроби в виде конечной или бесконечной десятичной дроби. Длина окружности. Формула длины окружности. Площадь круга. Формула площади круга. Ось симметрии фигуры. Построение биссектрисы угла. Измерения на местности (15 ч).

#### *Межпредметные связи*

Изучаемые в этой теме степень числа 10, стандартный вид числа, отношение чисел и величин используются в физических расчетах, например, при вычислении скорости, пути и времени движения, плотности вещества, давления жидкости или газа, силы давления, плотности вещества через массу молекул и их число.

Сведения о пропорциях, основное свойство пропорции находят практическое применение в курсе химии при решении расчетных задач и в курсе физики при изучении, например, рычага и равновесия сил на рычаге и др. При изучении на уроках физики вращательного движения используются понятия окружности и радиуса, знание формулы длины окружности. Этот же материал необходим и при рассмотрении в курсе географии вопросов о форме и размерах Земли, особенностях изображения Земли на глобусе.

#### *Практические занятия*

1) Измерение диаметра пластин, имеющих форму круга, вычисление площади пластин и длины ограничивающей их окружности; 2) построение биссектрисы угла с помощью циркуля и линейки; 3) измерение на местности расстояний между двумя пунктами и площадей участков прямоугольной формы.

#### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я пересечения двух множеств, объединения двух множеств, простого числа, взаимно-обратных чисел, модуля числа, пропорции, равнобедренного треугольника, равностороннего треугольника, симметричных относительно центра точки, симметричных относительно оси точек;

с в о й с т в а сложения и умножения положительных и отрицательных чисел, рациональных чисел, нуля при сложении и умножении, единицы при умножении, дроби (основное свойство), пропорции;

п р а в и л а сравнения отрицательных чисел с нулем и положительными числами, отрицательных чисел с отрицательными, сложения чисел с разными знаками, сложения отрицательных чисел, вычитания, нахождения длины отрезка координатной прямой, раскрытия скобок, умножения и деления чисел с разными знаками, умножения и деления отрицательных чисел, приведения подобных слагаемых, переноса слагаемого из одной части уравнения в другую, умножения дробей, деления дробей, сложения дробей с разными знаменателями;

формулы длины окружности и площади круга.

б) Понимать, что в математических понятиях и их свойствах отражаются реальные предметы и отношения между ними. Уметь находить в окружающей обстановке модели окружности, круга, параллельных и перпендикулярных прямых, симметричные фигуры. Понимать, что всякое правило имеет свою область применения. В частности, учащийся должен знать, какие значения имеют реальный смысл при использовании формулы пути  $s = vt$ , если  $v$  — скорость современного автомобиля, поезда, самолета

в) Уметь обобщать наблюдения, проведенные при решении ряда однотипных задач, составлять простейшие формулы; применять понятия объединения множеств, пересечения множеств, модуля числа, подобных слагаемых, простого числа, составного числа и др.

г) Уметь:

решать уравнения и неравенства видов, указанных в программе, выполнять все арифметические действия с рациональными числами;

строить фигуры, симметричные данной (треугольник, четырехугольник) относительно центра симметрии, относительно оси симметрии; выполнять построение оси симметрии двух точек, параллельный перенос фигур; строить с помощью циркуля и линейки параллельные прямые, через данную точку прямую, перпендикулярную данной прямой, делить отрезок и угол на две конгруэнтные части.

д) Уметь выделять объяснительный текст в пунктах учебника, разбивать его на смысловые части, находить относящиеся к ним упражнения; самостоятельно контролировать правильность выполнения отдельных действий над рациональными числами; планировать работу по решению текстовых задач, уравнений и нахождению значений числовых выражений; уметь оформлять письменные и графические работы в тетради.

## VI КЛАСС АЛГЕБРА

(4 ч в неделю, всего 140 ч)

### Тема 1. Основные понятия (17 ч)

Числовые выражения и выражения с переменными. Область определения выражения с переменными (5 ч).

Предложения с переменными. Уравнение с одной переменной. Множество решений уравнения с одной переменной. Линейное уравнение с одной переменной. Неравенство с одной переменной. Числовые промежутки (9 ч).

Понятие отношения. График отношения между числами (3 ч).

#### *Межпредметные связи*

С вычислениями значений выражений учащиеся встречаются в курсах физики и химии при решении задач и на лабораторных занятиях, например, при вычислении пути, массы, давления, количества теплоты, молекулярной и молярной массы и т. п. Умение решать уравнения используется в курсах физики и химии.

Понятие отношения применяется в курсе геометрии.

#### *Практические занятия*

Построение графика отношения, заданного перечислением пар.

### Тема 2. Функция (30 ч)

Понятие функции. Область определения и область значений функции. Обозначение  $y=f(x)$ . Способы задания функции: перечислением пар (табличный), формулой, графиком (9 ч).

Прямая пропорциональность. Коэффициент прямой пропорциональности. Свойство прямой пропорциональности. Деление числа на части, пропорциональные данным числам. График прямой пропорциональности (9 ч).

Обратная пропорциональность. Свойство и график обратной пропорциональности (6 ч).

Линейная функция и ее график. Угловой коэффициент прямой (6 ч).

#### *Межпредметные связи*

Понятие функции, умение читать графики функций широко используются при изучении многих разделов курса физики, например, в разделах «Кинематика», «Колебания и волны».

Понятия прямой и обратной пропорциональности используются в курсе физики, например, при изучении тем: «Гидравлическая машина», «Расчет давления жидкостей на дно и стенки сосуда», «Равновесие различных жидкостей в сообщающихся сосудах», «Рычаг», «Равновесие сил на рычаге», «Равенство работы при использовании простых механизмов», «Закон Ома для участка цепи». Эти же понятия применяются в курсе химии при изучении таких тем: «Отношение масс при химической реакции», «Вычисление по химическим уравнениям», «Тепловой эффект химической реакции» и др.

Сведения о линейной функции используются в курсе физики, например, в теме «Прямолинейное неравномерное движение».

Общие сведения о функциях (отображениях) находят широкое применение в курсе геометрии.

#### *Практические занятия*

Чтение эмпирических графиков. Построение графиков прямой и обратной пропорциональности, линейной функции.

### **Тема 3. Системы уравнений (17 ч)**

Уравнение с двумя переменными. График отношения, заданного уравнением с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными (4 ч).

Понятие о системе уравнений с двумя переменными. Графический способ решения систем. Решение систем линейных уравнений способом сложения. Решение задач с помощью систем уравнений (13 ч).

#### *Межпредметные связи*

С системами уравнений учащиеся встречаются при решении задач на уроках физики и геометрии.

#### *Практические занятия*

Графическое решение систем линейных уравнений.

### **Тема 4. Степень с натуральным показателем (21 ч)**

Понятие степени с натуральным показателем. Свойства степени с натуральным показателем:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ;  $(a^m)^n = a^{mn}$ ;  $(ab)^n = a^n b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ,  $b \neq 0$ ;  $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$ , где  $a \neq 0$ ,  $m > n$ . Понятие степени с нулевым показателем (10 ч).

Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Произведение и частное двух дробей (5 ч).

Функции  $y=ax^2$ ,  $y=ax^3$  и их графики (6 ч).

#### *Межпредметные связи*

Материал этой темы находит применение во всех разделах геометрии, физики и химии, где учащиеся имеют дело с формулами, содержащими степени с натуральными показателями.

*Практические занятия*

Построение графиков функций  $y=ax^2$  и  $y=ax^3$ .

**Тема 5. Многочлены (41 ч)**

Свойства отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность. Понятие тождества, тождественного преобразования выражения (4 ч).

Понятия одночлена и многочлена. Стандартный вид одночлена и многочлена.

Преобразование суммы, разности и произведения многочленов в многочлен стандартного вида (13 ч).

Разложение многочлена на множители вынесением общего множителя за скобки и способом группировки. Применение разложения многочлена на множители к решению уравнений и сокращению дробей (12 ч).

Тождества:  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ,  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ , их применение в тождественных преобразованиях целых и дробных выражений (12 ч).

*Межпредметные связи*

Свойства отношений находят применение при изучении конкретных отношений (конгруэнтность, параллельность, сонаправленность и др.).

Умение проводить тождественные преобразования используется при решении различных задач на уроках геометрии, физики, химии.

**Повторение (14 ч)**

**Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я функции; прямой и обратной пропорциональности; линейной функции; области определения выражений с одной переменной; степени с натуральным показателем; графика уравнения с двумя переменными; тождественного равенства выражений на множестве;

с в о й с т в а прямой и обратной пропорциональности (с доказательством), степени с натуральным показателем;

п р а в и л а преобразования в дробь произведения и частного дробей, степени дроби; преобразования в многочлен стандартного вида суммы и разности многочленов, произведения одночлена и многочлена, произведения многочленов;

тождества сокращенного умножения:  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ,  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$  (с доказательством).

б) Понимать, что понятия «отношение» и «функция», их свойства являются абстракцией свойств и отношений объектов реального мира и происходящих в нем процессов. Понимать, что одно и то же уравнение, например уравнение  $y=kx$ , может описывать различные реальные ситуации. Понимать, что зависимости, выраженные формулами  $y=kx$ ,  $y=k/x$ ,  $y=kx+b$  и т. п., являются идеализацией некоторых зависимостей между физическими величинами.

в) Уметь выяснять, подходит ли данный объект под определение понятия (например, устанавливать, является ли данное отношение функцией, является ли данное выражение многочленом и т. д.); подбирать примеры, иллюстрирующие данное утверждение, и приводить контрпримеры.

г) Уметь:

с т р о и т ь графики функций  $y=kx$ ,  $y=kx+b$ ,  $y=k/x$ ,  $y=ax^2$ ,  $y=ax^3$

находить по графику функция  $y=f(x)$  пары соответственных значений переменных  $x$  и  $y$ ; указывать множество значений  $x$ , при которых  $f(x)=0$ ,  $f(x) > 0$ ,  $f(x) < 0$ ;

в ы я с н я т ь, обладает ли отношение между элементами множества свойствами рефлексивности, симметричности, транзитивности;



применять при выполнении тождественных преобразований свойства степеней с натуральными показателями, правила преобразования целых выражений, правила преобразования произведения дробей, частного дробей, степени дроби;

выполнять разложение выражения на множители путем вынесения общего множителя за скобки, способом группировки, использованием тождеств сокращенного умножения;

решать уравнения вида  $(ax+b)(cx+d)=0$  и другие, указанные в программе; простейшие системы уравнений с двумя переменными (графически); системы линейных уравнений с двумя переменными способом сложения; задачи путем составления уравнений или систем уравнений.

д) Уметь пользоваться оглавлением учебника, предметным указателем, находить в тексте учебника материал, необходимый для решения задачи.

## ГЕОМЕТРИЯ

(2 ч в неделю, всего 70 ч)

### Тема 1. Начальные понятия геометрии (25 ч)

Геометрическая фигура. Определение и основные понятия, принимаемые без определений. Величины и числа. Основные свойства расстояний. Аксиомы и теоремы. Взаимное расположение трех точек на прямой. Неравенство треугольника. Отрезок и луч. Координаты на прямой. Ломаная. Область. Многоугольник. Полуплоскость. Угол. Взаимное расположение двух окружностей.

#### *Межпредметные связи*

При изучении данной темы можно использовать материал из курса географии V класса (ориентирование на местности, измерение расстояний, изображение направлений и расстояний на чертеже).

Материал данной темы используется в курсе физики.

В курсе черчения VII и последующих классов используются понятия окружности, радиуса окружности.

### Тема 2. Конгруэнтность фигур и перемещения (37 ч)

Отображения фигур. Обратимое отображение. Отображения, сохраняющие расстояния. Конгруэнтные фигуры. Измерение углов (7 ч).

Поворот. Центральная симметрия. Осевая симметрия. Построение треугольников по трем сторонам, по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим к ней углам. Признаки конгруэнтности треугольников (12 ч).

Оси симметрии окружности. Оси симметрии отрезка. Оси симметрии угла и равнобедренного треугольника. Расстояние от точки до прямой. Свойство биссектрисы угла (10 ч).

Центральные углы, дуги и хорды. Взаимное расположение прямой и окружности. Построение прямоугольного треугольника по гипотенузе и катету. Построение касательной к данной окружности, проходящей через данную точку (8 ч).

#### *Межпредметные связи*

При изучении измерения углов можно напомнить учащимся об известных им фактах из курса географии V класса (чтение плана местности, определение азимута по карте).

В курсе физики VIII класса (например, при изучении движения по окружности) и в курсе астрономии X класса используются понятия поворота и касательной к окружности.

В курсе черчения используются понятие касательной к окружности, умение строить окружность и касательную к ней; построение касательной к окружности и касающихся окружностей используется при построении сопряжений.

*Практические занятия*

Построение образа данной фигуры (отрезка, угла) при заданном повороте. Построение образа фигуры (отрезка, угла) при центральной симметрии. Построение треугольника, симметричного данному относительно оси.

**Повторение (8 ч)**

**Основные требования к учащимся**

а) Знать:

основные понятия курса геометрии;

о п р е д е л е н и я геометрической фигуры, окружности, круга, отрезка, многоугольника, угла, конгруэнтных фигур, прямого угла, поворота, перемещения, центральной симметрии, осевой симметрии, касательной к окружности;

ф о р м у л и р о в к и свойств расстояний; аксиомы прямой; теорем о расстоянии между двумя точками координатной прямой, об обратимости отображений, сохраняющих расстояния; свойств отношения конгруэнтности, центральной симметрии, осевой симметрии; следствий теоремы о прямой, содержащей биссектрису угла при вершине равнобедренного треугольника; теорем о конгруэнтности центральных углов, о длине ломаной, о сравнительной длине перпендикуляра и наклонных;

ф о р м у л и р о в к и и д о к а з а т е л ь с т в а теорем о неравенстве треугольника: о прямой, проходящей через центр окружности; о диаметре, перпендикулярном хорде; о серединном перпендикуляре к отрезку; об оси симметрии угла; о прямой, содержащей биссектрису угла при вершине равнобедренного треугольника; о биссектрисе угла; о касательной к окружности.

б) Понимать, что возникновение геометрии связано с практической деятельностью человека, геометрические понятия являются результатом абстрагирования свойств и отношений объектов реального мира. Уметь на окружающих предметах иллюстрировать геометрические фигуры и отношения (например, окружность, круг, отрезок, многоугольник, конгруэнтность фигур, симметричность относительно оси, относительно центра). Иметь первые представления об основных понятиях геометрии, аксиомах и теоремах.

в) Понимать, что значит определить понятие. Уметь выяснять, подходит ли данный объект под определение рассматриваемого понятия.

г) Уметь выполнять построения:

образов точек и несложных фигур при повороте, центральной и осевой симметрии; перпендикуляра к данной прямой, проходящего через данную точку; прямоугольного треугольника по катету и гипотенузе; треугольника по трем сторонам, по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим к ней углам; угла, конгруэнтного данному; серединного перпендикуляра к данному отрезку; касательной к данной окружности; биссектрисы, медианы, высоты данного треугольника.

**VII КЛАСС**

**АЛГЕБРА**

(3 ч в неделю в первом полугодии,

4 ч в неделю во втором полугодии, всего 122 ч)

**Тема 1. Рациональные дроби (33 ч)**

Преобразование в дробь суммы и разности дробей. Примеры тождественных преобразований рациональных выражений (13 ч).

Следование одного предложения из другого. Равносильные предложения. Условие равенства дроби нулю. Решение уравнений, содержащих переменную в знаменателе дроби. Графический способ решения уравнений с одной переменной. Решение задач путем составления уравнений, содержащих переменную в знаменателе дроби (13 ч).

Понятие степени с целым показателем. Свойства степени с целым показателем. Примеры преобразования выражений, содержащих степени с целыми показателями. Стандартный вид числа. Запись числа в стандартном виде. Примеры записи чисел в стандартном виде из науки, техники, народного хозяйства (7 ч).

#### *Межпредметные связи*

Умение выполнять тождественные преобразования рациональных выражений широко используется в физике при изучении различных ее разделов (механика, тепловые явления и молекулярная физика, основы электродинамики и др.).

Решение уравнений, содержащих переменную в знаменателе дроби, применяется в физике (механика, тепловые явления и молекулярная физика, основы электродинамики и др.), в химии («Расчеты по химическим формулам и уравнениям», «Объемные отношения газов при химических реакциях»), географии (тема «Климат») и при решении задач.

Запись чисел в стандартном виде широко используется на уроках физики и химии.

#### *Практические занятия*

Графическое решение уравнений с одной переменной.

Построение в одной и той же системе координат графиков функций ( $y=kx+b$ ,  $y=k/x$ ,  $y=ax^2$ ). Нахождение абсцисс точек пересечения двух графиков.

### **Тема 2. Неравенства (21 ч)**

Отношения «меньше» и «больше» и их свойства (6 ч).

Линейные неравенства с одной переменной. Множество решений линейного неравенства. Системы линейных неравенств с одной переменной. Множество решений системы линейных неравенств с одной переменной. Решение неравенств вида  $(ax+b)$

$(cx+d)<0$ ,  $\frac{ax+b}{cx+d}>0$ ,  $\frac{ax+b}{cx+d}<0$ . Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля вида  $|x-a|>b$ ,  $|x-a|<b$  (15 ч).

#### *Практические занятия*

Графическое решение неравенств с одной переменной.

Построение в одной и той же системе координат графиков двух функций ( $y=kx+b$ ,  $y=k/x$ ,  $y=ax^2$ ). Нахождение промежутков на оси  $x$ , на которых один из графиков располагается выше (ниже) другого.

### **Тема 3. Приближенные вычисления (18 ч)**

Почленное сложение и умножение истинных числовых неравенств. Оценка значения суммы, разности, произведения и частного. Абсолютная погрешность и точность приближения. Относительная погрешность и относительная точность (10 ч).

Понятие верной цифры. Запись приближенных значений чисел. Сложение, вычитание, умножение и деление приближенных значений чисел (8 ч).

#### *Межпредметные связи*

Полученные в этой теме знания об абсолютной и относительной погрешностях, навыки в практических приемах вычисления используются в физике при выполнении лабораторных работ, при решении ряда физических задач.

#### *Практические занятия*

Вычисление площади фигуры прямоугольной формы (площади пола комнаты, площади крышки стола и т.д.), объема тела, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда (например, бруска) по данным, полученным непосредственным измерением.

#### **Тема 4. Квадратные корни и квадратные уравнения (40 ч)**

Понятие о квадратном корне. Арифметический квадратный корень. Понятие об иррациональном числе. Нахождение приближенного значения квадратного корня методом проб. Функция, заданная формулой  $y = \sqrt{x}$ , ее свойства и график. Понятия возрастания и убывания функции на данном множестве (9 ч).

Тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни. Тождество  $\sqrt{x^2} = |x|$ . Арифметический квадратный корень из произведения и дроби:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \text{ где } a \geq 0, b \geq 0; \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \text{ где } a \geq 0, b > 0.$$

Вынесение множителя из-под знака квадратного корня и внесение множителя под знак корня. Преобразования вида  $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ . Таблицы квадратов и квадратных корней (14 ч).

Квадратные уравнения. Формула корней уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$ . Теорема Виета и обратная ей. Примеры решения уравнений, приводимых к квадратным. Задачи, приводящие к решению квадратных уравнений. Биквадратные уравнения (17 ч).

#### *Межпредметные связи*

Квадратные корни и тождественные преобразования квадратных корней используются в физике (например, при изучении механики, тепловых явлений и молекулярной физики, основ электродинамики). Квадратные уравнения используются при решении различных задач в курсе физики.

#### *Практические занятия*

Графическое решение квадратных уравнений.

#### **Повторение (10 ч)**

#### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я следования одного предложения из другого, равносильности двух предложений, множества истинности предложения с одной переменной, степени с целым отрицательным показателем, линейного неравенства с одной переменной, погрешности приближения, абсолютной и относительной погрешностей приближения, верной цифры, значащей цифры, арифметического квадратного корня, возрастающей и убывающей на множестве функции, квадратного уравнения;

ф о р м у л и р о в к и свойств отношения равенства между числами, отношения «меньше» («больше») между числами; степеней с целым показателем; условий равенства дроби нулю, равенства двух дробей; теоремы Виета и обратной ей;

ф о р м у л и р о в к и и д о к а з а т е л ь с т в а теорем о прибавлении к обеим частям истинного неравенства одного и того же числа, об умножении обеих частей истинного неравенства на положительное (отрицательное) число, о почленном сложении и умножении истинных неравенств; свойств арифметического квадратного корня;

правила преобразования в дробь суммы дробей, умножения и деления степеней с одинаковыми основаниями, возведения степени в степень; сложения, вычитания, умножения и деления приближенных значений чисел;

формулы, выражающие свойства степеней с целыми показателями, расстояния между двумя точками координатной прямой, корней квадратного уравнения;

тождества  $(\sqrt{a})^2 = a$ , где  $a \geq 0$ ,  $\sqrt{a^2} = |a|$ .

б) Понимать, что математические понятия являются абстракцией свойств и отношений объектов реального мира (например, понятие отношения, свойства рефлексивности, симметричности, транзитивности отношений).

Понимать, что математический аппарат находит широкое применение в решении практических задач.

в) Уметь обнаруживать наличие или отсутствие отношения логического следования и равносильности между предложениями; находить множество истинности предложения, составленного с помощью логических связок «и» и «или»; выделять условие и заключение в предложении, сформулированном в виде общего утверждения (все  $A$  суть  $B$ ); уметь формулировать такое предложение в виде условного предложения; уметь проводить дедуктивные рассуждения (доказательства теорем, предусмотренные программой).

г) Уметь:

преобразовывать в дробь сумму, разность, произведение и частное дробей, а также сокращать дробь;

применять свойства степени с целым показателем для выполнения тождественных преобразований выражений;

представлять положительную десятичную дробь в стандартном виде;

выполнять преобразования вынесения множителя из-под знака корня и внесения множителя под знак корня;

на основе условия равенства дроби нулю или равенства двух дробей решать уравнение, содержащее переменную в знаменателе;

доказывать неравенства (в простейших случаях) на основе определения понятий «больше» и «меньше»;

решать линейные неравенства и системы двух линейных неравенств, решать неравенства вида

$$(ax+b)(cx+d) < 0, (ax+b)(cx+d) > 0, \frac{ax+b}{cx+d} > 0, \frac{ax+b}{cx+d} < 0.$$

строить график функции  $y = \sqrt{x}$ ;

находить методом границ приближенные значения суммы, разности, произведения и частного;

пользоваться практическими приемами вычислений суммы, разности, произведения и частного приближенных значений чисел;

для любого рационального и любого иррационального числа вида  $\sqrt{a}$  указывать десятичные приближения по недостатку и по избытку с любой требуемой степенью точности;

пользоваться таблицей квадратов и квадратных корней;

выполнять простейшие тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни;

определять по графику промежутки возрастания и убывания функции;

решать квадратные уравнения;

решать уравнения, сводящиеся к квадратным (наиболее простые случаи);

решать несложные задачи с помощью составления квадратного уравнения.

д) Уметь пользоваться учебником (находить нужный текст, задачи, ответы к упражнениям), проверять самостоятельно правильность выполненного упражнения (проверять, удовлетворяют ли найденные числа данному уравнению, удовлетворяют ли некоторые числа из найденного числового промежутка данному неравенству, удовлетворяют ли координаты отдельных точек построенного графика функции уравнению, которым задается функция и т. д.). Уметь оформлять запись решения задачи (уравнения, неравенства, задачи на составление уравнения и т. д.).

## ГЕОМЕТРИЯ

(3 ч в неделю в первом полугодии,  
2 ч в неделю во втором полугодии, всего 88 ч)

### Тема 1. Параллельность и параллельный перенос (15 ч)

Существование параллельных прямых. Аксиома параллельных. Сонаправленные и противоположно направленные лучи. Направление. Параллельный перенос. Теорема о параллельных отрезках. Углы между направлениями. Сумма углов выпуклого многоугольника.

#### *Межпредметные связи*

Понятие параллельного переноса используется в курсе физики VIII класса при изучении механики (например, вопросов «Перемещение при прямолинейном равномерном движении», «Вектор перемещения точки движущегося тела и изменение его координат»). Понятие параллельных прямых используется в курсах физики и черчения, а также на уроках трудового обучения.

#### *Практические занятия*

При заданном параллельном переносе построить образы а) данного угла, б) данного треугольника, в) данной окружности.

### Тема 2. Многоугольники (29 ч)

Элементы, определяющие треугольник. Соотношения между сторонами и углами треугольника (4 ч).

Параллелограмм. Свойства параллелограмма. Взаимно-обратные теоремы. Признаки, определяющие параллелограмм. Прямоугольник. Оси симметрии прямоугольника. Свойство диагоналей прямоугольника. Ромб. Оси симметрии ромба. Свойства диагоналей ромба. Квадрат. Теорема Фалеса. Трапеция. Средняя линия треугольника и трапеции (16 ч).

Основные свойства площадей. Площади параллелограмма, треугольника, трапеции, многоугольника (9 ч).

#### *Межпредметные связи*

Свойства параллелограмма используются на уроках физики при построения равнодействующей двух данных сил.

Умение строить многоугольники, перечисленные в данной теме, используется на уроках черчения.

Знание формул площадей многоугольников необходимо при решении задач в курсе физики.

#### *Практические занятия*

Вычисление периметра и площади поверхности пластинки, имеющей форму многоугольника, по данным, полученным непосредственным измерением.

### Тема 3. Векторы (15 ч)

Композиция перемещений. Свойство композиции перемещений.

Векторы. Способы задания векторов. Сумма векторов. Противоположный вектор. Разность векторов. Правило треугольника и параллелограмма. Законы сложения векторов: сочетательный, переместительный, поглощения нулевого вектора. Умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Законы умножения вектора на число: сочетательный закон, первый и второй распределительный законы, закон поглощения нуля и нулевого вектора (без доказательства). Единичный вектор. Составляющие вектора. Координаты вектора.

#### *Межпредметные связи*

При изучении темы «Векторы» учитель может воспользоваться теми сведениями, которые учащиеся получили в курсе физики VI класса при изучении вопросов «Сила — векторная величина» и «Сложение двух сил, направленных по одной прямой».

Знания, полученные при изучении данной темы, используются на протяжении всего курса физики VIII класса, а также в курсах физики IX и X классов.

#### **Тема 4. Подобие (20 ч)**

Подобные фигуры. Рефлексивность, симметричность, транзитивность отношения подобия фигур. Гомотетия. Свойства гомотетии. Пропорциональные отрезки. Теорема о пропорциональных отрезках и следствия (9 ч).

Признаки подобия треугольников. Среднее пропорциональное (среднее геометрическое). Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора. Теоремы о периметрах и площадях подобных многоугольников. Поперечный масштаб или пантограф (по выбору учителя). Измерительные работы: определение высоты предмета, съемка плана земельного участка, нахождение площади земельного участка (по выбору учителя проводится одна из перечисленных работ) (11 ч).

#### *Межпредметные связи*

В данной теме учитель может опираться на некоторые сведения из курса географии V класса, полученные при изучении тем: «Измерение расстояний на местности», «Изображение направлений и расстояний на чертеже», «Составление схематического плана участка местности способом полярной съемки».

Теорема Пифагора широко используется на уроках физики при изучении теоретического материала и при решении задач.

#### *Практические занятия*

Построение образа фигуры (отрезка, окружности, многоугольника) при заданной гомотетии.

Съемка плана земельного участка (или измерение высоты недоступного предмета).

#### **Повторение (9 ч)**

##### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я параллельных прямых, параллельного переноса, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции, суммы и разности двух векторов, произведения ненулевого вектора на число, коллинеарных векторов, подобных фигур, гомотетии, пропорциональных отрезков, среднего пропорционального;

ф о р м у л и р о в к и аксиомы параллельных и следствий из нее: свойств параллельного переноса, теоремы о том, что композиция перемещений есть перемещение; условия коллинеарности двух ненулевых векторов; теоремы о подобных многоугольниках; признаков подобия треугольников; теоремы о том, что композиция векторов есть вектор; основных законов сложения векторов, умножения вектора на число.

Ф о р м у л и р о в к и и д о к а з а т е л ь с т в а теорем о центрально-симметричных прямых; о двух прямых, перпендикулярных третьей; теорем о том, что

параллельные прямые центрально-симметричны; о симметричности противоположно направленных лучей; о параллельных отрезках и ее следствий; об углах с соответственно сонаправленными сторонами, о сумме углов треугольника и ее следствий; о сумме углов выпуклого  $n$ -угольника и следствий; о соотношениях между сторонами и углами треугольника; о центре симметрии параллелограмма и следствий; признаков параллелограмма: теорем о среднем перпендикуляре к стороне прямоугольника и ее следствий, об осях симметрии ромба, о свойствах диагоналей ромба; теоремы Фалеса и ее следствий; о средней линии трапеции; о площади параллелограмма, треугольника, трапеции, свойств отношения подобия; теорем о том, что гомотетия является обратимым отображением; о подобии гомотетичных фигур; о пропорциональных отрезках и следствий; признаков подобия треугольников (одного, по выбору учителя); теоремы о метрических соотношениях в прямоугольном треугольнике, теоремы Пифагора, теоремы об отношениях периметров и площадей подобных многоугольников.

б) Понимать, что геометрические понятия — четырехугольник, ромб, квадрат, прямоугольник, отрезки параллельных прямых и т. п. являются результатом абстрагирования свойств и отношений объектов реального мира. Уметь на окружающих предметах иллюстрировать указанные геометрические фигуры и отношения.

Понимать, что изученный математический аппарат находит широкое применение в практике (измерение, применение свойств подобия и гомотетии при определении высоты предмета, расстояния до недоступной точки, съемки плана земельного участка и др.); понимать, что свойства подобия используются при составлении географических карт и планов.

в) Уметь проводить разбиение множества лучей на классы сонаправленных лучей, выполнять классификацию множества многоугольников по числу вершин, множества треугольников по соотношению длин сторон, величин углов, множества четырехугольников.

Уметь определять следование одного предложения из другого, равносильность предложений; уметь формулировать любую теорему в виде условного предложения, выделять в теореме условие и заключение; формулировать предложение, обратное данному и определять его истинность или ложность.

Уметь проводить несложные доказательства, опираясь на известные определения и теоремы.

г) Уметь:

вычислять площадь многоугольника путем его разбиения на треугольники; находить координаты суммы векторов и произведения вектора на число; строить сумму векторов (правило треугольника и параллелограмма), разность векторов, откладывать данный вектор от заданной точки; строить срединный перпендикуляр к стороне треугольника, среднюю линию трапеции, треугольника, окружность, проходящую через три данные точки; фигуру, подобную данной; фигуру, гомотетичную данной; по основным элементам строить параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапецию; строить отрезок, четвертый пропорциональный к трем данным.

## VIII КЛАСС

### АЛГЕБРА

(4 ч в неделю, всего 140 ч)

#### Тема 1. Квадратичная функция (14 ч)

Корень многочлена. Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на множители. Функция  $y=ax^2+bx+c$  и ее график. Неравенства второй степени с одной переменной.



*Межпредметные связи*

Свойства квадратичной функции, умение строить и читать ее график используются на уроках физики в VIII классе, например, при изучении вопросов «Свободное падение тела. Движение тела, брошенного вверх», «Работа, совершаемая силами, приложенными к телу», «Работа силы упругости», «Движение тела под действием силы тяжести», а также в курсе астрономия X класса в теме «Законы движения планет и искусственных небесных тел».

Умение решать неравенства второй степени с одной переменной используется при решении некоторых видов задач из раздела «Оптика» в курсе X класса.

*Практические занятия*

Построение графика функции, заданной формулой  $y=ax^2+bx+c$ .

**Тема 2. Системы уравнений и неравенств с двумя переменными (12 ч)**

Уравнения и неравенства с двумя переменными. График отношения, заданного уравнением или неравенством с двумя переменными. Уравнение окружности с центром в начале координат.

Система двух уравнений с двумя переменными, из которых одно уравнение второй степени, а другое — первой. Решение этих систем методом подстановки. Понятие о системе неравенств с двумя переменными.

*Межпредметные связи*

Умение решать системы двух уравнений второй степени с двумя переменными используется в курсе физики при решении задач.

*Практические работы*

Построение графика отношения, заданного уравнением или неравенством с двумя переменными. Графическое решение систем двух уравнений второй степени с двумя переменными. Изображение на координатной плоскости множества решений системы двух неравенств с двумя переменными.

**Тема 3. Арифметическая и геометрическая прогрессия (23 ч)**

Понятие последовательности. Возрастающие и убывающие последовательности. Способы задания последовательностей (5 ч).

Арифметическая прогрессия. Формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии (8 ч).

Геометрическая прогрессия. Формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии. Формулы  $a^2 \pm b^2 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$  (10 ч).

*Межпредметные связи*

Знание свойств арифметической прогрессии используется, например, при изучении вопроса «Свободное падение тела» в курсе физики VIII класса.

Представление о геометрической прогрессии необходимо для изучения закона радиоактивного распада в курсе физики X класса.

*Практические работы*

Построение графиков последовательностей, заданных формулой  $n$ -го члена, рекуррентными соотношениями, описаниями.

**Тема 4. Степень с рациональным показателем.**

**Показательная функция (37 ч)**

Отношение, обратное данному. Функция, обратная данной. Условие обратимости функции. Свойство графиков взаимно-обратных функций (4 ч).

Функция  $y = x^n$ , где  $n \in \mathbb{N}$ . Корень  $n$ -й степени. Функция  $y = \sqrt[n]{x}$ . Свойства арифметического корня  $n$ -й степени (10 ч).

Степень с рациональным показателем и ее свойства. Тожественные преобразования выражений, содержащих степени с рациональными показателями (11 ч).

Показательная функция  $y=a^x$  ( $a>1$ ,  $0<a<1$ ), ее свойства и график. Таблица значений функции  $y=10^x$ . Целая и дробная части числа (12 ч).

*Межпредметные связи*

Знания учащихся о показательной функции используются, например, при изучении газовых законов в курсе физики IX класса, а также в курсе физики X класса при изучении темы «Закон радиоактивного распада. Период полураспада».

*Практические занятия* Вычисление с помощью таблиц приближенных значений выражений вида  $2^{\frac{1}{4}}$ ,  $10^{\frac{1}{6}}$  и т. д.

Построение графиков показательной функции при различных основаниях. Построение и чтение графика функции, заданной формулой  $y=10^x$

**Тема 5. Десятичные логарифмы (28 ч)**

Понятие логарифма числа. Десятичные логарифмы. Функция  $y=\lg x$  и ее график (7 ч).

Логарифмирование и потенцирование. Теоремы  $\lg(ab)=\lg a+\lg b$ ,  $\lg a^k=k\lg a$ . Характеристика и мантисса десятичного логарифма. Таблицы логарифмов. Вычисления с помощью таблиц десятичных логарифмов (12 ч).

Логарифмическая шкала. Умножение и деление чисел с помощью логарифмической линейки (9 ч).

*Межпредметные связи*

Умение логарифмировать выражения, проводить вычисления с помощью таблиц логарифмов используется в курсе астрономии X класса при изучении темы «Спектры температур, светимости звезд и расстояния до них», а также при решении задач в курсе физики IX—X классов.

Умение проводить вычисления с помощью логарифмической линейки широко используется при решении задач из курсов физики, химии, а также на уроках трудового обучения.

**Тема 6. Алгоритмы, вычисления, элементы программирования (12 ч)**

Понятие об алгоритме. Примеры различных алгоритмов. Способы записи алгоритмов. Блок-схема алгоритма. Правила составления блок-схемы. Алгоритмы вычислений. Разветвление вычислительного процесса. Алгоритмы невычислительных процессов. Примеры циклических алгоритмов. Понятие о программировании для ЭВМ. Экскурсия на вычислительный центр или просмотр кинофильма.

*Практические занятия*

Построение вычислительных алгоритмов и проведение вычислений по ним. Составление блок-схемы алгоритма вычислительных и невычислительных процессов.

**Повторение (14 ч)**

**Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я корня многочлена с одной переменной, квадратичной функции, показательной функции, логарифмической функции, степени уравнения, последовательности (конечной и бесконечной), арифметической и геометрической прогрессии, обратной функции, корня  $n$ -й степени, арифметического корня  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, целой части числа, дробной части числа, логарифма, характеристики и мантиссы десятичного логарифма;

ф о р м у л и р о в к у свойства графиков взаимно-обратных функций;

формулировки и доказательства свойств арифметического корня  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, функций  $y=x^n$ , где  $n \in \mathbb{N}$ ,  $y=\sqrt[n]{x}$ ,  $y=a^x$  при  $a>1$  и при  $0<a<1$  (доказательство для  $x \in \mathbb{Q}$ ),  $y = \lg x$ : логарифма произведения и степени; характеристики и мантиссы десятичного логарифма; теоремы о том, что всякая возрастающая (убывающая) функция обратима;

формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессий;  $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ , где  $a \neq 0$ ,  $D>0$ ;  $(a^3 \pm b^3) = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ .

б) Понимать, что формулы  $y=ca^x$ ,  $y=ax^n$  и др. описывают процессы реального мира (радиоактивный распад, рост численности бактерий и т. д.); что изученный математический аппарат (показательная функция, логарифмы, системы уравнений и неравенств, прогрессии) представляет собой инструмент для исследования закономерностей материального мира; что развитие математики теснейшим образом связано с потребностями практики (появление ручных и автоматических средств вычислений).

в) Уметь выделять логическую структуру предложения, выявляя подразумеваемые логические связи; подмечать общие закономерности после рассмотрения ряда конкретных примеров (составление формулы  $n$ -го члена последовательности, свойства членов прогрессий, равноудаленных от концов и т. д.); проводить дедуктивные рассуждения (доказательство теорем, предусмотренных программой, доказательство равносильности предложений с переменными, тождественного равенства выражений на данном множестве и т. п.).

г) Уметь:

строить графики функций  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a \neq 0$ ,  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $y=a^x$  при  $a>1$  и при  $0<a<1$ ;  $y = \lg x$ :

строить график уравнения  $x^2 + y^2 = r^2$ , где  $r>0$ ;

строить (в простейших случаях) график отношения, заданного неравенством с двумя переменными;

для отношения, заданного уравнением с двумя переменными, записывать уравнение обратного отношения;

разлагать на множители квадратный трехчлен;

решать квадратные неравенства; системы двух уравнений с двумя переменными, одно из которых 2-й степени, а другое — 1-й (методом подстановки); уравнение вида  $x^p = a$ , где  $p \in \mathbb{Q}$ ; простейшие показательные уравнения и неравенства вида  $a^x < b$ ;  $a^x > b$ ; логарифмические уравнения и логарифмические неравенства вида  $\lg(kx \pm b) > a$ ,  $\lg(kx \pm b) < a$ ;

пользоваться таблицами логарифмов и антилогарифмов, логарифмической линейкой (умножение и деление).

д) Уметь самостоятельно изучать материал по учебнику и использовать приобретенные знания для решения задач.

Уметь работать с математическими таблицами; проводить вычисления с логарифмической линейкой.

## ГЕОМЕТРИЯ

(2 ч в неделю, всего 70 ч)

### Тема 1. Повороты и тригонометрические функции (20 ч)

Способы задания поворотов. Угловые величины, их измерение в радианах. Композиция поворотов с общим центром (6 ч).

Задание перемещений с помощью координат: осевой симметрии относительно осей абсцисс и ординат, поворота на  $90^\circ$  и центральной симметрии относительно нача-

ла координат. Единичная окружность. Синус и косинус. Некоторые тождества для функций синус и косинус:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha,$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha,$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha,$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha,$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha,$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha,$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$$

Таблицы синусов и косинусов. Тангенс. Угловой коэффициент прямой. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Решение прямоугольных треугольников (14 ч).

#### *Межпредметные связи*

Материал этой темы широко используется в курсах физики VIII—X классов в разделах: «Кинематика», «Статика», «Электростатика», «Геометрическая оптика», «Колебания и волны», а также на уроках трудового обучения.

#### *Практические занятия*

Построение образа точки при композиции поворотов.

### **Тема 2. Метрические соотношения в треугольнике (14 ч)**

Теорема косинусов. Формулы для вычисления площадей треугольников.

Теорема синусов (7 ч).

Некоторые применения подобия к решению задач. Построение общей касательной к двум данным окружностям. Свойство медиан треугольника. Измерительные работы на местности: измерение высоты предмета, расстояния до недоступной точки, расстояния между двумя недоступными точками (рассматривается одна из этих задач по выбору учителя) (7 ч)

#### *Межпредметные связи*

При изучении этой темы можно опираться на некоторые сведения, полученные из курса географии V класса, связанные с ориентированием на местности (измерение расстояний на местности, изображение направлений и расстояний на чертеже; составление схематического плана участка методом полярной съемки).

Материал данной темы может быть использован в курсе физики IX класса (темы: «Магнитное поле тока», «Электромагнитная индукция»); в курсе астрономии X класса (тема «Определение расстояний до тел солнечной системы и их размеров»).

#### *Практические занятия*

Вычисление площади поверхности пластинки, имеющей форму треугольника (многоугольника).

Выполнение измерительных работ на местности, указанных в данной теме.

### **Тема 3. Вписанные и описанные многоугольники (14ч)**

Вписанный угол. Теорема о величине вписанного угла. Вписанные и описанные треугольники. Теоремы о вписанной в треугольник и описанной около него окружностях. Свойство биссектрис треугольника. Правильные многоугольники. Построение правильных многоугольников. Теоремы: около всякого правильного многоугольника можно описать окружность и во всякий правильный многоугольник можно вписать окружность.

Формулы для вычисления стороны и площади правильного многоугольника.  
Формулы:

$a_6 = R$ ,  $a_4 = R\sqrt{2}$ ,  $a_3 = R\sqrt{3}$ . Формулы для вычисления площади правильного многоугольника через радиус вписанной и описанной окружностей. Длина окружности. Число  $\pi$ . Длина дуги. Площадь круга. Площадь сектора

*Межпредметные связи*

В данной теме учитель может использовать сведения, полученные учащимися на уроках черчения при изучении темы «Геометрические построения, необходимые при выполнении простейших чертежей» (деление окружности на 4, 8, 3, 6, 5 равных частей).

**Тема 4. Начальные сведения из стереометрии (13 ч)**

Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости. Прямая призма. Вычисление площадей поверхности, боковой поверхности и объема прямой призмы. Пирамида. Правильная пирамида. Вычисление площадей поверхности, боковой поверхности и объема правильной пирамиды. Цилиндр. Вычисление площадей поверхности, боковой поверхности и объема цилиндра. Конус. Вычисление площадей поверхности, боковой поверхности и объема конуса. Шар. Вычисление площади поверхности и объема шара.

*Межпредметные связи*

В этой теме учитель может использовать сведения из курса черчения, полученные учащимися при изучении темы «Чертежи и наглядные изображения геометрических тел».

Начальные сведения из стереометрии используются на уроках черчения и трудового обучения.

*Практические занятия*

Вычисление площадей поверхностей и объемов геометрических фигур по данным, полученным непосредственным измерением.

**Повторение (9 ч)**

**Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я радиана, синуса, косинуса, тангенса, вписанного угла, правильного многоугольника, вписанного многоугольника, описанного многоугольника;

ф о р м у л и р о в к и свойств медиан треугольника;

ф о р м у л и р о в к и и доказательства теоремы косинусов; теоремы синусов; теорем о площади треугольника

$$\left( S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma \right);$$

о величине вписанного угла и ее следствий: об окружностях, вписанной в треугольник и описанной около него и следствий; о том, что около всякого правильного многоугольника можно описать окружность и во всякий правильный многоугольник можно вписать окружность; о выражении стороны правильного многоугольника через радиус описанной окружности и ее следствий, о площади правильного многоугольника;

ф о р м у л ы: тригонометрические тождества, перечисленные в программе;

площади треугольника  $\left( S = \frac{1}{2} ah, S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma \right)$ ; площади правильного многоуголь-

ника ( $S = pr$ ); длины окружности ( $C = 2\pi R$  и  $C = \pi D$ ); длины дуги окружности в  $\alpha$  градусах

$$\left( l = \pi \frac{\alpha}{360} D \right) \text{ площади круга } (S = \pi R^2);$$

$$\text{площади сектора } \left( l = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} \right);$$

геометрический смысл коэффициента  $k$  в уравнении прямой  $y = kx + b$ .

б) Понимать, что тригонометрия возникла из потребностей практики и находит широкое применение в практической деятельности человека (измерение площадей и объемов, применение свойств подобия, тригонометрических формул, метрических соотношений в треугольнике).

Понимать, что стереометрические понятия являются результатом абстрагирования свойств и отношений объектов реального мира. Уметь на окружающих предметах и моделях иллюстрировать геометрические фигуры и отношения (например, параллельные прямые в пространстве, перпендикуляр к плоскости, цилиндр, конус, шар).

в) Уметь проводить дедуктивные рассуждения (доказательство теорем, предусмотренных программой, обоснование способов построения, доказательство несложных предложений с опорой на известные определения и теоремы).

г) Уметь:

выражать синус, косинус и тангенс острого угла через длины сторон прямоугольного треугольника; решать прямоугольные треугольники; вписывать в данный треугольник окружность и описывать около данного треугольника окружность; строить правильные треугольник, четырехугольник, шестиугольник; вычислять по формулам площади поверхности, боковой поверхности и объема прямой призмы, правильной пирамиды, цилиндра, конуса, площадь поверхности и объем шара, применять при решении задач теоремы синусов и косинусов.

## IX КЛАСС АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА (3 ч в неделю, всего 105 ч)

### Тема 1. Функция и ее производная (63 ч)

Рациональные числа, представление рациональных чисел бесконечными десятичными дробями, десятичные приближения к заданному числу с точностью до  $10^{-n}$ . Понятие о действительном числе, его задание бесконечной десятичной дробью. Сравнение действительных чисел, понятие о действиях с действительными числами. Изображение действительных чисел точками координатной прямой. Формулы расстояния между точками координатной прямой и координатной плоскости. Числовая прямая и числовая плоскость; числовые промежутки (7 ч).

Числовые функции, график числовой функции. Область определения, множество значений функции. Наглядное представление о непрерывности функции, приближенное равенство для значений функции, непрерывной в точке ( $f(x) \approx f(x_0)$  при  $x \approx x_0$ ). Определение непрерывности функции в точке. Примеры непрерывных функций. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций (без доказательства) (9 ч).

Наглядное представление о пределе функции, связь предела и непрерывности.

Определение предела функции  $f$  при  $x$ , стремящемся к  $x_0$ . Теоремы о пределах суммы, произведения и частного функций (без доказательства). Понятие о пределе последовательности; сумма бесконечной геометрической прогрессии при  $|q| < 1$ ; число  $\pi$  и длина окружности (12 ч).

Возрастание (убывание) функции на множестве. Приращение функции. Средняя скорость изменения функции. Производная. Примеры нахождения производных. Производная суммы, произведения и частного двух функций. Производная  $x^n$  для  $n \in \mathbb{Z}$ . Сложная функция. Непрерывность и производная сложной функции (без доказательства). Геометрический смысл производной, касательная к линии. Физический смысл производной, скорость и ускорение (17 ч).

Теорема Лагранжа (без доказательства). Достаточное условие возрастания и убывания функции на интервале. Критические точки функции, ее максимумы и минимумы. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Применение производной к исследованию функции на примере квадратичной функции. Схема исследования функции на возрастание (убывание) и экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Применение производной к выводу формулы Ньютона (18 ч).

#### *Межпредметные связи*

Действия с действительными числами являются основным средством проведения расчетов на уроках физики, химии, астрономии и других предметов. При введении понятия производной целесообразно использовать знания учащихся о скорости и ускорении, полученные при изучении механики в VIII классе. Само же понятие «производная» используется на уроках физики, например, при изучении скорости и ускорения при гармонических колебаниях, силы тока, мгновенного значения э. д. с. индукции.

Понятие приращения функции используется в теме «Виды деформации твердых тел. Механическое напряжение» и в других вопросах курса физики IX—X классов.

Понятие производной и умение дифференцировать одночлен используется на уроках геометрии при выводе формулы площади сферы.

### **Тема 2. Тригонометрические функции, их графики и производные (32 ч)**

Радийанное измерение угловых величин. Синус, косинус, тангенс, котангенс чисел. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Знаки значений тригонометрических функций. Четность и нечетность тригонометрических функций. Периодичность тригонометрических функций. Непрерывность тригонометрических функций (без доказательства). Формулы сложения и следствия из них: косинус, синус и тангенс суммы и разности аргументов. Формулы приведения. Формулы суммы и разности одноименных тригонометрических функций. Производные синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Исследование тригонометрических функций на возрастание (убывание) и экстремумы, построение графиков функций синус, косинус, тангенс.

#### *Межпредметные связи*

Соотношения между значениями  $\sin \alpha$  и  $\alpha$  при малых значениях  $\alpha$  применяются на уроках астрономии, при решении задач на уроках физики в IX—X классах.

Формулы приведения используются при изучении гармонических и электромагнитных колебаний в курсе физики X класса (фаза колебаний).

Радийанным измерением дуг и углов пользуются на уроках физики, астрономии.

### **Повторение (10 ч)**

#### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я возрастающей (убывающей) на множестве, четной, нечетной, периодической функций, непрерывной функции, производной функции в точке, критической точки, точек максимума (минимума) функции, синуса, косинуса, тангенса:

формулировки теорем о непрерывности и пределах суммы, произведения, частного двух функций, о производных произведения, частного, сложной функции, теоремы Лагранжа, теорем о достаточных условиях возрастания (убывания) функции на промежутке и существования экстремума непрерывной функции, о непрерывности обратной функции;

правило исследования функции на монотонность и экстремумы (схема исследования);

формулировки и доказательства теорем о сумме бесконечной геометрической прогрессии при  $|q| < 1$ , о производной суммы двух функций, степенной функции; о четности, нечетности и периодичности тригонометрических функций, о синусе, косинусе и тангенсе суммы и разности;

формулы разложения натуральной степени бинорма, расстояния между точками прямой и плоскости, приведения суммы и разности одноименных тригонометрических функций, соотношений между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

б) Понимать, что математические понятия, являясь абстракцией свойств и отношений реального мира, обладают большой общностью, широкой сферой применимости. Например, производная может быть использована для описания скорости изменения различных процессов: скорости прямолинейного движения, скорости движения по окружности, скорости изменения скорости, т. е. ускорения; при решении практических задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений также используется производная; с помощью тригонометрических функций описываются многие физические процессы (механические и электромагнитные колебания и др.).

Понимать, что сущность приложений математики к решению практических задач заключается в переводе задачи на математический язык, решении ее и интерпретации полученных результатов на языке исходных данных.

в) Уметь выявлять логическую структуру предложений, устанавливать, подходит ли заданный объект под данное определение (является ли последовательность монотонной, имеет ли функция предел, является ли функция четной или нечетной и т. д.);

проводить несложные дедуктивные рассуждения (доказательство теорем, предположений программой, ограниченности, монотонности последовательности и т. д.).

г) Уметь:

решать неравенства вида  $|x-a| > b$ ,  $|x-a| < b$ , квадратичные неравенства;

строить графики функций, проводить исследование функций на возрастание (убывание) и экстремумы с помощью производной;

находить пределы последовательностей, производные изученных функций, значения скорости и ускорения в заданный момент времени, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке;

определять для конкретной функции, является ли она четной (нечетной), периодической, возрастающей (убывающей).

д) Уметь самостоятельно изучать материал по учебнику, работать с математическими таблицами и справочной литературой.

## ГЕОМЕТРИЯ

(2 ч в неделю, всего 70 ч)

### Тема 1. Основные понятия стереометрии.

#### Параллельность в пространстве (20 ч)

Основные понятия и аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Признак скрещивающихся прямых. Транзитивность параллельности прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости. При-



знак параллельности прямой и плоскости (прямое и обратное утверждение). Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Взаимное расположение двух плоскостей. Необходимое и достаточное условия. Признак параллельности плоскостей. Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей. Теорема о существовании и единственности плоскости, проходящей через данную точку и параллельной данной плоскости. Теорема о двух плоскостях параллельных третьей. Параллельная проекция фигуры и ее свойства (без доказательства). Задачи на построение в пространстве: построение на модели, воображаемое построение и построение на проекционном чертеже

*Межпредметные связи*

При изучении материала темы 1 учитель может опираться на сведения об изображении пространственных фигур, известные учащимся из курсов черчения VII класса (метод проекций, параллельное проектирование, прямоугольные проекции, понятия о наглядных изображениях в аксонометрических проекциях) и VIII класса (понятие о сечении).

**Тема 2. Отображения пространства. Векторы (20 ч)**

Отображение фигуры на фигуру, отображение пространства на себя, тождественное отображение. Композиция преобразований. Перемещение пространства. Свойства перемещений (без доказательства). Частные случаи перемещений: центральная симметрия, осевая симметрия, симметрия относительно плоскости, параллельный перенос.

Направление в пространстве. Вектор. Свойства векторов (без доказательства). Сумма векторов. Теорема о композиции векторов. Свойства сложения векторов (без доказательства). Вектор, противоположный данному. Разность векторов. Умножение вектора на число и его свойства (без доказательства). Коллинеарность векторов. Компланарность векторов. Теорема о разложении одного из трех компланарных векторов по двум другим неколлинеарным. Теорема о разложении любого вектора по трем некопланарным. Правило параллелепипеда. Теорема об углах с соответственно сонаправленными сторонами. Угол между векторами. Угол между направлениями. Угол между двумя прямыми (без доказательства). Скалярное произведение векторов и его свойства (без доказательства).

*Межпредметные связи*

На уроках геометрии учитель может использовать знания учащихся, полученные на уроках физики и алгебры для формирования понятия отображения. Этой цели служат тема «Перемещение» курса физики VIII класса и тема «Понятие функции. Способы задания функции» курса алгебры VI класса.

При изучении вопросов векторной алгебры некоторую помощь окажут знания, полученные при изучении элементов статики в VIII классе. Способ вычисления механической работы («Физика 8») можно использовать для пропедевтики понятия скалярного произведения векторов.

Сведения, полученные в этой теме, будут использованы на уроках физики в IX классе при изучении тем «Электростатика» и «Электродинамика» (например, напряженности электрического поля, потока магнитной индукции, индукции в движущихся проводниках).

**Тема 3. Перпендикулярность в пространстве.**

**Двугранные и многогранные углы (24 ч)**

Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о двух перпендикулярах к одной плоскости и обратная теорема.

Теорема о прямой, перпендикулярной одной из параллельных плоскостей, и обратная теорема.

Ортогональное проектирование на плоскость и его свойства (без доказательства).

Расстояние от точки до плоскости. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Теорема о трех перпендикулярах.

Угол между наклонной и плоскостью. Свойство угла между наклонной и плоскостью (без доказательства). Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Величина двугранного угла. Признак перпендикулярности плоскостей (необходимость и достаточность). Понятие о многогранном угле.

#### *Межпредметные связи*

Учитель при изучении этой темы может опираться на сведения о прямоугольном проектировании и основном способе построения изображений, полученные в курсе черчения VII класса.

### **Повторение (6 ч)**

#### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

основные понятия стереометрии;

о п р е д е л е н и я скрещивающихся прямых, параллельных прямой и плоскости, параллельных плоскостей, произведения числа и вектора компланарных векторов, угла между векторами, угла между прямыми, скалярного произведения векторов, перпендикулярности прямой и плоскости, центральной симметрии, осевой симметрии, симметрии относительно плоскости, угла между наклонной и плоскостью, двугранного угла, линейного угла двугранного угла

Ф о р м у л и р о в к и аксиом, следствий из аксиом, признака скрещивающихся прямых, теоремы о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей, свойств отношения конгруэнтности, свойств параллельного проектирования, теоремы о двух плоскостях, параллельных третьей, законов сложения векторов, теоремы о композиции векторов, признака коллинеарности векторов, законов умножения числа на вектор, теорем о компланарных векторах, об углах с соответственно сонаправленными сторонами, свойств скалярного умножения векторов;

ф о р м у л и р о в к и и д о к а з а т е л ь с т в а теорем о параллельности прямой и плоскости (прямой и обратной); о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых; о двух прямых, параллельных третьей; о существовании плоскости, параллельной данной плоскости и проходящей через данную точку; признака параллельности плоскостей; теоремы о разложении вектора по трем некомпланарным векторам; признака перпендикулярности прямой и плоскости; теорем о двух перпендикулярах к плоскости (прямой и обратной); о прямой, перпендикулярной к одной из параллельных плоскостей (прямой и обратной); о расстоянии от точки до плоскости; о трех перпендикулярах; о необходимом и достаточном условиях перпендикулярности плоскостей.

б) Понимать, что точка, прямые, плоскости, их взаимное расположение, двугранные и многогранные углы являются абстракциями реальных предметов и отношений между ними. Уметь иллюстрировать указанные понятия и отношения между ними (принадлежность, пересечение, параллельность, скрещивание, конгруэнтность и др.) примерами из окружающей обстановки. Понимать, что векторный аппарат может применяться для описания различных по своей природе реальных объектов и явлений (перемещение физических тел, скорость, сила, ускорение, напряженность магнитного поля и др.). Понимать, что выявленные в геометрии свойства фигур являются основой технического черчения, а следовательно, любой инженерной деятельности.

в) Уметь проводить дедуктивные рассуждения: доказательство предусмотренных программой теорем, обоснование способов построения, доказательство предложений с опорой на известные определения и теоремы.

г) Уметь:

применять изученные теоремы к решению задач; строить плоскость, параллельную данной; сечения многогранников в простейших случаях; образы точек и фигур при центральной симметрии, осевой симметрии, симметрии относительно плоскости; откладывать вектор от заданной точки; строить сумму векторов; вектор, противоположный данному; разность векторов; произведение вектора и числа; перпендикуляр к плоскости; плоскость, перпендикулярную прямой; общий перпендикуляр скрещивающихся прямых; угол между прямой и плоскостью; линейный угол двугранного угла; изображать простейшие геометрические фигуры; находить разложение вектора по трем некомпланарным векторам;

вычислять скалярное произведение векторов, заданных длинами и углом между ними; косинус угла и угол (по таблицам) между векторами, если известно их скалярное произведение и длины;

приводить примеры геометрических фигур, имеющих центр симметрии, ось симметрии, плоскость симметрии.

д) Учащиеся должны уметь самостоятельно читать учебный текст и справочную литературу, проводить самоконтроль.

## X КЛАСС АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА (3 ч в неделю, всего 105 ч)

### Тема 1. Тригонометрические функции, их графики и производные (продолжение) (22 ч)

Понятие о второй производной. Понятие о дифференциальном уравнении и его решении. Дифференциальное уравнение гармонического колебания и его решения. Преобразования графика функции  $y = \cos x$  в график функции  $y = \cos(x+a)$ ,  $y = \cos kx$ ,  $y = k \cos x$ .

Построение графика функции  $y = A \cos(kx+a)$ .

Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента. Примеры тождественных преобразований тригонометрических выражений и доказательства тригонометрических тождеств.

Существование функции, обратной непрерывной возрастающей (убывающей) функции (без доказательства), и ее свойства. Понятие о функциях арксинус, арккосинус, арктангенс, их области определения и множества значений, монотонность. Решение простейших тригонометрических уравнений  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ . Решение простейших тригонометрических неравенств. Примеры решений тригонометрических уравнений.

#### *Межпредметные связи*

Сведения об уравнении гармонических колебаний ( $y = A \cos(kx+a)$ ) и дифференциальном уравнении гармонических колебаний ( $y'' = -ky$ ) используются на уроках физики X класса при изучении механических и электромагнитных колебаний.

Умения выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений, а также решать тригонометрические уравнения и неравенства находят применение при решении физических и геометрических задач.

## Тема 2. Первообразная и интеграл (14 ч)

Первообразная. Признак постоянства функции на интервале. Основное свойство первообразной и его геометрический смысл. Таблица первообразных для некоторых функций. Три правила нахождения первообразной. Понятие о криволинейной трапеции. Теорема о площади криволинейной трапеции. Интеграл как приращение первообразной. Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла.

### *Межпредметные связи*

Понятие интеграла используется в курсе геометрии при выводе формул объемов геометрических фигур.

При постановке задачи интегрирования целесообразно использовать физическую задачу о нахождении скорости по известному ускорению и координат точки по известной скорости.

## Тема 3. Показательная, логарифмическая и степенная функции, их производные и первообразные (28 ч)

Показательная и логарифмическая функции (повторение): определение, свойства, график. Примеры решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Производная показательной функции. Число  $e$ .

Натуральный логарифм. Производная обратной функции. Производная логарифмической функции. Первообразные показательной функции и функции  $y = \frac{1}{x}$ .

Дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания. Доказательство формулы производной степенной функции  $y = x^r$ , где  $r \in \mathbb{R}$ . Примеры решения иррациональных уравнений.

### *Межпредметные связи*

При изучении этой темы нужно опираться на сведения о логарифме и логарифмировании выражений, о вычислениях с помощью таблиц, полученные в восьмилетней школе и повторенные на уроках астрономии при изучении спектров температур, светимости звезд и при определении расстояния до них. Знания о показательной функции используются в курсе физики X класса при изучении закона радиоактивного распада, периода полураспада.

## Тема 4. Системы уравнений и неравенств (18 ч)

Понятие о равносильных уравнениях, системах уравнений, совокупностях уравнений. Правила преобразования систем уравнений в равносильные системы. Метод Гаусса. Геометрическая иллюстрация решения систем линейных уравнений с двумя и тремя переменными. Примеры решения нелинейных уравнений и систем уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений системы неравенств с двумя переменными.

Система линейных неравенств с двумя переменными и понятие о линейном программировании.

### *Межпредметные связи*

При изучении систем уравнений с двумя и тремя переменными необходимо опираться на геометрическую трактовку этих понятий.

### **Повторение (23 ч)**

#### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я обратных тригонометрических функций (описательные), первообразной, криволинейной трапеции, интеграла, показательной, логарифмической и степенной функций, равносильных уравнений и систем уравнений, систем линейных неравенств с двумя переменными;

формулировки теорем о производной обратной функции, о свойствах логарифмической функции, о преобразованиях систем уравнений в равносильные системы;

формулировки и доказательства теорем о тригонометрических функциях двойного и половинного аргумента, о производных тригонометрических функций, о признаке постоянства функции на интервале, об основном свойстве первообразной (его геометрический смысл), о первообразной суммы, произведения функции и постоянного множителя, сложной функции (для случая линейной внутренней функции), о производных показательной, логарифмической и степенной функций;

формулы общего вида дифференциальных уравнений гармонических колебаний и показательного роста (убывания) и их решений, решений простейших тригонометрических уравнений, общего вида первообразных для изученных функций.

б) Понимать, что математические понятия, являясь абстракцией свойств и отношений реального мира, обладают большой общностью: с помощью показательной функции описываются многие физические процессы, например, радиоактивный распад; дифференциальные уравнения также описывают многие реальные процессы, в частности радиоактивный распад; что математические понятия обладают широкой сферой применимости (например, интеграл находит применение при вычислении площадей, объемов, скорости по заданному ускорению и т. д.).

в) Уметь выявлять логическую структуру предложения; устанавливать, подходит ли заданный объект под данное определение (является ли функция первообразной для заданной функции, являются ли уравнения равносильными и т. д.); проводить несложные дедуктивные рассуждения (доказательства теорем, предусмотренных программой, тождественных равенств тригонометрических и других выражений).

г) Уметь:

решать тригонометрические уравнения и неравенства, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные уравнения, нелинейные уравнения и системы уравнений (уровень сложности определяется учебником);

находить производные показательных и логарифмических функций, первообразные изученных в курсе функций, площадь криволинейной трапеции.

д) Уметь самостоятельно изучать материал по учебнику, работать с математическими таблицами и справочной литературой.

## ГЕОМЕТРИЯ

(2 ч в неделю, всего 70 ч)

### Тема 1. Координатный метод в пространстве (10 ч)

Координаты вектора в прямоугольном базисе. Формулы для нахождения координат суммы векторов, разности векторов, произведения вектора и числа, скалярного произведения векторов, заданных своими координатами, длины вектора и угла между векторами по их координатам.

Прямоугольная система координат. Координаты точки. Нахождение длины вектора, заданного двумя точками в координатной форме. Уравнение плоскости, смысл коэффициентов уравнения. Уравнение плоскости, заданной точкой и перпендикулярным к этой плоскости вектором. Уравнение сферы. Координатные формулы параллельного переноса.

#### *Межпредметные связи*

Учитель может опираться на сведения об изображении прямоугольной системы координат в пространстве, известные учащимся из курса черчения VII класса, а также на сведения о координатах и проекциях векторов и об использовании координатного метода, приобретенные школьниками в курсе физики VIII класса (кинематика).

Знания, полученные в этой теме, могут быть использованы в курсе алгебры и начал анализа при изучении геометрической иллюстрации решения систем линейных уравнений, а также в курсе физики при изучении теории относительности.

### **Тема 2. Многогранники (22 ч)**

Понятие о многограннике и его элементах (ребрах, вершинах, гранях, плоских и многогранных углах, внутренней области). Призма. Виды призм: прямые, наклонные, правильные. Параллелепипед. Теорема о центре симметрии параллелепипеда и ее следствия. Пирамида. Виды пирамид. Гомотетия пространства и ее свойства. Координатные формулы преобразования гомотетии. Теорема о сечении пирамиды плоскостью, параллельной ее основанию.

Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника. Формулы для вычисления площади поверхности призмы. Формулы для вычисления площади поверхности пирамиды.

Понятие о задаче измерения объемов фигур. Свойства объемов. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем прямой и наклонной призм. Объем пирамиды.

#### *Межпредметные связи*

Учитель может опираться на сведения о наглядных изображениях, построении аксонометрических проекций, техническом рисунке, чертеже из курса черчения VII класса. Для вычисления объемов используются сведения о производной и интеграле из курса алгебры и начал анализа IX—X классов. Можно опираться также на наглядные представления о многогранниках в природе (из курса химии).

Взаимосвязано изучение вопросов о площади ортогональной проекции многоугольника и освещенности («Физика 10»).

Понятие о треугольной призме используется в курсе физики X класса при изучении хода лучей в треугольной призме.

### **Тема 3. Фигуры вращения (18 ч)**

Фигура вращения. Цилиндр, конус, сфера и шар. Формулы для вычисления площадей полной и боковой поверхностей цилиндра и конуса. Теорема о сечении сферы плоскостью. Плоскость, касательная к сфере. Теорема о плоскости, касательной к сфере.

Объем цилиндра. Объем фигуры, полученной вращением криволинейной трапеции. Объем конуса. Объем шара. Площадь сферы.

#### *Межпредметные связи*

При изучении этой темы учитель может опираться на знания учащихся об изображении окружности в аксонометрии, полученные в курсе черчения VII класса. Для вычисления объемов фигур вращения и площади сферы применяются сведения о производной и интеграле, полученные в курсе алгебры и начал анализа IX—X классов.

Формулы для вычисления объема шара и площади сферы используются в курсе астрономии.

### **Повторение (20 ч)**

#### **Основные требования к учащимся**

а) Знать:

о п р е д е л е н и я гомотетии, призмы, параллелепипеда, пирамиды, цилиндра, конуса, сферы, шара,

ф о р м у л и р о в к и теорем об уравнении плоскости, о квадрате длины диагонали прямоугольного параллелепипеда и ее следствий, о площади ортогональной проекции многоугольника;

формулировки и доказательства теорем о середине диагонали параллелепипеда, о сечении пирамиды плоскостью, параллельной основанию, об объеме прямой призмы, об объеме наклонной призмы, об объеме пирамиды, о сечениях сферы плоскостью, о плоскости, касательной к сфере, об объеме цилиндра, об объеме фигуры, полученной при вращении криволинейной трапеции, об объеме конуса, об объеме шара;

свойства действий над векторами, заданными своими координатами (сложения, умножения на число, скалярного умножения), гомотетии, объемов фигур;

формулы для вычислений длины вектора и косинуса угла между векторами по их координатам, площади поверхности призмы (через периметр перпендикулярного сечения), пирамиды, объемов призмы, пирамиды, площадей поверхностей и объемов цилиндра, конуса, шара;

уравнения плоскости и сферы.

б) Понимать, что все рассматриваемые многогранники и фигуры вращения являются абстракциями реальных предметов. Уметь иллюстрировать эти фигуры примерами окружающей обстановки. Понимать, что координатный метод находит широкое применение в практической деятельности человека (в физике, географии и др.), являясь одним из основных средств перевода геометрических соотношений на алгебраический язык. Понимать на примере применения дифференциального и интегрального исчисления, что результаты, полученные при развитии математической теории, могут быть применимы в различных областях человеческой деятельности. Понимать, что выявленные в геометрии свойства пространственных фигур широко используются в практике, химии, физике, астрономии, черчении и др.

в) Уметь проводить дедуктивные рассуждения: доказательство предусмотренных программой теорем, обоснование способов построения, доказательство предложений с опорой на известные определения, аксиомы и теоремы.

г) Применять изученные теоремы при решении задач; строить вектор и точку по их координатам; вычислять сумму, разность векторов; произведение вектора на число; скалярное произведение векторов, если векторы заданы координатами; длину отрезка по координатам его концов; координаты вектора, заданного двумя точками в координатной форме; площади поверхностей и объемы призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара; записывать уравнения плоскости, заданной точкой и перпендикулярным вектором, сферы с центром в начале координат; различать виды призм и пирамид.

д) Уметь самостоятельно читать учебный текст и справочную литературу, проводить самоконтроль.

**ПРОГРАММА  
ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ IV–X КЛАССОВ  
СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ**

Предлагаемый проект программы исходит из следующего основного положения: в условиях всеобщего среднего обязательного образования и наличия различных путей его получения (в том числе одновременно с получением профессии) основы математической подготовки учащихся должны быть едиными для всех типов средних учебных заведений, носить общеобразовательный характер и быть в достаточной мере ориентированными на приложения математики в практической деятельности.

Программа предусматривает формирование у учащихся марксистско-ленинского мировоззрения, интереса к математике и ее приложениям, развитие логического мышления и пространственного воображения школьников. Особое внимание уделено реализации принципов научности и доступности, обеспечению прочного усвоения основ математических знаний всеми школьниками.

Программа не придает основополагающего значения теоретико-множественной трактовке математических понятий, предполагает исключение усложненной терминологии и символики, освобождение курса математики от вопросов, не имеющих общеобразовательной ценности. Возможности углубленного и расширенного изучения школьниками математики реализуются преимущественно через кружковые и факультативные занятия.

Программой предусмотрено овладение учащимися основными математическими умениями и навыками (вычислений, геометрических построений, измерений и т.д.), а также математическими методами (координатным, векторным, геометрических преобразований и т.д.) на том уровне, который фактически используется в ходе самого школьного обучения и на практике. Математическую терминологию и символику предполагается вводить постепенно, по мере возникновения в ней потребности, использовать термины и символы, общепринятые в научно-технической литературе.

Программа курса математики восьмилетней школы направлена на обеспечение одинаково успешного получения среднего образования в школе, техникуме, СПТУ наряду с соответствующей предпрофессиональной и профессиональной подготовкой. Программа курса математики средней школы предусматривает математическую подготовку, достаточную для продолжения образования в высшей школе по всем специальностям, использующих математику.

**МАТЕМАТИКА  
IV КЛАСС**

*(6 часов в неделю, всего 210 часов)*

**Тема 1. Натуральные числа и нуль (60 часов)**

Систематизация сведений о натуральных числах (позиционная десятичная нумерация натуральных чисел, арифметические действия и их свойства, техника устных и письменных вычислений). Округление натуральных чисел. Деление с остатком. Признаки делимости натуральных чисел.

Возведение числа в натуральную степень; основные свойства степени. Представление натурального числа в виде суммы разрядных слагаемых.



### **Т е м а 2. Простейшие геометрические фигуры (10 часов)**

Точка. Прямая. Плоскость. Луч и отрезок. Равные и неравные отрезки. Замкнутые и незамкнутые линии. Ломаная. Многоугольник. Окружность. Круг.

Прямоугольный параллелепипед, куб. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Прямые параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся.

### **Т е м а 3. Дробные числа (112 часов)**

Чтение и запись обыкновенных дробей. Правильные и неправильные дроби. Целая и дробная часть числа. Сравнение дробей. Изображение дробных чисел на числовом луче.

Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Общее кратное и общий делитель.

Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Взаимно-простые числа. Приведение дробей к одному знаменателю. Сложение и вычитание дробей. Переместительное и сочетательное свойства сложения дробей.

Умножение и деление дробей. Взаимно обратные числа. Переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения дробей. Возведение дробного числа в натуральную степень. Решение задач на все действия с обыкновенными дробями.

### **Т е м а 4. Измерение геометрических фигур (20 часов)**

Длина отрезка. Периметр и площадь прямоугольника. Объем прямоугольного параллелепипеда и площадь его поверхности. Единицы измерения длины, площади и объема.

Угол. Биссектриса угла. Противоположные лучи. Развернутый, прямой, острый и тупой углы. Смежные углы. Измерение углов. Транспортир. Сумма внутренних углов треугольника. Понятие о равенстве геометрических фигур.

**Повторение (8 часов)**

## **V К Л А С С**

*(6 часов в неделю, всего 210 часов)*

**Повторение (4 часа)**

### **Т е м а 5. Десятичные дроби (76 часов)**

Десятичная дробь, чтение и запись десятичных дробей. Представление десятичных дробей в виде суммы разрядных слагаемых. Сложение и вычитание десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Решение задач на все действия с десятичными дробями.

Процент. Основные задачи на проценты.

Масштаб. Построение диаграмм.

### **Т е м а 6. Многоугольники. Симметричные фигуры (24 часа)**

Многоугольник. Равнобедренный треугольник. Прямоугольник, параллелограмм, трапеция. Правильные многоугольники.

Перпендикулярные прямые. Расстояние от точки до прямой. Точки, симметричные относительно данной прямой. Фигуры, симметричные относительно данной прямой.

Равносоставленные фигуры. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции.

Точки, симметричные относительно данной точки. Фигуры, симметричные относительно данной точки. Вертикальные углы.

#### **Т е м а 7. Рациональные числа (64 часа)**

Положительные и отрицательные числа. Рациональные числа. Числовая прямая. Изображение рационального числа точкой числовой прямой. Противоположные числа. Модуль (абсолютная величина) рационального числа. Сравнение рациональных чисел.

Сложение рациональных чисел. Свойства сложения рациональных чисел. Вычитание рациональных чисел.

Умножение рациональных чисел и его свойства. Деление рациональных чисел. Возведение рационального числа в натуральную степень. Целая степень числа 10. Стандартный вид числа.

Бесконечная десятичная дробь. Представление обыкновенной дроби в виде десятичной (конечной или бесконечной).

#### **Т е м а 8. Простейшие алгебраические понятия (26 часов)**

Применение букв для записи чисел. Числовое значение алгебраического выражения. Простейшие преобразования выражений: раскрытие скобок и заключение в скобки, приведение подобных членов. Вычисления по формулам. Среднее арифметическое.

Прямоугольные координаты на плоскости. Построение точки по ее координатам. Построение простейших графиков.

#### **Т е м а 9. Длина окружности и площадь круга (10 часов)**

Длина окружности и площадь круга. Прямой круговой цилиндр. Развертка цилиндра. Площадь поверхности и объем цилиндра.

**Повторение (6 часов)**

### **КУРС АЛГЕБРЫ VI–VIII КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ**

#### **VI К Л А С С**

*(4 часа в неделю, всего 140 часов)*

#### **Т е м а 1. Алгебраические выражения (50 часов)**

Алгебраические выражения. Степень с натуральным показателем и ее основные свойства. Понятие одночлена и многочлена. Сложение, вычитание и умножение одночленов и многочленов. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочленов на множители.

#### **Т е м а 2. Линейные уравнения. Линейная функция (22 часа)**

Тождество и уравнение. Корень уравнения. Понятие о равносильности уравнений. Линейные уравнения с одним неизвестным. Решение задач с помощью линейных уравнений.

Понятие о числовых функциях. Линейная функция  $y=kx+b$ . График линейной функции.

#### **Т е м а 3. Алгебраические дроби (40 часов)**

Понятие степени с нулевым и с отрицательным целым показателем и ее основные свойства.

Алгебраические дроби. Основное свойство дроби. Приведение дробей к общему знаменателю. Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей. Возведение дроби в степень. Отношение чисел. Пропорции. Прямая и обратная пропорциональные зависимости. График функции  $y = \frac{k}{x}$ . Простейшие дробные уравнения.

**Т е м а 4. Система двух линейных уравнений (20 часов)**

Линейное уравнение с двумя неизвестными, его геометрическое представление. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными с числовыми коэффициентами. Понятие о равносильности систем уравнений. Решение системы линейных уравнений (способом подстановки и сложения). Геометрическая интерпретация решения системы двух линейных уравнений. Решение задач с помощью системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными.

**Повторение (8 часов)**

**VII К Л А С С**

*(3 часа в неделю, всего 105 часов)*

**Повторение (6 часов)**

**Т е м а 5. Неравенства (16 часов)**

Определение числового неравенства. Свойства числовых неравенств. Линейные неравенства. Абсолютная величина числа. Решение линейных неравенств.

**Т е м а 6. Приближенные вычисления (12 часов)**

Приближенное значение числа как результат измерения. Погрешность измерений и вычислений. Простейшие действия над приближенными значениями чисел, их связь с измерениями. Практические приемы приближенных вычислений.

**Т е м а 7. Квадратные корни (20 часов)**

Арифметический квадратный корень. Тождество  $\sqrt{a^2} = |a|$ . Квадратный корень из произведения, дроби, степени. Вынесение множителя из-под знака квадратного корня и внесение множителя под знак корня. Таблицы квадратов и квадратных корней. Иррациональные числа. Понятие о действительном числе.

Функции  $y=x^2$  и  $y=\sqrt{x}$  и их графики.

**Т е м а 8. Квадратные уравнения и неравенства (46 часов)**

Квадратные уравнения. Формулы корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Задачи, приводящие к решению квадратных уравнений

Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на множители. График функции  $y=ax^2+bx+c$ . Решение квадратных неравенств. Исследование квадратного трехчлена.

**Повторение (5 часов)**

**VIII К Л А С С**

*(3 часа в неделю в первом полугодии, 4 часа — во втором, всего 122 часа)*

**Повторение (6 часов)**

**Т е м а 9. Арифметическая и геометрическая прогрессии (30 часов)**

Арифметическая прогрессия. Формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  членов арифметической прогрессии.

Геометрическая прогрессия. Формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  членов геометрической прогрессии.

Понятие о математической индукции.

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

**Т е м а 10. Степень с рациональным показателем (42 часа)**

Понятие корня  $n$ -й степени. Степень с дробным показателем и ее основные свойства. Тождественные преобразования выражений, содержащих степени с рациональными показателями.

Понятие о степенной функции  $y = x^a$  с рациональным показателем  $a$ . Графики простейших степенных функций. Решение простейших иррациональных уравнений.

**Т е м а 11. Десятичные логарифмы (12 часов)**

Понятие десятичного логарифма. Основное логарифмическое тождество  $10^{\lg a} = a$ ,  $a > 0$ . Логарифм произведения, частного и степени. Знакомство с логарифмической линейкой.

**Т е м а 12. Элементы вычислительной математики и программирования (12 часов)**

Понятие об алгоритме. Примеры простейших вычислительных алгоритмов. Знакомство с работой на электронных калькуляторах. Общие сведения об ЭВМ и программировании.

**Повторение (20 часов)**

**КУРС ГЕОМЕТРИИ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ**

**VI К Л А С С**

*(2 часа в неделю, всего 70 часов)*

**Т е м а 1. Простейшие геометрические фигуры на плоскости и их основные свойства (25 часов)**

Точка, прямая и отрезок. Взаимное расположение точек, прямых и отрезков. Полуплоскость. Луч. Угол.

Понятие об аксиомах и теоремах. Отношение отрезков. Расстояние между двумя точками. Длина отрезка. Измерение отрезков и углов. Равенство отрезков и углов. Смежные и вертикальные углы. Окружность. Центр, радиус, хорда, диаметр окружности. Центральная дуга.

**Т е м а 2. Треугольники (25 часов)**

Треугольник. Медиана, биссектриса. Равнобедренный треугольник и его свойства. Равенство треугольников. Три признака равенства треугольников. Внешний угол треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника.

Линейка и циркуль как инструменты геометрических построений. Простейшие задачи на построение.

**Тема 3. Прямой угол. Прямоугольные треугольники (12 часов)**

Прямой угол. Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр к прямой. Расстояние от точки до прямой. Серединовый перпендикуляр к отрезку и его построение. Построение перпендикуляра к данной прямой.

Прямоугольный треугольник. Равенство прямоугольных треугольников и соответствующие признаки.

**Повторение (8 часов)**

**VII К Л А С С**

(3 часа в неделю, всего 105 часов)

**Повторение (4 часа)**

**Тема 4. Осевая и центральная симметрия фигур (14 часов)**

Осевая и центральная симметрия фигур. Построение точек и простейших фигур, симметричных относительно прямой или точки.

Ось симметрии фигуры. Центр симметрии фигуры. Оси и центр симметрии простейших фигур – окружности, отрезка, угла, равнобедренного и равностороннего треугольников. Свойство биссектрисы угла. Применение осевой симметрии к решению задач.

**Тема 5. Параллельные прямые (12 часов)**

Параллельные прямые. Аксиомы параллельных. Признаки параллельности прямых. Построение параллельных прямых при помощи чертежных инструментов. Сумма углов треугольника.

**Тема 6. Четырехугольники (15 часов)**

Ломаная. Многоугольники. Выпуклый четырехугольник. Сумма углов выпуклого четырехугольника. Параллелограмм и его свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат. Теорема Фалеса. Деление отрезков на  $n$  равных частей. Средняя линия трапеции. Средняя линия треугольника.

**Тема 7. Равенство фигур. Площади многоугольников (26 часов)**

Равенство фигур. Поворот. Параллельный перенос. Перемещения, их простейшие свойства и применение к решению задач.

Площадь многоугольника. Площади прямоугольника и параллелограмма, трапеции, треугольника.

**Тема 8. Подобные треугольники. Теорема Пифагора (14 часов)**

Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике. Построение отрезков  $\frac{ab}{c}$ ,  $\sqrt{ab}$ . Теорема Пифагора.

**Тема 9. Окружность (14 часов)**

Построение окружности, проходящей через три точки. Касательная к окружности. Пропорциональность отрезков, хорд и секущих окружности. Угол, вписанный в окружность. Угол, составленный касательной и хордой. Построение касательной к данной окружности. Взаимное расположение прямой и окружности и двух окружностей.

Вписанные и описанные треугольники и четырехугольники.

**Повторение (6 часов)**

## VIII К Л А С С

(3 часа в неделю в первом полугодии, 2 часа — во втором, всего 88 часов)

**Повторение (2 часа)**

### **Т е м а 10. Векторы (20 часов)**

Направленный отрезок. Вектор. Направление и длина вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Коллинеарные векторы. Умножение вектора на число. Координаты вектора на плоскости. Решение задач с помощью векторов.

### **Т е м а 11. Метод координат на плоскости (14 часов)**

Координатные точки на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между двумя точками. Уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Уравнение окружности.

### **Т е м а 12. Тригонометрическая функция. Метрические соотношения в треугольнике (18 часов)**

Единичная полуокружность. Синус и косинус угла  $\alpha$ , где  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Значения синуса и косинуса для углов  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ . Тождество  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ . Тангенс угла.

Формулы приведения для углов  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ .

Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике. Теорема косинусов. Формула для вычисления площади треугольника  $S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$ . Теорема синусов.

### **Т е м а 13. Подобие фигур (12 часов)**

Подобные фигуры. Гомотетия.

Некоторые применения гомотетии и подобия к решению задач и для измерительных работ на местности.

### **Т е м а 14. Правильные многоугольники (14 часов)**

Определение правильных многоугольников и их построение. Выражение стороны и площади правильного многоугольника через радиус вписанной и описанной окружности. Длина окружности. Площадь круга.

**Повторение (8 часов)**

## **КУРС АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ АНАЛИЗА ДЛЯ IX—X КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ**

## IX К Л А С С

(3 часа в неделю, всего 105 часов)

**Повторение (4 часа)**

### **Т е м а 1. Действительные числа (8 часов)**

Рациональные и иррациональные числа. Рациональные числа и периодические дроби. Понятие о действительном числе. Числовая прямая.

Понятие числовой последовательности. Понятие предела последовательности. Число  $\pi$ . Число  $e$ .

### **Т е м а 2. Элементарные функции (32 часа)**

Понятие функции. Возрастание и убывание функции. Промежутки знакопостоянства. Решение неравенств методом интервалов.

Степенная функция, ее свойства и график. Показательная функция, ее свойства и график.

Понятие об обратной функции. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Натуральные логарифмы.

Задачи на построение графиков функций.

Решение простейших показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

Простейшие нелинейные уравнения и системы уравнений.

### **Т е м а 3. Тригонометрические функции (55 часов)**

Радианное измерение угловых величин. Тригонометрические функции числового аргумента: синус, косинус, тангенс и котангенс. Основные свойства тригонометрических функций: периодичность, четность и нечетность, монотонность, формулы сложения и следствия из них. Графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс. Графики обратных тригонометрических функций. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

**Повторение (6 часов)**

## **Х К Л А С С**

*(3 часа в неделю, всего 105 часов)*

### **Повторение (4 часа)**

### **Т е м а 4. Производные и интегралы (46 часов)**

Понятие предела функции в точке. Непрерывность функции. Понятие производной. Производная многочлена. Формулы для производных синуса, косинуса, показательной и логарифмической функций. Задача о вычислении мгновенной скорости. Геометрический смысл производной. Применение производной к исследованию функций.

Понятие первообразной. Нахождение первообразных от многочленов. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Формула Ньютона-Лейбница. Применение производных и интегралов к решению простейших прикладных задач.

### **Т е м а 5. Комплексные числа (20 часов)**

Действительные и мнимые числа. Арифметические операции над комплексными числами. Модуль комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Применение комплексных чисел при решении алгебраических уравнений.

### **Тема 6. Элементы комбинаторики и теории вероятностей (15 часов)**

Перестановки, размещения, сочетания и их свойства. Формула бинома Ньютона. Решение комбинаторных задач. Понятие вероятности. Применение комбинаторики к решению простейших задач.

**Повторение (20 часов)**

## **КУРС ГЕОМЕТРИИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ**

### **IX К Л А С С**

*(2 часа в неделю, всего 70 часов)*

**Повторение (4 часа)**

**Т е м а 1. Аксиомы стереометрии. Параллельность в пространстве (18 часов)**

Основные понятия и аксиомы стереометрии. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельные прямые. Скрещивающиеся прямые. Параллельность прямой и плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Теоремы о параллельных плоскостях.

Параллельная проекция фигуры и ее свойства. Задачи на построение в пространстве.

**Т е м а 2. Векторы в пространстве (16 часов)**

Понятие вектора в пространстве. Направление и длина вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Коллинеарность и компланарность векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.

Угол между векторами. Скалярное произведение и его свойства.

Решение задач с помощью вектора.

**Т е м а 3. Перпендикулярность прямых и плоскостей (16 часов)**

Перпендикулярность прямых. Перпендикулярность прямой и плоскости. Построение плоскости, перпендикулярной к прямой. Перпендикулярность плоскостей.

Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Двугранный угол и его линейный угол. Мера двугранного угла. Понятие о многогранном угле.

**Т е м а 4. Многогранники (12 часов)**

Понятие о многограннике. Прямая и наклонная призмы. Площадь поверхности призмы. Параллелепипед. Правильная пирамида. Площадь поверхности пирамиды. Понятие о правильных многогранниках.

**Повторение (4 часа)**

**Х К Л А С С**

*(2 часа в неделю, всего 70 часов)*

**Повторение (4 часа)**

**Т е м а 5. Координатный метод в пространстве (20 часов)**

Координаты вектора. Формулы для нахождения координат суммы и разности векторов, произведения вектора на число, скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и угла между векторами по их координатам.

Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты точки. Расстояние между двумя точками. Уравнение плоскости. Уравнение сферы.

**Т е м а 6. Объемы многогранников (12 часов)**

Равенство многогранников. Понятие о задаче измерения объемов простых тел. Свойства объема. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем прямой и наклонной призм. Объем пирамиды.

**Т е м а 7. Фигуры вращения (18 часов)**

Понятие о фигурах вращения. Цилиндр. Сечение цилиндра плоскостями, параллельными и перпендикулярными образующим. Формулы для вычисления полной и бо-



ковой поверхности цилиндра. Конус. Сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину. Знакомство с коническими сечениями. Формула для вычисления боковой поверхности конуса. Сфера и шар. Теорема о сечении сферы плоскостью. Плоскость, касательная к сфере.

Объем цилиндра. Объем конуса. Объем шара. Площадь сферы.

**Повторение (16 часов)**

Приложение 8

**Выступление академика А.Н. Колмогорова на общем собрании  
Отделения математики АН СССР 5 декабря 1978 г.<sup>33</sup>**

Я начну со сравнения двух проектов программы. Проект Главного управления школ МП СССР опубликован в четвертом номере журнала «Математика в школе» за текущий год. Члены Отделения могут его получить. Это попытка сократить и упростить действующие программы без изменения их принципиальных установок. Другой проект Министерства просвещения РСФСР открывается общей характеристикой, в которой подчеркиваются отличия от действующих программ. В частности, отмечается, что программа «не придает основополагающего значения теоретико-множественной трактовке математических понятий». Сильно ограничивается объем сведений по математическому анализу (производная вводится только для многочленов).

Зато в программу вводятся комплексные числа и начальные понятия теории вероятностей.

Ближайшее рассмотрение, однако, показывает, что различия не так велики, как это кажется по формулировкам введения к программе Министерства РСФСР.

Одна из тенденций преобразований курса 60-х гг. – модернизация логической стороны дела, языка курса математики. Ясно, например, что если в геометрии  $A \cap B = C$ , а фигура  $D$  получается из  $C$  движением, то нельзя писать  $A \cap B = C = D$ , что и приводит к необходимости понятия конгруэнтности. Важно также отметить, что в старых учебниках отсутствовало общее определение подобных фигур. Вводить понятия теории множеств надо достаточно рано (как это сделано сейчас).

По поводу введения в школьный курс элементарных теоретико-множественных понятий стоит еще отметить распространившийся у нас миф об отказе от них в новых французских программах. Действительное положение во французской школе таково. Реформа шестидесятых годов действительно страдала преувеличенным «бурбакизмом». Недавно эти излишества были устранены, и новый, вводимый сейчас вариант программы в отношении пользования общими теоретико-множественными понятиями приблизился к тому, что у нас принято сейчас. Соответствующие материалы о французской школе появятся в шестом номере журнала «Математика в школе». Члены Отделения могут получить их сейчас.

У нас программы Министерства РСФСР последовательны в отношении изгнания общих логических и теоретико-множественных понятий в IV и V классе. Но уже в VI классе появляются в геометрии «перемещения», а

<sup>33</sup> Цит. по: Абрамов А.М. «О положении с математическим образованием в средней школе» (1978–2003). М., 2003. С. 32–36.

в VII «подобия» как точечные преобразования плоскости, сохраняющие или пропорционально меняющие расстояния. В IX классе сфера прямо объявляется множеством точек.

Все отличия сводятся к тому, что действующие учебники приучают к множествам и их отображениям друг на друга значительно раньше и в первую очередь на материале конечных множеств.

Что касается ограничения в программах Министерства РСФСР запаса дифференцируемых и интегрируемых функций многочленами, то оно не соответствует необходимой связи с курсом физики. Но большее ограничение, чем в действующих программах, здесь возможно. Можно, например, отказаться от общей формулы производной сложной функции, ограничившись (ради связи с гармоническими колебаниями) производной синуса и косинуса от линейной функции. Конечно, надо продифференцировать показательную функцию, что оправдывает и появление имеющегося в программе числа  $e$ .

Что касается комплексных чисел и комбинаторики с началами теории вероятностей, то я думаю, что правилен действующий порядок, когда они составляют обязательные разделы факультативного курса «Дополнительные главы математики».

Перейду к положению дела с учебниками, как я его понимаю. Действующие учебники для IV и V класса широко признаны учителями как вполне доступные. Они живо и интересно написаны<sup>34</sup>. Некоторым излишеством является в последнем издании раннее введение термина «конгруэнтность», когда потребность в нем еще не может быть объяснена, а есть общие рассуждения.

Действующую программу по алгебре для VI–VIII классов я считаю в основном приемлемой и не нуждающейся в чрезмерном упрощении, принятом в программе Министерства РСФСР. Действующие учебники<sup>35</sup> тщательно методически проработаны, но скучны и формалистичны. Теоретико-множественная символика часто применяется неумело, что приводит к излишним осложнениям. Было бы желательно заказать параллельные учебники новым авторским коллективам.

Пособие по геометрии для VI–VIII классов<sup>36</sup> к следующему учебному году выйдет существенно переработанным в одной книге на все три класса. Но заказ новых параллельных пособий можно лишь приветствовать. В частности, коллектив педагогов под руководством А.В.Погорелова, вероятно, мог бы создать хороший учебник.

<sup>34</sup> Учебники «Математика 4–5». Авт. колл.: Н.Я. Виленкин и др. (под ред. А.И. Маркушевича). – Прим. в публикации А.М. Абрамова.

<sup>35</sup> Учебники алгебры для 6, 7 и 8-го классов. Авт. колл.: Ю.Н. Макарычев и др. (под ред. А.И. Маркушевича). – Прим. в публикации А.М. Абрамова.

<sup>36</sup> «Геометрия 6–8». Авт. колл.: А.Н. Колмогоров, А.Ф. Семенович, Р.С. Черкасов (под ред. А.Н. Колмогорова). – Прим. в публикации А.М. Абрамова.

Действующее пособие по алгебре и началам анализа для IX–X классов<sup>37</sup> считаю вполне доброкачественным. Но программа этих классов нуждается в существенном сокращении и упрощении, что потребует и переработки учебника. Параллельные учебники других авторов тоже можно лишь приветствовать.

Определенно неудачно пособие по геометрии для IX–X классов<sup>38</sup>. Наряду с попыткой его усовершенствовать следует заказать пособие и новым авторам. Что касается программы по геометрии в IX–X классах, то следует отметить близость двух программ, о которых выше говорилось, в части геометрии IX–X.

В заключение коснусь вопроса, в котором, по моему мнению, участие нашего отделения могло бы быть особенно важно. Это вопрос о факультативных занятиях для желающих учащихся. Факультативные занятия одно время получили довольно большое развитие, но потом интерес к ним стал угасать. Между тем последовательное проведение концепции общеобразовательного характера основного курса математики, избегающего не имеющих общеобразовательного значения технических осложнений, требует надлежащей организации занятий с теми учащимися, которые готовятся к работе в областях, тесно связанных с математическим аппаратом. В том числе следует самым широким образом удовлетворить и интересы учащихся, готовящихся к поступлению в высшее учебное заведение. 140-часовой дополнительный курс математики в IX–X классах мог бы содержать две большие дополнительные темы (комплексные числа с их применениями и комбинаторикой с началами теории вероятностей) примерно 20 часов и углубленное изучение всего курса с решением более трудных задач (примерно на 100 часов).

Хорошо было бы наряду с краткими учебниками, строго соответствующими программе основного курса, иметь расширенные подробные учебники, содержащие углубленную трактовку того же материала вместе с дополнительными главами и набором более трудных задач.

Привлечение новых сил к работе над программами и учебниками следует приветствовать. Но разговоры о якобы катастрофическом положении с математикой в средней школе представляются мне необоснованными.

<sup>37</sup> Учебник «Алгебра и начала анализа 9–10». Авт. колл.: А.Н. Колмогоров и др. (под ред. А.Н. Колмогорова). – Прим. в публикации А.М. Абрамова.

<sup>38</sup> «Геометрия 9–10». Авт. колл.: З.А. Скопец, В.М. Клопский, М.И. Ягодовский (под ред. З.А. Скопца). – Прим. в публикации А.М. Абрамова.

## Указатель имен

Абрамов А.М. 5  
Александров А.Д. 29, 36, 45, 62, 75, 81  
Александров Н.В. 46, 50  
Александров П.С. 25, 28  
Алимов Ш.А. 18  
Андронов И.К. 6  
Арнольд В.И. 87  
Архимед 52  
Арцимович Л.А. 70  
Атанасян Л.С. 18  
Барыбин К.С. 6  
Бауман Э. 27  
Беришвили Г.Д. 24, 65, 68, 72  
Бицадзе А.В. 24, 66, 67, 80  
Боголюбов Н.Н. 3, 15, 22–25, 29, 30, 36, 37, 45, 46, 52, 73, 86, 90  
Болтянский В.Г. 31  
Большев Л.Н. 23  
Брадис В.М. 6  
Бродский И. 20  
Бурбаки Н. 7, 17, 149  
Бугузов В.Ф. 18  
Вейц Б.Е. 62  
Веселов Г.П. 4, 21, 24, 30, 36  
Виноградов И.М. 15, 53  
Владимиров В.С. 15, 24, 31, 46, 49, 50, 52, 54, 57, 59, 80  
Гельфанд И.М. 6  
Герон 97  
Герцен А.И. 31  
Гнеденко Б.В. 87  
Гоголь Н.В. 19  
Годунов С.К. 24, 63, 66, 68, 80  
Данилов А.И. 12, 45  
Демидов И.Т. 62  
Елютин В.П. 43  
Ерофеев В. 20  
Ефимов Н.В. 87  
Жижченко А.Б. 15, 29, 90  
Ильин В.А. 18  
Кавальери Б. 97  
Кадомцев С.Б. 18  
Казьмин Ю.А. 87  
Кант И. 68  
Канторович Л.В. 24, 29, 49, 55–57, 71, 74, 76, 78, 80  
Келдыш М.В. 23  
Кикоин И.К. 9, 12  
Киселев А.П. 4, 15, 20, 48, 52, 53, 56, 61, 73, 88  
Киселева Л.С. 18

Колмогоров А.Н. 3–6, 8, 9, 12, 21, 24–26, 29, 31, 36, 45, 46, 50, 53, 55, 56, 62, 63, 70, 75, 77–80, 82, 149  
Колягин Ю.М. 3–5, 14, 17, 18, 21, 24, 31, 36, 37, 56, 79  
Коротов В.М. 4, 21, 24–26, 28, 29, 38, 45, 63, 67, 77, 86  
Костенко И.П. 5  
Кочетков Е.С. 6, 88  
Кочеткова Е.С. 6  
Крупская Н.К. 31, 67  
Лагранж Ж.Л. 130  
Лейбниц Г.В. 104, 146  
Ленин (Ульянов В.И.) 31  
Ляпунов А.А. 25  
Марджанишвили К.К. 52, 70, 74, 75, 77  
Маркушевич А.И. 4, 6, 8, 43, 47, 54, 62, 63, 150  
Морозова Е.А. 87  
Мышкис А.Д. 6  
Некрасов Н.А. 19  
Никишин Е.М. 87  
Никольский С.М. 24, 44, 52–54, 77–79  
Новиков С.П. 78, 82, 87  
Ньютон И. 103, 104, 130, 146  
Паскаль Б. 103  
Пифагор 103  
Погорелов А.В. 15, 71, 79, 83, 89, 150  
Позняк Э.Г. 18  
Понтрягин Л.С. 15, 16, 24–26, 28–31, 37, 43, 50, 52, 56, 57, 74, 76, 78–80  
Поталов М.К. 87  
Прокофьев М.А. 3, 86  
Прохоров Ю.В. 22, 38, 44, 46, 49–52, 54–57, 60, 63, 66, 70, 73–83  
Пушкин А.С. 19  
Рыбников К.А. 87  
Савченко В.А. 24, 68  
Седов Л.И. 76, 81–83  
Сидоров Ю.В. 18  
Скопец З.А. 48, 151  
Соболев С.Л. 24, 29, 30, 50, 52, 53, 59, 75, 78–80, 83  
Солженицын А.И. 6  
Стечкин С.Б. 87  
Тихомиров В.М. 87  
Тихонов А.Н. 3, 14–21, 24, 37, 39, 43–45, 50, 52, 56, 59, 70, 74, 78, 81–83  
Ульянов П.Л. 87  
Фаддеев Д.К. 6  
Фаддеев Ю.Д. 76  
Федорова Н.Е. 18  
Хвостов В.М. 25  
Шабунин М.И. 18, 24, 60, 63  
Щербаков С.Г. 19  
Юдина И.И. 18  
Яблонский С.В. 79  
Яглом И.М. 6

Учебное издание

Юрий Михайлович Колягин  
Ольга Алексеевна Саввина

**БУНТ РОССИЙСКОГО МИНИСТЕРСТВА  
И ОТДЕЛЕНИЯ МАТЕМАТИКИ АН СССР**

Материалы по реформе школьного математического  
образования 1960–1970-х гг.

Подписано в печать 17.02.2012 г.  
Формат 60х84/16. Гарнитура Times.  
Печ.л. – 9,75. Уч.-изд. л. – 9,07.  
Бумага офсетная. Печать трафаретная.  
Заказ № 406. Тираж 100 экз.

Отпечатано с оригинал-макета автора.

МУП “Типография” г. Ельца  
399770, Липецкая обл. г. Елец, ул. Свердлова, 11  
ИНН 4821006962

ПОРЯДОК ВСТУПЛЕНИЯ.

1. Н.Н.БОГОЛЮБОВ /Открытие/ . . . . .	стр. I
2. В.М.КОРОТОВ . . . . .	" 14
3. Г.П.ВЕСЕЛОВ . . . . .	" 20
4. Д.М.КОЛЯТКИН . . . . .	" 24
5. А.Н.ТИХОНОВ . . . . .	" 37
6. А.В.КОЛМОГОРОВ . . . . .	" 62
7. В.С.ВЛАДИМИРОВ . . . . .	" 64
8. С.Л.СОБОЛЕВ . . . . .	" 76
9. С.М.НИКОЛЬСКИЙ . . . . .	" 83
10. Л.В.КАВТОРОВИЧ . . . . .	" 91
11. Л.С.ПОРТЯГУН . . . . .	" 98
12. Н.Д.ШЕБУНИН . . . . .	" 107
13. С.К.ГОЛУБОВ . . . . .	" 118
14. Г.Д.БЕРНШТЕЙН . . . . .	" 124
15. А.Е.БИЦАДЗЕ . . . . .	" 127
16. В.А.САВЧУК . . . . .	" 136
17. А.Р.ТИХОНОВ . . . . .	" 147
18. Обсуждение и принятие решения . . . . .	" 151-158

-----0000000-----