Стр.

кривая и ее уравнения. (180) Касательная прямая и нормальная плоскость пространственной кривой. (181) Соприкасающая плоскость пространственной кривой. (182) Касательная плоскость и нормаль к поверхности. (183) Геометрическая интерпретация полного диференциала функции двух аргументов . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 386

Глава XVIII. **Кривые для справок**

Приложение. **Основы векторного анализа и его применение в теории пространственных кривых**

(185) Вектор-функция скалярного аргумента. Непрерывность. Производная. (186) Правила диференцирования векторов. (187) Векторно-параметрическое уравнение кривой. (188) Производная радиуса-вектора. Орт касательной. (189) Диференциал дуги пространственной кривой. (190) Кривизна пространственной кривой. (191) Главная нормаль. (192) Основной трехгранник. (193) Кручение пространственной кривой. Формулы Френе . . 421

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Логический пересмотр основ математического анализа, предпринятый в конце прошлого столетия и в начале текущего, возымел далеко ведущие последствия. В *научном* отношении он привел к возникновению ряда новых математических областей. В *педагогическом* отношении лицо учебников по математическому анализу неузнаваемо изменилось. Исчезли с их страниц практиковавшиеся сильными людьми определения бесконечно малых, основанные на противопоставлении привычных расстояний космическим протяжениям („сантиметр есть бесконечно малое по сравнению с расстоянием земли до солнца"). Более совершенные „$\varepsilon$-определения" также обнаружили стремление к исчезновению и, мало-помалу, стало чувствоваться все яснее и яснее перемещение всего математического анализа на стационарную почву, с полным изъятием из него самой *идеи переменной величины*.

Наиболее ярким выражением происшедшей перемены взглядов явился известный университетский учебник Валле-Пуссена „Курс анализа бесконечно малых" (второе и третье издания), где в мелком шрифте знаменитый автор показал, каким образом математический анализ может быть построен без понятия переменного. Но уже в следующих изданиях автор возвратился к „$\varepsilon$-определениям", находя (с полным основанием), что стационарный математический анализ представляет еще бо́льшие логические трудности, чем классический „$\varepsilon$-анализ" Коши с его явным призывом к изначальной интуиции *времени*.

В разных странах происходила аналогичная реформа учебников для вузов. В нашем отечестве основоположником этого движения явился Иван Иванович Жегалкин, реформистская деятельность которого легла в основу московской математической школы.

Одновременно с этим стал на очередь вопрос о реформе учебников для ВТУЗ'ов. Здесь о стационарном математическом анализе (т. е. основанном на теории множеств), разумеется, не могло быть и речи. Вопрос шел лишь о том, каким образом обветшавшее изложение прежних учебников для ВТУЗ'ов сколько-нибудь приблизить к уровню современных научных взглядов так, чтобы чтение их перестало оскорблять вкус. Наиболее удовлетворительным образом эта задача была разрешена известным английским математиком Виллиамом Грэнвиллем, положившим в основу минимум $\varepsilon$-определений и развившим свое изложение, исходя из них и в строгом соответствии с ними, не прибегая в дальнейшем к каким-либо ложным „очевидностям" и к неискреннему замалчиванию фактов. С тех пор его учебник стал обходить страну за страной, то просто переводясь без всякого изменения (Франция), то подвергаясь переработке и приспособлению, как это произошло сравнительно недавно в Америке (см. Грэнвилль в переработке Смита и Лонглея, США).

В нашей стране желательность приспособления учебника Грэнвилля была давно указана проф. И. И. Жегалкиным. В последовавших шестнадцати изданиях первоначальный текст Грэнвилля мало-помалу был полностью изменен. В настоящей книжке, по требованию ВКВШ, мною добавлены главы о функции комплексного переменного, криволинейных интегралах, рядах Фурье и, наконец, присоединен геометрический текст и векторный анализ в изложении О. Н. Цубербиллер. В этих условиях продолжать удерживать в заголовке имя английского автора стало уже затруднительным.

Академик *Н. Н. Лузин*

10 июля 1945 г.
Москва

# ГЛАВА I
## ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФОРМУЛЫ

**§ 1. Формулы элементарной алгебры и геометрии.** Для удобства учащихся мы даем следующий список элементарных формул. Начинаем с *алгебры*.

(1) Квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$

Решается по формуле $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

*Природа корней* зависит только от выражения $\Delta=b^2-4ac$, стоящего под радикалом и называемого *дискриминантом*. Если $\Delta>0$, корни действительные и различные; если $\Delta=0$, корни действительные и равные; если $\Delta<0$, корни мнимые.

(2) Логарифмы

$$\lg ab=\lg a+\lg b;\ \lg a^n=n\lg a;\ \lg 1=0;$$

$$\lg\frac{a}{b}=\lg a-\lg b;\ \ \lg\sqrt[n]{a}=\frac{1}{n}\lg a;\ \lg_a a=1.$$

(3) Бином Ньютона ($n$ целое положительное)

$$(a+b)^n=a^n+na^{n-1}b+\frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3+\ldots$$
$$+\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-\overline{k-1})}{k!}a^{n-k}b^k+\ldots+b^n.$$

(4) Факториал $n!=1.\ 2.\ 3\ldots(n-1)\cdot n$.

В следующих формулах *элементарной геометрии* буквы $r$ или $R$ обозначают радиус, $h$ высоту, $S$ площадь основания и $l$ образующую.

(5) Круг. Длина окружности $=2\pi r$; площадь $=\pi r^2$.

(6) Круговой сектор. Площадь $=\frac{1}{2}r^2\alpha$, где $\alpha$ центральный угол сектора, измеренный в радианах.

(7) Призма. Объем $=Sh$.

(8) Пирамида. Объем $=\frac{1}{3}Sh$.

(9) Прямой круглый цилиндр. Объем $=\pi r^2h$; боковая поверхность $=2\pi rh$; полная поверхность $=2\pi r(r+h)$.

(10) Прямой круглый конус. Объем $=\frac{1}{3}\pi r^2h$; боковая поверхность $=\pi rl$; полная поверхность $=\pi r(r+l)$.

(11) Шар. Объем $=\frac{4}{3}\pi r^3$; поверхность $=4\pi r^2$.

(12) Усеченный прямой круглый конус. Объем $=\frac{1}{3}\pi h(R^2+r^2+Rr)$; боковая поверхность $=\pi l(R+r)$.