

Э. Гумбель.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ РУКОПИСЯХ К. МАРКСА

(Сообщение)

То, что Маркс и Энгельс занимались математикой, было известно из их переписки (Письма Маркса к Энгельсу от 20 мая 1865 г. и 25 августа 1879 г., Энгельса к Марксу от 18 августа 1881 г. и 21 ноября 1882 г., ответ Маркса от 22 ноября 1882 г.). Из их переписки видно, что Маркс уже в 1865 г. занимался дифференциальным исчислением и особенно интенсивно в 1881 и 1882 гг., а Энгельс просматривал его математические рукописи. Далее, из «Анти-Дюринга» (стр. 139 и 140, изд. Дитца, 1923 г.) видно, что Энгельс понимал дифференцирование как отрицание в диалектическом смысле. Наконец, в изданной Институтом К. Маркса и Ф. Энгельса «Диалектике природы» Энгельса имеются отдельные замечания по алгебре.

Среди рукописей Маркса, находящихся в архиве социал-демократической партии Германии, Д. Б. Рязанов нашел большое количество тетрадей и записок математического содержания. Перед началом войны он предпринял шаги к их опубликованию, но это ему тогда не удалось. Так, он предложил Ф. Адлеру напечатать одну вполне обработанную для печати математическую работу Маркса. Ныне Институт К. Маркса и Ф. Энгельса фотографирует все рукописи Маркса и Энгельса. В течение 1925 г. Институт получил рукописи по математике. Они составляют 865 мелко написанных четвертушек.

Тов. Рязанов поручил мне просмотреть их и подготовить к печати. Я решил раньше всего расположить весь материал в систематическом порядке и подготовить к печати соответствующую часть¹⁾. Эта задача теперь выполнена.

Весь материал может быть разделен на А. вычисления, В. выдержки, С. наброски и D. самостоятельные работы. При распределении материала я руководился чисто формальными соображениями. Вычислениями я считал все те рукописи, где совершенно отсутствует текст, где, следовательно, нет никаких философских соображений, которые могли бы принадлежать Марксу. Они отличаются от остальных некоторой беспорядочностью и нечеткостью. Выдержки, наоборот, отмечаются определенной логической стройностью. Они написаны очень мелко. В некоторых случаях удалось установить автора, выдержки из которого производил Маркс. Так, Маркс списал дословно целые главы из сочинения Мак-Лорэна (Mac Laurin) «Treatise of Algebra», в том же порядке, в каком они находятся у автора. В других случаях Маркс не придерживался порядка глав автора. Так, в выдержках из Lacroix, «Éléments d'Algèbre», только некоторые места соответствуют порядку изложения

¹⁾ При расшифровке рукописей мне оказала большую помощь тов. Р. Матейка.

автора. Наконец множество выдержек состоит из коротеньких заметок, которые поэтому не могли быть отнесены к какому-либо автору.

Я здесь прилагаю список вычислений и выдержек. Заглавия в общем поставлены мною. Там, где заглавия даны Марксом, они заключены в кавычки.

А и В. ВЫЧИСЛЕНИЯ И ВЫДЕРЖКИ

I. Арифметика. 1. «Влияние учетного процента на вексельный курс. II. Погашение векселей. III. Процентные начисления и скидки». 50 стр. по-немецки. Большей частью арифметические вычисления.

2. Возведение в степень и извлечение корня. 3 стр. по-немецки. Вычисления.

3. Упражнения в логарифмировании. 8 стр. по-немецки и по-английски. Большей частью арифметические вычисления.

4. «On method of finite differences». 2 стр. по-французски и по-английски. Вычисления.

5. Теория комбинаций. 4 стр., по два столбца в каждой, по-немецки. Выдержки.

II. Геометрия. 1. Тригонометрия. «Calculation of trigonometrical functions». 12 стр. по-французски. Выдержки.

2. «Die vorläufige Rekapitulation of trigonometric developments». 14 стр. по-немецки и по-английски. Выдержки.

3. Начала аналитической геометрии. 4 стр. по-английски. Выдержки.

4. Аналитическая геометрия. Конические сечения. 12 стр. по-немецки и по-французски. Выдержки.

5. Аналитическая геометрия. Конические сечения, прямые треугольники. 23 стр. по-французски и по-немецки. Выдержки.

6. Конические сечения. 24 стр. по-французски и по-немецки. Выдержки.

7. «Sections coniques des genres supérieurs». 15 стр. по-немецки и по-французски. Выдержки.

III. Алгебра. 1. «Algebra I: 1. General theory of equation (общая теория уравнений). 2. Первое элементарное появление $\frac{a}{0} = \infty$ и $\frac{0}{0}$ в обыкновенной алгебре. 3. Элементарное о бесконечных рядах. 4. О понятии функции. 5. Исключение неизвестных в уравнениях порядка высшего, чем первый». 23 стр. по-немецки. Выдержки из Lacroix.

2. «Алгебра II: 6. Пропорции и прогрессии. 7. Величины, изменяющиеся по закону геометрической прогрессии, и логарифмы». 25 стр. по-немецки. Выдержки из Lacroix.

3. «Алгебра III: 8. Продолжение к теории уравнений». 42 стр. по-немецки. Выдержки.

4. «Решение уравнений согласно правилу Кардана и аналогичное». 22 стр. по-немецки. Дословные выдержки из Mac Laurin, «A treatise of Algebra». 6-е изд. Лондон 1790.

5. Геометрические и арифметические прогрессии. 9 стр. по-немецки. Выдержки.

6. «Метод неопределенных коэффициентов». 2 стр. по-немецки и по-английски. Вычисления.

7. «Из алгебры Мак-Лорэна». 16 стр. по-немецки. Выдержки.

IV. Дифференциальное исчисление. 1. Дифференциальное исчисление I. 28 стр. по-немецки и по-английски. Выдержки.

2. Дифференциальное исчисление II. 39 стр. по-немецки и по-английски. Выдержки из различных авторов, так как способы обозначения меняются.

3. Вычисления, не находящиеся в связи между собой. 22 стр., одна страница в два столбца. По-немецки и по-английски.

4. Разные вычисления, не связанные между собою, относящиеся к «дифференцированию произведения». 13 стр. по-немецки, некоторые в два столбца. Готовы к печати.

5. «Lagrange. Derived functions». 4 стр. по-немецки и по-английски. Выдержки.

6. «Последовательное дифференцирование» (по сочинению G. W. Hemming, «Elementary treatise of the differential calculus». Cambridge 1848). 6 стр. по-немецки и по-английски. Выдержки.

7. «Maxima et minima of functions of one variable» и «Добавочное относительно максимумов и минимумов». 18 стр. по-немецки и по-английски. Выдержки.

8. Частичные выдержки из книги Lacroix, «Traité du calcul différentiel et du calcul intégral». 2 éd., vol. 1—2. Paris 1810—1819. 48 стр. по-немецки и по-английски. Рукою Маркса подчеркнуты места красным и синим карандашом.

V. Теорема Тэйлора. 1. К теореме Тэйлора. 8 стр. по-немецки и по-английски. Вычисления.

2. Вычисления к теореме Тэйлора, не имеющие связи между собою. 24 стр. по-немецки и по-английски.

3. Разложение в ряд логарифма. 4 стр. по-английски. Вычисления.

4. Разложение в ряд Тэйлора с двумя переменными. Дифференцирование xy . Метод Лейбница и метод Пуассона. 6 стр. по-немецки и по-английски. Выдержки.

Ниже я даю список набросков, которые годны к печати вместе с самостоятельными работами. Черновики и переписанные начисто рукописи совпадают в полной мере.

С. ЧЕРНОВЫЕ НАБРОСКИ

1. Набросок к «дифференцированию простейших функций». 6 стр., написанных по-немецки; некоторые в два столбца. Готов к печати.

2. Набросок к «дифференцированию произведения». 11 стр. по-немецки, частью в два столбца. Готов к печати.

3. Вариант к «теореме Тэйлора». 2 стр. по-немецки. Готов к печати.

4. Набросок к «Выводу теоремы Тэйлора». 4 стр. по-английски. Годен к печати.

5. «Добавление к теореме Тэйлора, стр. 3». 2 стр. по-английски. Вычисления.

6. «Видоизмененное Лагранжем доказательство тэйлоровской теоремы на исключительно алгебраической основе». 37 стр. по-немецки и по-английски. Набросок, большей частью подчеркнутый рукою Маркса. Готов к печати.

В основу своих занятий Марксом были положены следующие книги:

Boucharlat, J. L. Elements de calcul différentiel et de calcul intégral. Paris 1830.

D'Alembert, Jean le Rond. Traité des fluides. 1774.

Ruler, Leonard. Introduction à l'analyse de l'infini. Lausanne 1748. Institutions du calcul différentiel, 1755, part I, chap. 3.

Hall, T. G. Treatise on differential and integral calculus. London 1852.

Hegel, C. W. F. Wissenschaft der Logik. I. Teil. 2. Abschnitt: das Quantum.

Hemming, G. W. Elementary treatise on the differential calculus. Cambridge 1852.

Lacroix, S. F. Traité élémentaire du calcul différentiel et du calcul intégral. 2 éd., vol. I. Paris 1803.—Eléments d'Algèbre. Paris 1799.—Traité du calcul différentiel et du calcul intégral. Paris 1810.

Lagrange, J. L. Théorie des fonctions analytiques. Paris 1797.

Landen, John. Residual analysis. 1764.

Mac Laurin, Collin. A treatise of algebra. 6 edition. London 1796.

Moigno, F. Leçons de calcul différentiel et de calcul intégral, rédigées d'après A. L. Cauchy. Paris 1840.

Newton, Isaac. De analysi per aequationes numero terminorum infinitas. Gesamtausgabe, 1779 bis. 1785.—Methodus fluxionum et serierum infinitarum. 1711.—Philosophiae naturalis principia mathematica. London 1687.

Taylor, J. Brook. Methodus incrementorum directa et inversa. London 1715.

Издания, которыми пользовался Маркс, трудно было установить с уверенностью ввиду того, что Маркс часто цитировал неточно.

В выдержках «Алгебра I и II» находится, кроме того, большое количество цитат. Но так как они дословно совпадают с цитатами, приведенными Лакруа, то нельзя предположить, что Маркс читал этих авторов; тем более, что он, списывая цитаты, повторял те же ошибки, какие были у Лакруа. Поэтому эти авторы здесь не приведены.

Таким образом, Маркс занимался главным образом теми работами, которые были известны уже в конце XVIII века. В выборе их на него, как это ясно видно, оказал влияние Гегель. Гегель называет те же работы Эйлера, Лагранжа, Ландена, Ньютона и занят также основоположением дифференциального исчисления и выведением производной. Два новых сочинения, от 1848 г. и 1852 г. (Голл и Гемминг), которые читал Маркс, не имеют никакого значения. Маркс не знал непосредственно предшествовавшей или современной ему математической литературы вроде Гаусса и Больцано.

Те рукописи, которые не содержат вычислений или выдержек, можно считать самостоятельными работами Маркса. Только их имеет смысл издать. Они содержат вольное изложение прочитанного Марксом, соединенное с многочисленными хронологическими датами, и философские размышления над прочитанным; в некоторых случаях Маркс ставит проблемы особым способом, свойственным только ему. Эти труды разработаны в разной степени; некоторые было очень трудно расшифровать, другие же готовы к печати. В некоторых случаях рукописи дополняют друг друга таким образом, что дают возможность представить общую картину того, что имел в виду Маркс.

Эти работы занимают 203 рукописные страницы.

Маркс, конечно, не думал об их опубликовании; некоторые работы предназначались для Энгельса. Энгельс просмотрел их и сделал к ним свои добавления. По поводу их он переписывался с Самуилом Муром. Письма Энгельса не сохранились.

однако сохранилось письмо Мура к Энгельсу от 3 июля 1879 г. о дифференцировании неявных функций.

Д. САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

1. Два замечания в выдержке «Алгебра I». Из главы «первое элементарное появление $\frac{a}{0} = \infty$ и $\frac{0}{0}$ в обыкновенной алгебре» и расходящиеся ряды, 2 страницы на пишущей машинке, по-немецки.
2. Сущность дифференцирования, разъяснена на дифференцировании степени. 7 стр. по-немецки, частью в два столбца, 7 стр. пишущей машинки.
3. Дифференцирование простейших функций. 6 стр. по-немецки, 6 стр. пишущей машинки (Набросок имеется.)
4. Дифференцирование произведения. 23 стр. по-немецки, частью в два столбца. 20 стр. пишущей машинки. (Набросок и вычисления имеются.) Два добавления Энгельса: Дифференцирование функции от функции. 3 стр. по-английски. 3 стр. пишущей машинки.
5. Вариант к предыдущему. 24 стр. по-немецки, частью в два столбца, 20 стр. на пишущей машинке.
6. Добавления к дифференцированию произведения. 16 стр. по-немецки, частью в два столбца. 8 стр. на пишущей машинке.
7. «Теорема Тэйлора». 4 стр. по-немецки, 6 стр. на пишущей машинке. (Имеется вариант.)
8. Вывод теоремы Тэйлора, 4 стр. по-английски, 5 стр. на пишущей машинке. (Имеется набросок.)
9. Теорема Тэйлора в ее различных формах. 19 стр. по-немецки, 20 стр. на пишущей машинке.
10. «Вывод Лагранжем теоремы Тэйлора на алгебраической основе». 48 стр. по-немецки, 60 стр. на пишущей машинке. (Имеется набросок.)
11. Теорема Мак-Лорэна. 16 стр. по-нем. 20 стр. на пиш. машинке.
12. «Теорема Тэйлора, Теорема Мак-Лорэна. Теорема Лагранжа о производных функциях». 29 стр. по-немецки и по-английски. 35 стр. на пишущей машинке.
13. «Из доклада Ньютона от 1669 г. «De analysi per aequationes numero terminorum infinitas» президенту Королевского Общества в Лондоне. 4 стр. по-немецки, 5 стр. на пишущей машинке.

Итак, Маркс занимался следующими отделами математики: элементарной геометрией, первоначальными понятиями дифференциальной геометрии, арифметикой, алгеброй и дифференциальным исчислением. Особенно его интересовала теорема Тэйлора. Только в трех местах бегло упоминается интегрирование. Представляющая наибольший интерес самостоятельная работа о дифференцировании произведения появится в ближайшем номере «Архива К. Маркса и Ф. Энгельса» на немецком языке. Все работы, обозначенные выше №№ 1—13, готовы к печати и появятся в XVI томе Собрания сочинений. Там же будет дано критическое освещение философских проблем, занимавших Маркса в его математических работах.

Б. Николаевский

К ИСТОРИИ ПЕТЕРБУРГСКОЙ СОЦИАЛ-ДЕМОКРАТИЧЕСКОЙ ГРУППЫ «СТАРИКОВ»

(Сообщение)

История первых опытов письменного обращения к рабочим ранних кружков социал-демократов-пропагандистов конца восьмидесятых и начала девяностых годов до сих пор не только не написана, но даже почти не начата исследованием. Для этой работы еще надлежит собрать необходимый материал. Исходящие от такого рода кружков документы крайне немногочисленны и еще более редки. Размноженные в свое время в весьма небольшом количестве от руки или, в лучшем случае, на гектографе, они далеко не все дошли до нашего времени. Многие едва ли не бесследно погибли, и об их существовании мы часто узнаем лишь по более или менее случайным упоминаниям в мемуарах или в жандармских документах. То, что сохранилось, еще далеко не полностью выявлено исследователями. Ни сборника такого рода документов, ни библиографического описания их до сих пор ни одного не составлено, а появление такого рода сборника и описания было бы крупнейшим событием в деле изучения истории ранних периодов социал-демократического движения в России вообще, ибо, только опираясь на такого рода сводку фактического материала, только ознакомившись со всеми дошедшими до нас документами тех лет, можно будет во всей их конкретности понять отдельные этапы развития политической мысли ранних российских социал-демократов-практиков.

Печатаемый нами ниже документ крайне интересен именно под этим углом зрения.

Документ этот до сих пор в печати никогда не появлялся. Даваемый нами ниже текст его мы воспроизводим по гектографированному экземпляру, который сохранился в архиве П. Б. Аксельрода. Экземпляр этот, к сожалению, дефектен, — в нем недостает начала, и мы поэтому, помимо значительной части текста, не знаем также, какой заголовок носило это воззвание и какое обращение стояло в его начале. Ни подписи, ни даты в конце воззвания не стоит, но определение времени его выпуска затруднения не представляет: воззвание посвящено тем волнениям на Семянниковском (позднее Невском судостроительном) заводе в Петербурге, о которых из отрывочных замечаний текста мы знаем, что они сопровождалась разгромом заводских построек. Такой разгром имел место во время волнений 23 декабря 1894 г., когда семянниковские рабочие, возмущенные невыдачей им заработной платы к Рождеству, разнесли заводскую контору, выбили стекла в корпусах, пытались поджечь дом управляющего и т. д.; волнения эти вызвали усмирение, — с избием рабочих нагайками, с поливанием их водою из пожарных труб, с арестом десятков зачинщиков, которые вскоре были высланы из Петербурга и т. д. Следствием этих волнений было вмешательство градоначальника, отдавшего распоряжение о немедленной выдаче рабочим заработной платы, и так как перед праздниками банки уже были закрыты, то для получения