

1. Колмогоровская реформа математического образования, (1970-1980)

Попытаюсь описать картину, которая складывается из моих личных наблюдений над процессом введения колмогоровских учебников, обсуждений в математической тусовке второй половины 70х годов, поисков в старых изданиях и в современной литературе. Как получилось, что реформа 1968-1980гг, возглавленная самим великим Колмогоровым, закончилась таким звонким фиаско? И как вообще эта реформа случилась?

Историография по этой теме небогата (если не брать в рассмотрение многочисленные статьи, сводящиеся к моралистическим или эмоциональным оценкам). А. М. Абрамов, ученик Колмогорова по педагогической линии и известный деятель образования 90х-00х годов, последовательно отстаивал идею правильности и разумности Реформы, см. [Абр1988], [Абр2003], [Абр2010]. С ультраконсервативных позиций критикует реформу И. П. Костенко [Кост]. Историю реформы обсуждал Ю. М. Колягин с соавторами в книге «*Русское математическое образование*» [КСТ2001]. Он сам был деятельным участником событий, сторонником Реформы во время ее подготовки и начала ее проведения, автором нескольких реформистских пособий в 1969-1975гг. В начале 1978г. он предстает в качестве одного из лидеров контрреформистской комиссии при Минпросе РСФСР и соавтора одного из контрреформистских учебников. Вместе с О. А. Саввиной он опубликовал сборник документов «*Бунт российского министерства и отделения математики АН СССР. (Материалы по реформе школьного математического образования 1960-1970-х гг.)*» [КоСа2012]. Самый интересный документ там – *Стенограмма Общего собрания Отделения математики АН СССР, 5 декабря 1978*, ниже цитируется как [Стен1978]. С точки зрения содержательного анализа реформы важна статья А. Л. Вернера [Вер2012].

Основные исторические источники, использованные в данном исследовании – это математико-педагогические публикации 50-80х годов и школьные учебники тех лет. В архивах я не работал, опубликованных архивных источников, кроме [КоСа2012], мне, к сожалению, неизвестно.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ПАРА ДЕФИНИЦИЙ (ВМЕСТО ПРЕДИСЛОВИЯ)
2. ДВЕ ЛЕГЕНДЫ
3. ПРОЕКТ РЕФОРМЫ 1959 ГОДА.
4. ПУТЬ В РЕВОЛЮЦИЮ.
5. ЖАК ДЪБЕДОННЕ И МАРШАЛЛ СТОУН
6. ПРОЦЕСС ПОШЕЛ
7. ОШИБКИ

8. «УСПЕШНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ»
 9. СТОЛКНОВЕНИЕ С ДЕЙСТВИТЕЛЬНОСТЬЮ
 10. ОВЕРКИЛЬ
 11. ГОЛОВОКРУЖЕНИЕ ОТ УСПЕХОВ (ВМЕСТО ПОСЛЕСЛОВИЯ)
 12. ДОПОЛНЕНИЕ. СОРАТНИКИ МАРКУШЕВИЧА И КОЛМОГОРОВА.
- ЗАМЕЧАНИЯ К БИБЛИОГРАФИИ.
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1 Пара дефиниций (вместо предисловия)

Я учился по этим учебникам, когда они были экспериментальными и еще не пошли в массовую школу. Об этом расскажу ниже, а пока определение прямой, которое меня удивило тогда и не перестают казаться удивительными и сейчас. Из учебника геометрии за 6-ой класс, в самом начале систематического курса планиметрии.

Через $m(X, Y)$ обозначим расстояние между точками X и Y на плоскости.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Точка X лежит *между* точками A и B , если она отлична от каждой из этих точек, и для нее соблюдается равенство

$$m(A, X) + m(X, B) = m(A, B).$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Множество, состоящее из двух несовпадающих точек A и B и всех точек, лежащих между ними, называется *отрезком* AB .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Лучом* OA называется множество точек, которое состоит из всех точек отрезка OA и всех точек X , для которых B лежит между O и X .

И, наконец, прямая,

... Таким образом, *прямая* AB состоит из

- 1) всех точек отрезка AB ;
- 2) всех точек X , для которых B лежит между A и X ;
- 3) всех точек Y , для которых A лежит между B и Y .

Это из первого издания учебника А. Н. Колмогоров, Ф. Ф. Нагибин, А. Ф. Семенович и Р. С. Черкасов «*Геометрия, 6*» [КСНЧ1970], страницы 11-13. В дальнейшем учебник менялся, и эта премудрость несколько смягчилась.

Я еще запомнил, что в учебнике (это уже за 7 класс) очень непонятно объяснялось понятие вектора. Но лучше процитируем определение вектора из учебника В. М. Клопский, З. А. Скопец, М. И. Ягодовский *Геометрия*, 9-10 классы. Под редакцией З. А. Скопеца,

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕКТОРА. «*Вектором (параллельным переносом)*», определяемым парой (A, B) несовпадающих точек пространства, называется преобразование пространства, при котором каждая точка M отображается

на такую точку M_1 , что луч MM_1 сонаправлен с лучом AB и расстояние $|MM_1|$ равно расстоянию $|AB|$.

Это определение было во всех изданиях учебника до 1980г. и дожило до конца Реформы. Именно с него Понтрягин начал свою убийственную статью [Пон1980]:

В этом сплетении слов разобраться нелегко, а главное — оно бесполезно, поскольку не может быть применено ни в физике, ни в механике, ни в других науках.

Что же это? Насмешка? Или неосознанная нелепость? Нет, замена в учебниках многих сравнительно простых, наглядных формулировок на громоздкие, нарочито усложненные, оказывается, вызвана стремлением... усовершенствовать (!) преподавание математики.

Если бы приведенный мною пример был только досадным исключением, то ошибку, по-видимому, легко можно было бы устранить. Но, на мой взгляд, в подобное состояние, к сожалению, пришла вся система школьного математического образования...

Эта пара определений являются своего рода вершинами, но такие пики не вырастают на ровном месте...

Не вызывает сомнений, что Колмогоров лично работал над учебником «Геометрия, 6-8 классы». Его соавторы Ф. Ф. Нагибин, А. Ф. Семенович и Р. С. Черкасов были известными и заслуженными педагогами. Написанная ими книга не могла не иметь многих достоинств. Тем не менее эта книга не годилась именно для того, для чего она была написана - для того, чтобы быть начальным учебником геометрии.

Впрочем, совсем уж сильно удивляться этому не стоит. Боюсь, что слишком многие, учившиеся в институтах и университетах в последние лет 40, сталкивались в качестве слушателей с вузовскими курсами математики, которые (иногда будучи не лишенными многих достоинств), однако не рассчитаны ни на какого живого человека. Они в своем роде совсем просты: если отучиться на мехмате МГУ, то в курсе всё проще простого, а если не отучиться - то понять его нельзя, потому как там опущены некоторые необходимые для понимания куски и потому что туда напихано много ненужных украшательств. Комплект школьных учебников эпохи Колмогорова был одним из ранних образцов «курсов ни для кого». О том, как и почему это получилось, пойдет речь в настоящей работе.

2 Две легенды

Прокомментирую две сентенции, часто повторяющиеся при обсуждении предмета и искажающие современное восприятие этой истории.

2.1. Легенда о началах анализа. Есть распространенное мнение¹, что элементы анализа были введены в школу благодаря реформе Колмогорова

¹ Которое делится на черную балладу о зловредности начал анализа для школы, и на оптимистическую трагедию: несмотря ни на что реформа победила!

1970-1980гг. Это не так. В 1966-1975гг. основным учебником алгебры для 9-10 классов был Е. С. Кочетков, Е. С. Кочеткова «*Алгебра и элементарные функции*». Беру вторую часть учебника (10 класс), издание 1968 года [КК1968]. Объем учебника - 284 страницы. Первая глава посвящена тригонометрии - 64 страницы. Дальше - показательная функция и логарифм - 60 стр., функции и пределы - 66 стр, производная - 50 стр., комплексные числа - 34 стр, метод математической индукции - 19 стр.

Можно спорить о деталях, о том, что показательную функцию и производную хотелось бы пораньше иметь на физике и т.п. Но и производная, и комплексные числа в школе были до колмогоровской реформы². В результате колмогоровской реформы и ее отката комплексные числа из программы выпали (и индукция вместе с ними), эта тема, как мне кажется, довольно безобидная, была в итоге заменена на достаточно сомнительный «интеграл». Вот и весь итог... Что касается интеграла, то я с 1983-2001гг работал на факультете Прикладной математики МИЭМ (в те времена весьма приличном), было заметно, что студенты были неплохо знакомы с производной до обучения в институте, а следов их знакомства с интегралом что-то видно не было.

Начиная с этого места, многократно цитируется стенограмма [Стен1978] Общего собрания Отделения математики АН СССР 5 декабря 1978 года, изданная Колягиным и Саввиной в [КоСа2012] (это собрание было посвящено катастрофическому положению с учебниками математики):

ШАБУНИН (представитель физтеха). *Элементы высшей математики в программе средней школы появились значительно раньше - мы имели 20 лет назад эти элементы в меньшем объеме, а в 60е годы они были, может быть, чуть меньше.*

2.2. Легенда о Киселёве. Учебник Киселёва сейчас является символом дореформенной школы, Золотого Века, когда геометрия была понятной и приятной.

В. И. Арнольд, [Арн2000]: *Я бы рекомендовал в преподавании в школе вернуться к Киселёву.*

У Киселёва было три наиболее известных учебника, это «Арифметика» [Кис1884] (1884), «Алгебра» [Кис1888] (1888), «Геометрия» [Кис1892] (1892), они оказались исключительно удачными и живучими. История с этими учебниками была такая. Они были популярны до революции и продолжали использоваться в 20е годы. На 1929-30гг. пришлось тяжелые потрясения системы образования (см., например, [Нер2021]), и тогда учебники Киселева (кроме «Алгебры») из обихода выпали. Новые учебники, по мнению математической общественности, были неудовлетворительны. После нескольких лет писания писем в Наркомпрос в конце 1936-начале 1937 года последовало несколько выступлений математических организаций. В качестве образца приведу отрывок из резолюции Московского математиче-

²М. Ю. Колягин [КСТ2001] пишет, что производная появилась в школе в 1954г. Я отдельно этот вопрос не исследовал.

ского общества [В-ММО1937] от 12 апреля 1937 года (см. также [Нер2021], 16.3):

По вине невежественного руководства со стороны Управления средней школы Наркомпроса, в частности по вине А. И. Абиндера, учебная литература по математике находится в настоящее время на чрезвычайно низком уровне. Управление средней школы Наркомпроса, получая в течение ряда лет и со стороны научных организаций и со стороны учителя сигнала о безграмотности стабильного учебника геометрии Гурвица и Гангнуса, никакой подготовительной работы для замены этой безусловно вредной книги не вело. Книги Гурвица и Гангнуса должны быть изъяты и ни в каком случае не переиздаваемы. Временно стабильным учебником геометрии должен быть объявлен курс Киселева под редакцией Н. А. Глаголева. Учитывая, что составление оригинального учебника геометрии потребует времени и что курс Киселева на ближайшее время может удовлетворить потребности преподавания (книга написана безусловно грамотно и усовершенствовалась на протяжении 40 изданий), собрание считает необходимым объявление конкурса с длительным сроком (не менее трех лет) на 1) стабильный учебник по геометрии, 2) курс элементарной геометрии для учителей.

В итоге с 1938-40 видоизмененный «Киселев» вторично был пущен в дело в качестве стабильных учебников. «Арифметика» была переработана аж самим А. Я. Хинчиным [Кис1938-ар], «Алгебра» – А. Н. Барсуковым [Кис1938-ал], а «Геометрия» – Н. А. Глаголевым [Кис1938-ге]. С характером правки Хинчина частично можно ознакомиться по его статье [Хин1941]; Глаголев ввел в геометрию преобразования: симметрию, параллельный перенос, преобразование подобия, проектирование, симметрии в пространстве.

Следующее преобразования последовали в 1956. Учебником арифметики в 5-6 классах стал «Шевченко». В средних классах стабильным учебником алгебры стал «Барсуков» [Барс1956]. Учебником алгебры за 9-10 классы остался киселевский учебник, который к этому времени претерпел новые серьезные изменения. Он продержался до 1965-1966г.

В геометрии ввели было учебник Никитина и Фетисова [НиФе1956], но он вызвал острую критику, см. [Обс1957], в итоге стабильным стал учебник планиметрии Никитина [Ник1957]. По стереометрии остался учебник Киселева.

«Тригонометрия» Рыбкина [Рыб1900], бывшая в ходу с начала XX века, сменилась на Новосёлова [Нов1956].

С 1966г. в старшие классы в качестве основного учебника алгебры пошел Кочетков-Кочеткова (упомянутый чуть выше), он заменил учебник Киселева за старшие классы и предмет Тригонометрия. Последний выпуск по нему состоялся в 1976г.

От Киселева к моменту Колмогоровской реформы оставалась лишь «Стереометрия», и то отчасти реформированная. В легенде правда то, что учебники Киселева продержались долго благодаря их замечательным достоин-

ствам, и правда то, что предреформенные учебники («Никитин», «Барсуков», «Кочетковы») были простыми.

Да, кстати, информация для ультраконсерваторов, призывающих «дойдой производную» и «назад к Киселёву» (см., например, многочисленные статьи И. П. Костенко [Кост] и их клоны). В 1920х годах издавался еще один учебник Киселёва [Кис1926] (в каталоге РНБ присутствует 8-е издание 1930 года) для «трудовой школы», «*Элементы алгебры и анализа*»:

настоящая книга содержит в себе элементы анализа бесконечно-малых, с его применениями к вопросам элементарной геометрии и начальной механики, и краткие сведения по аналитической геометрии, без которых элементарный курс математики был бы неполным;

в конце книги помещены некоторые дополнения к обычному курсу алгебры, напр., теория соединений, бином Ньютона,.. и другие.

Комплексные числа там тоже были...

Так что реформу 1959 года, о которой пойдет речь в следующем разделе, можно при желании охарактеризовать словами «Назад, к Киселеву!».

И еще для ультрапочвенников и противников «растленного влияния»: Киселёв Андрей Петрович (см. о нем в [Анд1941], [Анд1967], [Карп2002], [АвАв2002]) кончал московский физмат, при создании своих учебников использовал многочисленные французские, немецкие и английские книги³.

3 Проект реформы 1959 года

3.1. Присказка. Напомним, что 50е – начало 70х годы были блестящей эпохой ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО математического образования школьников. Перечислим его основные виды:

- это издание качественных книг для школьников и «пособий для учителей» разного типа и уровня большими тиражами⁴, что давало возможности для самообразования. Изданные относительно давно и уже ушедшие из магазинов книги были доступны в районных и школьных библиотеках;
- кружки для школьников (причем очень разных типов⁵);

³См. длинные списки в предисловиях к [Кис1892], [Кис1926].

⁴Они лежали в научно-технических и педагогических отделах обычных книжных магазинов, для примера среди авторов случайно купленных и интересом изученных мною книг были В.Я.Выгодский, А.В.Погорелов, Н.В.Ефимов, А.А.Кириллов. Это были абстрактные ничего не говорившие мне фамилии каких-то авторов. И.И.Ягломом были завалены магазинные полки... Я запомнил один случай, когда купил явно дурную книгу. Интересно это сравнить с магазинными полками последнего тридцатилетия.

⁵В 60е годы дополнительного школьного образования вообще было очень много. Были сети учреждений, которые по штату были сосредоточением самых разных кружков: дворцы пионеров, дома культуры, дома юного техника, станции юнатов. Математические кружки существовали при университетах, вузах, педвузах, физико-математических школах. Все это было слабо заорганизовано, решающее значение имело не где находился кружок, а кто его вел. По-видимому, памятником московским математическим кружкам 50х годов высокого уровня был задачник «Шклярский», тома которого перечислены ниже в библиографии И.И.Яглома в разделе 12. Московские кружки 1960-1980х для 6-8

— школьные олимпиады по математике (они появились еще до Войны и успешно развивались в послевоенное время, охватив весь СССР);

— школьные факультативы (школьные программы тогда не были перегружены и участие в факультативах не перенапрягало школьников);

— заочная математическая школа для провинциалов с середины 1960х, журнал «Квант», основанный Кикоиным и Колмогоровым в 1970г.

Это развитие слабо касалось программ массовой школы, которая оставалась очень традиционной. В принципе (если школа не рассматривается как камера хранения), то тогдашний вариант

компактная реалистичная школьная программа +

+ широкое и качественное предложение дополнительного образования

– вариант хороший. В начале 60х добавились

+ физмат-школы + школы-интернаты для провинциалов.

Если смотреть из сегодняшнего дня, то **60е – первая половина 70х было временем наивысшего расцвета советского математического образования**⁶.

3.2. Общие замечания о формальной истории советской школы. Здесь, наверно, стоит напомнить некоторые формальности. В течение длительного времени школьное обучение в СССР делилась на 3 отрезка: младшая школа с 1 по 4 класс (где занятия в классе вела одна учительница, в первый класс шли с 7 лет), средние классы 5-7 (с предметным преподаванием) и старшие классы, 8-10. Большинство учеников оставляло школу после 7го класса. Это называлось «неполное среднее образование», с 1949г. оно стало всеобщим. Старшие классы давали хорошее образование и обычно оставляли хорошие воспоминания у тех, кто в них учился. Их окончание давало право поступать в «высшую школу» (вузы и втузы), стоит помнить, что количества учебных мест в высшем образовании до 1970х годов была невелика. Выпускники семилетки обычно шли в профессиональные училища, которые относились к среднему образованию.

Наряду со средним и высшим образованием была развитая система «среднего технического образования» («техникумы»), имевшая вплоть до 1960х годов хорошую репутацию.

В 1958г. было решено перейти ко всеобщему 8-летнему образованию, а общее число классов в школе было доведено до 11, после 1965г. классов снова стало 10.

классов, велись, в основном, Константиновской системой, см. [Нер2021-1]. Но стоит помнить, что кружки других типов как по Москве, так и по городам и весям, существовали и играли свою роль.

⁶Само собой разумеется, что эти слова не имеют в виду достижения всеобщего благолепия. Общеобразовательная школа - очень сложное место, и, конечно, она была таковым и тогда. Слова эти относятся и к математическим школам.

Комиссия Маркушевича, о которой будет сказано ниже, рекомендовала сократить начальную школу до 3 классов, это было сделано в 1969 году.

В начале 70х проводился переход ко всеобщему среднему образованию, и это создавало для школы серьезные проблемы. Стоит все же отметить, что слова «всеобщее среднее образование» не означали всеобщей десятилетней общеобразовательной школы. Наряду с этим к системе среднего образования относились профессионально-технические училища⁷ (ПТУ), техникумы (средние специальные учебные заведения), в которые мог вестись набор после 8-летки или после 10-летки, и вечерние школы, где обучение велось параллельно основной работе (они были, в основном, рассчитаны на взрослое население), см., например, [ДРШ2017]. Например, в 1980г. было 1982тыс. выпускников неполной средней школы⁸ (из них 1926тыс. - дневные). В 9-е классы общеобразовательных школ было принято 1150чел. (58 %). В среднем по городам этот процент был выше, чем по сельской местности⁹. В ПТУ в тот год поступило 389тыс. человек (20%). Значение техникумов в то время падало, в техникумы на базе неполного среднего образования в тот год поступило 309тыс. человек (15.6%). В первой половине 80х сеть ПТУ продолжала расширяться, а в конце 1980х начала разваливаться.

Переход ко всеобщему среднему образованию был совсем небезобидным действием (в частности, в школе должны были удерживаться все нежелающие учиться вплоть до 8-ого класса включительно). С другой стороны, если посмотреть из сегодняшнего дня, то можно предполагать, что это решение было отчасти вынужденным.

Еще напомним, что в русской, а потом в советской школе было 4 математических предмета. Это «Арифметика» в 1-5 классе, потом с 6 класса шли «Алгебра» и «Геометрия», к которым в 9 или 10 классах добавлялась «Тригонометрия». Такой набор предметов продержался до 1965г., когда «Тригонометрия» в качестве отдельного предмета исчезла.

Осталось сказать про количество часов на математику. Это число часов стало очень большим перед самой Войной, и оставалось таким до хрущовской реформы, скажем в 1952г. число недельных часов на математику, суммированное по годам, составило 64 часа. При Хрущове оно упало до 59 часов. В ходе отката хрущовской реформы и возврата к десятилетке с математики был снят еще один час (6+6+6+6+6+6+6+6+5+5), но надо иметь в виду, что тогда проводилась общая разгрузка школы (на мой взгляд, это была очень разумная идея), и процентные потери математики были меньше, чем у других предметов. Далее число часов оставалось стабильным вплоть до 1979г., когда математики не отреагировали на требование властей о сокращении программ, последовало сокращение алгебры X класса на 0.5 часов, см. п.10.3, фактически оно началось с 1980-81 учебного года, когда устами Понтрягина уже была провозглашена контрреформация.

⁷ С трехлетним сроком обучения. В Москве это были очень проблемные места.

⁸ Народное хозяйство СССР в 1990г. Ежегодник.

⁹ По моим воспоминаниям (которые здесь не очень надежный источник) в Москве (где система ПТУ была широко развита) в общеобразовательную 10-летку шло около половины школьников.

В 1984г. при Черненко была провозглашена новая реформа с переходом к 11-летке, число часов на математику вроде бы выросло до 60,5, но рост этот был обманчив, $4+6+6+6+6+6+6+6+6+4.5+4$, четыре часа приходилось на первый класс для шестилеток (это ни о чем), а по старшим классам происходила дополнительная потеря часов. При Черненко же было решено ввести новый предмет «Информатика». Когда ее введение реально началось в 1986г. (уже при Горбачеве), математика потеряла еще один час в старших классах, потери при этом понесли и другие естественно-научные предметы. Ухудшение отношения общества и властей к математике было неизбежным следствием колмогоровской реформы, я лишь подчеркну, что непосредственно в ходе реформы такого сокращения не было, и реформа провалилась ДО этих сокращений часов.

3.3. Реформа сверху. Идея преобразования школьной математики в середине 60х годов исходила из двух источников. Один из них был умеренным, но он способствовал продвижению идеи реформы. Тогда совершался переход ко всеобщему среднему образованию, и это ставило вопрос о новых учебниках.

Переход ко всеобщему среднему образованию ставил вопрос о новых учебниках. Минпрос связывал с эти определенные надежды. Цитирую стенограмму [Стен1978] 1978 года:

КОРОТКОВ В.М. (зам. министра просвещения СССР):... *Отмечался ненужный концентризм построения курса, т.е., своеобразный повтор курса... Есть педагогический концентризм, а есть концентризм, связанный с изменением ступеней школы. У нас были и 7-летние и 10-летние школы, и та, и другая должны были дать соответствующую подготовку. В связи с переходом на единую общеобразовательную школу встала проблема ненужного концентризма...*

В принципе, за счет устранения «концентризма» можно было добиться определенного выигрыша¹⁰ (но выигрыша небольшого), с другой - переход на всеобщее среднее образование должен был породить проблемы, которые в государственных, образовательно-министерских и в АПН-овских кругах, быть может, и не вполне просчитывались.

В любом случае ставился вопрос о новых учебниках, что в свою давало возможности для попыток модернизации. Но это никак не влекло необходимости радикальных перемен.

3.4. Реформа снизу. Избавление от «концентризма» не требовало революции: переход от 11-летней школы к 10-летней тоже сопровождался перекройкой учебников, ее мирно провели. Мирно можно было провести и переход к всеобщему среднему образованию.

¹⁰Кстати, в «Геометрии» Никитина 1956-1971 за средние классы были сведения по стереометрии, думаю, что это упрощало дальнейшее восприятие школьниками учебника Киселева. Начало «Стереометрии» Киселева, по-моему, было не очень простое, и никакой моральной подготовки к этому в предшествовавшей ей до 1956 года «Планиметрии» Киселева не было.

Однако тогда на уроках физики тогда говорили об электронах и ядрах, на химии - о строении молекул. В то же время алгебра не выходила за рамки 17 века, а геометрия за рамки третьего века до нашей эры (правда наше трехмерное пространство с тех пор тоже сильно не изменилось, как и наши представления о нём). Идея модернизации курса математики более сложна, чем в прочих предметах, потому что в тех присутствует описательная часть, а математика - логическая конструкция, из под которой трудно изымать нижние элементы (и, кроме того, школьная математика несет на себе большую гуманитарную нагрузку). В последние десятилетия профессиональная математика столкнулась с проблемой модернизации университетских программ и университетских учебников (куда ушли времена «Курса высшей математики» В. И. Смирнова?). Тогда в начале 1960х математики столкнулись с этой головоломкой на уровне школ. К сожалению, они вовремя не поняли, сколь эта головоломка страшна¹¹.

В 50х - начале 60х годов многие известные математики и многие известные педагоги считали, что программу средней школы следует реформировать, устранить из нее архаичные и искусственные элементы и вместо этого ввести новые разделы.

Прочитирую А. Я. Хинчина [Хин1961], хотя написано это было раньше обсуждаемого времени:

Как-то мне пришлось спросить несколько опытных учителей пятых классов о том, какой примерно процент учащихся действительно научается решать арифметические задачи, не являющиеся простыми вычислительными примерами, т. е. такие, где способ решения, как бы прост он ни был, должен быть найден самим учащим... Конечно, решив целый ряд совершенно однотипных задач, ученик без труда решит задачу в точности того же типа (этим объясняется отсутствие сплошных провалов на экзаменах и контрольных работах); но добиться, чтобы ученик самостоятельно нашел решение задачи нового, хотя бы и очень простого типа, — это, по единодушному мнению учителей, есть дело, у дающееся только в самых исключительных случаях...

Сопоставим с этим другой факт: хорошо известно, что большая часть наших ученых математиков, как правило, становится в тупик перед задачами элементарной арифметики. Я лично охотно признаюсь, что всякий раз, когда ученик пятого класса среди моих знакомых просил меня помочь решить арифметическую задачу, дело это для меня оказывалось весьма тяжелым, а подчас я терпел и полную неудачу. Я, как и большинство моих товарищей, легко решал, конечно, предложенную задачу естественным алгебраическим путем (т. е. составлением уравнения или системы уравнений); но ведь надо было во что бы то ни стало обойтись без алгебраического анализа! Обычно если мне в конце концов удавалось найти такое решение, оно в же оставляло меня неудовлетворенным: моя научная совесть неутомимо подсказывала мне, что тут остается какой-то туман, не всё ясно.

¹¹ См., впрочем, [Луз1926]

В результате, как правило, и ученика мое решение не удовлетворяло, и он явно лишь из вежливости принимал его. Иногда в таких случаях я потом пытался узнать, как же объяснил решение задачи учитель? Должен признаться, что и в рассуждениях учителя для меня почти всегда оставался тяжкий элемент ненатуральности и искусственности¹²...

... Кстати, хорошо известно и многократно отмечалось, что, как правило, ни оканчивающие школу, ни студенты педвузов, ни начинающие учителя (ни, прибавим от себя, научные работники) не умеют решать арифметических задач, да и вряд ли на всем свете кто-нибудь умеет решать их, кроме учителей пятых классов.

Статья Хинчина¹³ была найдена при посмертном разборе его бумаг, Б. В. Гнеденко предположительно датировал ее 1938-39 годами. Речь идет об изошренных задачах типа «из одной трубы в бассейн вливается, из двух выливается», которые современным людям, как правило, и не знакомы. Я лично помню рассказы старших людей об ужасе, который вызывали эти многовопросные задачи¹⁴. Плюс от них все же был, после них школьники встречали появление икса и игрека как избавление. Не знаю, когда в точности это ушло, уверенно могу сказать, что в конце сороковых годов оно еще было, и что, будучи школьником средних классов, я видел вбивающий в смертную тоску пожелтевший сборник подобных задач¹⁵ (были ли они при мне, тоже не помню, потому что с третьего класса учился по экспериментальным учебникам).

В связи с освященностью подобных задач древней традицией у читателя может возникнуть вопрос, не было ли в этом высшей сермяжной правды? Вряд ли. Понятно, что текстовые задачи полезны, и полезно в определенных дозах их решать без привлечения уравнения. Стоит, однако, заметить, что в различных сегментах системы образования, развивающихся на своей собственной основе без внешних коррекций, с легкостью возникают странные опухолевые структуры. Ныне здравствующие могут вспомнить математику вступительных экзаменов, высокоразвитую индустрию раскрытия неопределенностей в вузах или такие особые разделы математики как задачи СЗ,

¹²Хинчин приводит такой пример: *Разделить число 22 на три части при условии, что если прибавить к одному из полученных чисел 0.5, от другого отнять 1.5, третье умножить на 2.5, то получатся одинаковые результаты.* В данном жанре эта задача простая.

¹³С легкой руки И. П. Костенко [Кост] по интернету гуляют сентенции типа «программа реформы была в основном сформулирована Хинчиным в конце 30х годов». Есть посмертный сборник педагогических работ Хинчина [Хин1963], Александр Яковлевич был настроен на введение в школу элементов анализа (которые - напомним - были и у Киселёва), но усмотреть сходство довоенных взглядов Хинчина с колмогоровской реформой я лично не могу, разве что и там, и там речь шла о реформе. Но реформы бывают разные.

¹⁴Шаг решения назывался «вопросом». Решение писалось в духе Вопрос 1/ответ (типа «за сколько времени бассейн бы наполнился, если бы его заливали только из первой и третьей трубы»), Вопрос 2/ответ, Вопрос 3/ответ... Ответ на последний вопрос давал решение задачи.

¹⁵При написании настоящей работы, мне не удалось такие книги найти. Кстати, ни учебник Киселева, ни унаследовавший ему учебник Шевченко такого не требовали.

C4, C5, C6 современного ЕГЭ. Развивается все это само собой для удобства тех или иных образовательных структур и групп участников образовательного процесса. Раскрывать тучи неопределенностей или безуспешно искать δ по ϵ на самом деле весьма комфортно и избавляет препода от более утомительных родов деятельности. Скорее всего, передозировка текстовых арифметических задач развилась сама собой в пограничной зоне между младшей и средней школой и развилась по правилам младшей школы.

При чтении педагогико-математической литературы конца 50х-начала 60х годов все время наталкиваешься на идеи, исходящие от разных авторов, о включении в школьную программу производной, интеграла, геометрических преобразований, векторной алгебры, комбинаторики, теории вероятностей (и статистики), комплексных чисел, элементов аналитической геометрии, теоретико-множественного подхода и математической логики. В принципе почти любой отдельный элемент списка вписать было можно, и можно было сделать это относительно разумным образом (кроме статистики, интеграла и логики). Но разными другими мечтами было необходимо пожертвовать. И решить это надо было очень жестко...

Понятно, что при попытке модернизации математических программ основной вопрос состоит не в том, что туда можно ввести, а в том, что для этого надо сократить. Так или иначе, различные резервы для сокращения, которые могли бы дать возможность для модернизации школьной программы, не приводящей (или почти не приводящей) к ее фактическому усложнению, в 50е годы были. Но были они не так уж велики.

3.5. Программа-1959 и попытки ее воплощения в жизнь. В том же 1959 году, был разработан проект новой школьной программы по математике (последовательные варианты в [Прог1959], [Прог1960], [Прог1961]. Сюжет этот не изучен (и, как будто, почти выпал из истории). По моему, в программе присутствовали нереализуемые намерения, и неудачные детали, но в целом она, скорее, была положительным явлением (и осталась бы таковым, если бы итоги экспериментов первой половины 60х были бы адекватно оценены). В школе предлагалось ввести пределы, производную, комплексные числа, геометрические преобразования, векторы¹⁶.

Был объявлен конкурс учебников (на рецензируемых рукописях не было фамилий авторов, а вместо этого стояли «девизы»).

В рамках Проекта-1959 многое удалось сделать. Был отменен предмет «Тригонометрия», за счет этого был сделан новый предмет для старших классов - «Алгебра и элементарные функции». Был запущен в оборот учебник Кочеткова и Кочетковой – простой учебник, о котором уже говорилось – где многие желания удалось мирно претворить в жизнь. Этот учебник, кстати, занял первое место в конкурсе (см. [ГП1965]) в номинации «алгебра для старших классов». Председателем комиссии по алгебре был зав. кафедры алгебры мехмата МГУ А. Г. Курош, а учебник выходил под редакцией

¹⁶ Более точно, предполагалось увеличить дозы геометрических преобразований и векторов (векторы были лишь в гомеопатических дозах в [Нов1956]). Если говорить не о деталях, а самой идее, то она была благой и достижимой.

О. Н. Головина, работавшего на этой кафедре. (По другим номинациям первых мест не было).

3.6. Геометрия. С геометрией получилось хуже. В 1963г. в массовую школу (тогда была одиннадцатилетка) пошел учебник

Болтянский В. Г. , Яглом И. М. *Геометрия. Учебное пособие для 9 класса средней школы.* - М.: Учпедгиз. 1963 (тираж 2 300 000), 1964 (тираж 2 000 000), издана также в Киеве, 1963, тираж 230 000.

Следов его предварительной обкатки (с помощью экспериментальных учебников с малыми тиражами) по библиотечным каталогам [Кат-РНБ], [Кат-РНБ], [Кат-МГУ]... Трудно усомниться в том, что учебник провел лично А. И. Маркушевич, который в 1958-1963гг был замом министра просвещения РСФСР.

Посвящен учебник геометрическим преобразованиям с добавлением векторной алгебры – это предполагалось изучать весь 9 класс (46 часов). Что можно сказать об этой книге? Абстрактно, эта книга хорошая, она была полезной для увлекающихся школьников, для учителей, ее можно было использовать как дополнительный учебник в мат.школах. Но из этого не следует, что она годилась как базовый школьный учебник. Ни эта книга, ни ее клоны больше не переиздавались. Следов ее воздействия в ближайших по времени учебниках для средней школы не видно. В официальной реформационной статье [БМ1975] есть такая фраза (без прямого упоминания данного учебника):

Понятие интеграла и его применения совсем не вошли в программу [эта фраза о «Кочеткове»]. Аналогично обстояло дело с геометрическими преобразованиями. Их изучение в IX классе оказалось некоторой не совсем оправданной «надстройкой» над курсом планиметрии. Идея геометрических преобразований очень мало использовалась в самой геометрии.

А вот что говорит современный антиреформистский автор Ю. М. Колягин¹⁷ [КСТ2001]:

учебник в 1958 году [Ю. Н.: очевидная опечатка] был сразу внедрен в массовую школу (через год он был отменен Министерством просвещения как непригодный для массовой школы).

Введение геометрических преобразований и векторов в умеренных дозах не представляло неразрешимой проблемы, такой курс был написан А. В. Погореловым в середине 1960х. Но тогда уже в игру вступил Колмогоров, которых хотел писать «*Геометрию*» сам. Кроме того (как мы обсудим чуть ниже) и настроения в целом были совсем иные. В итоге «*Геометрия*» Погорелова была издана в 1969-1970гг. как «учебное пособие», [Пог1969]. Именно эти учебники, несколько видоизмененные и еще недоработанные, были брошены на тушение пожара в 1982 году. Погорелов сделал существенно новый учебник геометрии, но, по-моему, введение «преобразований» и векторов

¹⁷ Тогда, как он и сам честно подчеркивал, он участвовал в реформации.

можно было бы проделать и в рамках традиционного подхода, используя имеющиеся небольшие резервы¹⁸.

Все могло бы кончиться благополучно... Но, как мы знаем, этого не случилось.

4 Путь в революцию

4.1. Маркушевич. За Программой-1959, очевидно, стоял Алексей Иванович Маркушевич (1908-1979), который с 1958 года был заместителем министра просвещения РСФСР. Остановимся подробнее на этой яркой и неоднозначной фигуре (о нем см. статьи [ГЛШ1958], [Шаб1968], [АЛМШ1978], [АГКЛШ1980], [Чер1988], [Тих2009]).

Он учился в Ташкентском университете у В. И. Романовского, а потом в аспирантуре в Москве у М. А. Лаврентьева. В 34-35 заведовал кафедрой в Калининском пед. С 1935 года работал на мехмате МГУ. В 1950 опубликовал знаменитую в профессиональных кругах книгу (то ли учебник, то ли монография, то ли трактат) «*Теория аналитических функций*» (расширенное второе издание в 1967-68 году; английские издания 1965-1967, 1970), она и до сих пор используется математиками (и в России, и за рубежом; там подробно излагаются разные тонкие красивые вещи, вроде большой теоремы Пикара, лучей Жюлиа или соответствия граничных элементов по Каратеодори). Больше активно математикой не занимался. Позже издал учебник по функциям комплексного переменного, пользовавшийся популярностью во многих вузах, а также «*Классическую теорию абелевых функций*» (1979, английское издание 1992).

Основной областью приложения сил Маркушевича после 1950 года была педагогика.

В 1945 он становится членом-корреспондентом Академии педагогических наук (АПН) РСФСР (создана в 1943 году), а в 1950 – действительным членом и вице-президентом. Когда АПН РСФСР была преобразована в АПН СССР, он становится ее вице-президентом. Пост вице-президента он занимал в 1950–1958 и 1964–1975 годах, в промежутке был заместителем министра просвещения РСФСР¹⁹ в 1958–1964.

В 1959-1966гг. - депутат Верховного совета РСФСР.

В 1934–1937, 1943–1947 годах заведовал редакцией математики в Издательстве технико-теоретической литературы. Выступал инициатором издания серий книг «*Библиотека учителя*», «*Популярные лекции по математике*». Участвовал в их издании. Один из инициаторов и один из редакторов первых двух изданий «*Детской энциклопедии*» в 12 томах, 1958-

¹⁸Строго говоря, это было не введение, а увеличение доз, потому что и векторы (1956-1966), и геометрические преобразования в программе были. Так как обучение в 4-5 классах переориентировалось в пользу геометрии, это давало выигрыш, который можно было бы разыграть, модифицируя уже существовавшие геометрические учебники, то есть «Никитина» или «Киселева».

¹⁹Министерство просвещения СССР было организовано в 1966г.

1962, 1964-1969, и главный редактор третьего издания 1971-1978. Раздел по математике («*Числа и фигуры*») был очень завлекательным и понятно написанным.

Разумеется, высокое качество популярной литературы по математике 1950-70гг во многом было заслугой авторов книг. Но это было в не меньшей степени и заслугой издателей, я думаю, что коснулось всех молодых людей, с интересом учившихся математике в те годы.

Кстати, он и сам написал несколько популярных тонких книжек для школьников и студентов: «*Возвратные последовательности*» (1950), «*Замечательные кривые*» (1952), «*Площади и логарифмы*» (1952), «*Комплексные числа и конформные отображения*» (1954), «*Целые функции*» (1965), «*Замечательные синусы: введение в теорию эллиптических функций*» (1965).

Эти книжечки переводились на английский, испанский (в этом случае издательством «Мир»), немецкий, польский, румынский, чешский, болгарский, турецкий языки...

Коль скоро Маркушевич был главным педагогом-математиком Советского Союза, то вопрос о школьной программе был в его прямой компетенции.

4.2. Революционная программа. Так или иначе, но любые реалистичные расчеты должны были показывать, что возможности для модернизации, хоть и есть, но сильно ограничены.

В 1957-1961гг. были изданы 6 сборников *Математическое просвещение. Математика, ее преподавание, приложения и история*, (это довольно толстые книжки объемом 270-400стр.). Редакторами были Я. С. Дубнов, А. А. Ляпунов, А. И. Маркушевич²⁰ Целью этих сборников были поиски путей для серьезных реформ математического образования. Там, в частности есть статья, с которой, по-моему, и начинается история колмогоровской Реформы, или, может правильнее говорить, Революции:

В. Г. Болтянский, Н. Я. Виленкин, И. М. Яглом, *О содержании курса математики в средней школе*, Математика, ее преподавание, приложения и история, 4, 1959, 131–143.

Напомню, что Наум Яковлевич Виленкин и Владимир Григорьевич Болтянский - замечательные математики. И все трое - выдающиеся общепризнанные деятели дополнительного образования.

В статье содержится проект новой школьной программы. В качестве критики и обоснования там говорилось много разумного (и полезного для дела). Но дальше предлагалось революционное решение, причем решение глобальное, охватывающее всю среднюю и старшую школу, арифметику, алгебру, геометрию и тригонометрию, и требующее перестройки не только школьных программ, но и стиля обучения. По сравнению с Программой

²⁰ Более точно, они были указаны в качестве редакторов в 1-3 сборниках. Там также добавлено В составлении и редактировании принимали участие И. Н. БРОНШТЕЙН, А. М. ЛОПШИЦ, И. М. ЯГЛОМ. Дубнов умер, и в номерах 4-6 говорилось: «Математическое просвещение» выпускается при редакционном участии И. Н. БРОНШТЕЙНА, А. М. ЛОПШИЦА, А. А. ЛЯПУНОВА, А. И. МАРКУШЕВИЧА, И. М. ЯГЛОМА.

1959г. в качестве дополнительного выигрыша в школьную программу предлагалось ввести интеграл и метод координат (элементы аналитической геометрии). А, например, комплексные числа (вместе с их тригонометрической формой) должны были быть в 8 классе.

Ни догмой, ни руководством к действию эта программа тогда еще не была, или, по крайней мере, таковой не объявлялась. Из редакционного введения к сборнику:

Эти статьи [имеется в виду еще статья В. И. Левина [Лев1959], кстати, тоже весьма не безобидная] не следует рассматривать как проекты методических и программных документов, как не следует и критиковать их за то, что в них не сказано, не учтено и не подсчитано. Это, скорее, «размышления вслух» научных работников-математиков о том, что их не удовлетворяет ныне в школьной математике и какой они хотели бы ее видеть.

В том же сборнике был опубликован критический комментарий к проектам за подписью И. Н. Бронштейна и А. М. Лопшица [БЛ1959].

Процитируем статью В. Г. Ашкингузе, В. И. Левина и А. Д. Семушина [АЛС1960] которые, по-видимому, входили в число авторов Программы-1959. Их отношение к Революции, было выражено словами:

Практической основой перестройки курса математики средней школы является в настоящее время проект программы, опубликованный Министерством просвещения РСФСР. Этот проект ориентирован на решение новых задач, стоящих перед советской школой. Однако при его разработке были по необходимости приняты во внимание не только чисто научные и методические принципы, но и ряд организационных моментов, вытекающих из задачи скорейшего практического осуществления новой программы. Кроме того, этот проект в силу самой истории его возникновения не может не нести на себе печати многих различных, иногда противоположных точек зрения. По этим причинам ряд методических вопросов, в том числе и принципиальных, решен проектом программы половинчато, недостаточно последовательно. По нашему мнению, общие идеи, лежащие в основе этого проекта, можно было бы провести в нем более последовательно и решительно, оставаясь при этом в рамках практически осуществимого — если не немедленно, то по крайней мере в ближайшие несколько лет...

Успешному решению задачи во многом может помочь активное участие научной математической общественности. Насколько интересные результаты может дать такое участие, показывает хотя бы программа, составленная В. Г. Болтянским, Н. Я. Виленкиным и И. М. Ягломом. В ней отражено много новых прогрессивных идей, постепенное освоение которых нашей школой несомненно внесло бы свежую струю в обучение математике. Однако в целом эта программа настолько далека от сложившейся системы преподавания математики, что осуществление ее в массовом порядке в ближайшем будущем не представляется возможным, даже если бы существовали соответствующие учебники.

Заметьте, авторы сомневаются не в возможностях школьников, не в проблемах человеческой психологии, не в объективных сложностях, с которыми приходится сталкиваться, развивая у людей логическое мышление. Они сомневаются (конечно, вполне справедливо) в способности современной системы преподавания провести программу в ближайшем будущем.

4.3. Риски революционной программы. Вернемся к программе Болтянского, Виленкина и Яглома. Авторы предлагали крупный выигрыш за счет перестройки и перетряски всей школьной математической программы за 5-10 классы («Арифметика», «Алгебра», «Геометрия», «Тригонометрия»), в реальности колмогоровской реформы это были уже 4-10 классы. В последующие годы, вплоть до 1966-1967 надежды на размер выигрыша росли. На максимуме проект программы содержал, например, кольца и модули.

Надо иметь в виду, что массовая математическая педагогика – знание экспериментальное. Хороший специалист может просчитать эффект от локальных возмущений того или иного курса. Результат глобальной перестройки просчитать не может никто. Вопрос усложняется тем, что школа (как единичная школа, так и общественный институт) – сложная социальная система, и надо просчитывать поведение таких систем. Рассчитывать в таких случаях можно только на эксперимент²¹.

1) Желательно предварительно написать учебники и задачки – без них такой проект невозможно оценивать. Кстати, если бы учебники Колмогоровского проекта появились бы до начала реформы, то никакой реформы бы не последовало бы – возмущение было бы всеобщим.

2) Так как перестройка глобальна, то возможности одновременного начала экспериментирования по разным классам нет. Эксперимент начинается в 4-ом классе, продолжается в 5-ом, потом в 6-ом, и т.д. Итого 7 лет.

3) Нужен еще год для оценки результатов (если, конечно, все порядке...).

4) Если все прекрасно, то запускается общая реформа, и через 7 лет происходит первый выпуск по ней.

Любой другой сценарий выглядит авантюрным. А при соблюдении перечисленных мер осторожности время ожидания обещанного результата оказывается порядка 17 лет, что уходит за пределы разумных горизонтов планирования.

В реальности эксперименты были начаты в 4ом классе в 1968г., а всеобщая реформа (тоже с 4ого класса) – через 2 года в 1970г., одновременно с началом экспериментирования по систематическим курсам планиметрии и алгебры (первые жесткие проблемы были связаны с этими предметами). В момент запуска общей реформы изданного полного комплекта учебников не было.

²¹ Доводы «против» было не так уж сложно сформулировать, и, вероятно, они формулировались. Но охваченные идеей реформаторства круги интересовались лишь доводами «за».

4.4. Риски нематематического характера. Математические курсы должны попутно развивать мышление школьника для дальнейшего понимания курса. Традиционно *школьная математика одновременно служила средством развития логического мышления и просто мышления, что имело общекультурное значение*²². Это предполагалось само собой разумеющимся, см., например, [Хин1961-1], [Сер1956]. Это было так в Российской империи, еще больше в СССР, и несколько меньше в 1990-2010х годах (каковая цель улетучилась в последнее десятилетие). Кстати, это было одной из причин хорошего отношения к математике в обществе. Понятно, что авторы старых учебников сознательно, используя свое разумение и огромный опыт проб и ошибок (своих и чужих) решали эту задачу.

Соответственно *революционная реформа потенциально несла опасности не только для математики*, но и для всей средней школы – возможный провал по самому благополучному школьному предмету мог принести целый букет иных неприятностей – и не только для школы.

По-моему, еще в 1946-1950гг. Я.С.Дубнов [Дуб1946], [Дуб1950] просчитывал идею гамбита – снятие с курса геометрии части общесоциальных обязанностей в обмен на возможность его модернизации. В принципе он предлагал переложить часть этих обязанностей на алгебру, но алгебра и без того их несла, а его предложения не выглядят вдохновляющими. Будучи опытным методистом, он понимал, что отказ от евклидовых традиций в геометрии – дело не вполне безобидное.

Он умер в 1957г., и, по-моему, дальнейшее реформационное движение гамбита не предполагало.

Тем не менее серьезное недопонимание сложности задачи общего развития школьников безусловно было. Деятели дополнительного образования работали с контингентом, не только отобранным, но и ранее обучавшимся (и продолжавшим обучаться) традиционным образом. В частности, они недопонимали проблемы работы в не очень заинтересованной аудитории с вкраплением агрессивных элементов. Недопонимали они и степени своей опоры на общеобразовательный стержень.

Колмогоров эту проблему вообще не понимал (мы обсудим этот в п.7.4).

4.5. Новые настроения, год 1965. Неудача с учебником Болтянского и Яглома случилась в 1964г. В тот год случились и иные события, речь о которых пойдет ниже, а мы перенесемся в следующий, 1965г.

В качестве памятника тогдашним настроениям приведу несколько цитат из программно-агитационной статьи Б. В. Гнеденко [Гнед1965] [Гнед1965] в последнем номере журнала «Математика в школе» (жирный шрифт - мой, Ю.Н., по ходу дела я вставляю краткие комментарии, после приводимых отрывков приведены дополнительные замечания).

Прежде всего отметим, что ни в одном школьном предмете нет и не может быть такого положения, чтобы он излагался почти в точности так же, как пятьдесят, сто и двести лет назад; чтобы в них

²²Эту обязанность должна была исполнять школа вообще, но математика играла особую роль.

ничего не сообщалось о результатах, тенденциях и возможностях современной науки. Ни в одном, если не считать математики. По школьным учебникам математики нельзя даже установить, что над миром пронеслась настоящая научная революция и что математика вошла во все области знания и практической деятельности в качестве мощного орудия анализа и исследования. Из учебника невозможно узнать, что сама математика уже не та, какой она была не только во времена Евклида и Птоломея, но даже во времена К.Гаусса, М.В.Остроградского или же Б. Римана и П.Л.Чебышева. Современное содержание курса математики дает поразительно мало возможностей увязать его с удивительными успехами науки и с волнующими задачами наших дней. Но даже то, что возможно, не делается. Нет спора, классическая математика школьной программы является основой всей современной математики и ее применений, но красотами первых камней фундамента трудно увлечься, если не увидеть хотя бы контуров здания, которое из них может быть выстроено...

Меня мучительно интересует вопрос о правильности традиционной схемы урока: повторение пройденного на базе опроса учащихся (как правило, наиболее слабых), объяснение нового материала, беглый опрос или решение задач у доски с целью выяснения степени усвоения вновь объясненных сведений. Не слишком ли много тратится при этом времени напрасно? Все ли это время используют учащиеся для активной работы над предметом урока? Приучает ли такая система учащегося к ответственности за порученное дело и не лишает ли она его какой-то доли самостоятельности?

Сейчас все чаще и настойчивее раздаются голоса о перегрузке учащихся, о невозможности расширения программы из-за недостатка времени. Об этом много пишут и газеты общего направления, и специальные педагогические журналы. Мне кажется, что во всех разговорах о перегрузке учащихся имеется значительная доля недопониманий. Я сам склонен говорить не о перегрузке, а о непопозволительном расточительстве времени, о крайне нерациональном его использовании. Речь может и должна идти о недопустимости перегрузки учащихся пассивным сидением, когда не развиваются способности, притупляется внимание, теряется интерес к занятиям. Я убежден, что в школе производительно используется несравненно меньше половины рабочего времени каждого учащегося....

Не преуменьшаем ли мы развитие современного школьника, который еще с дошкольных лет привык считать и читать графики? Не следует ли пересмотреть всерьез стиль школьного преподавания в сторону большей самостоятельности учащихся и большей напряженности их труда? Учебник должен привлекать детей, заставлять их думать, а не отпугивать и не усыплять...

... Вот почему важно продумать курс математики так, чтобы его изучение было интересно; содержание было современно, будило мысль и

развивало способности, а также открывало пути как в научную, так и в практическую деятельность...

Мы подошли теперь к основной задаче настоящей статьи и, пожалуй, к основной задаче современной школы - каким должен быть курс математики в школе? Я не буду при этом касаться сравнительно малочисленных школ специально математического или физико-математического направления, а буду говорить о школах общего назначения, охватывающих подавляющее большинство детей школьного возраста...

...в наших программах имеются и элементы аналитической геометрии, и основы теории пределов, и даже элементы дифференциального исчисления. Это так, но в ней нет элементов интегрального исчисления, которые могли бы работать уже в самой средней школе и многое упростить в изложении курса геометрии, а также физики.

Теория вероятностей в своих элементарных понятиях очень проста и доступна [Ю.Н.: она однако ж опирается на элементарную комбинаторику - предмет не столь уж простой для преподавания], *ее легко увязать, с одной стороны, с традиционным материалом алгебры, а с другой с тем, что сообщается в физике и химии, а также в биологии. Кроме того, концепция случайного так прочно вошла в современную практику, что без нее нельзя обходиться ни в физике, ни в технике, ни в экономике, ни в науках о живой природе. Необходимость введения элементов теории вероятностей в программы массовой средней школы ощущается многими педагогами у нас, ощущается она и в других странах. Недаром в США, Японии и Югославии уже сделаны попытки введения ее в программы средней школы и созданы пробные учебники* [Ю.Н.: Берегитесь, а то нас опередят]

Теория множеств - одно из изящнейших созданий математики XIX в. *легла в основу всей современной математики, а также многих концепций физики и техники. Немногие сведения, которые не займут большого времени, могут раздвинуть интеллектуальные горизонты учащихся...*

Математическая логика *за последние двадцать лет совершила буквально триумфальный марш, и не только внутри математики, но и в технической практике...*

Я убежден, что те первичные сведения о программировании, о которых идет речь, о кажут огромную услугу в последствии многим воспитанникам школы [Ю.Н.: это замечание было справедливым, но каждая новая добавка усиливала дальнейшую нерезиновость программы, к стати тогда надо было и обеспечивать доступ к ЭВМ]....

Я не касаюсь содержания курса геометрии, в последнее время у нас много и интересно об этом говорилось. В конечном счете идеи, выдвинутые в свое время Ф. Клейном [Ю.Н.: См. [Бор1914]]. *Именно эта «коренная перестройка» с опорой на геометрические преобразования окажется основным провальным элементом проекта, сохранили свое значение*

и теперь. Переход к этим идеям потребует коренной перестройки сложившегося курса геометрии, и этот переход следует совершить....

От педагога требуется, чтобы он сумел увлечь своим предметом, и работа учащегося проходила бы не под постоянным давлением принуждения, а под знаком увлеченности, личной заинтересованности. К сожалению, этого добиваются далеко не все учителя и по отношению далеко не ко всем ученикам....

Это уже конец 1965 года, статья Гнеденко - прокламация в поддержку начинающейся реформы Колмогорова, но почти все сказанное многократно было сказано до того, я цитирую именно ее лишь потому, что она удобна для цитирования.

Новым является то, что повышенные ставки теперь связаны не только с глобальной перетряской всей программы (об опасности чего уже говорилось выше), но и с переходом на новый стиль обучения в школе и на всеобщее увлечение школьников математикой. Такие надежды совсем удивительны: даже в отобранных классах и хороших вузах всеобщая увлеченность не достигается, а в мат.классах что-то не наблюдалось особо творческого отношения к другим предметам. Поэтому естественно было и не ожидать повального увлечения математикой в массовой школе.

Кстати, даже из приведенных цитат видно, что голоса против Реформы (о ней тогда уже говорили и писали) были. С какими-то неизвестными нам авторами спорят и Колмогоров с Ягломом в [КЯ1965].

5 Жак Дьедонне и Маршалл Стоун

Колмогоровская реформа была частью международного движения, математики изрядно начудили в ряде стран, во Франции, в США, в Бельгии, в Польше. Во Франции реформу разрабатывала комиссия под руководством Лихнеровича (одного из Бурбаков). Исследование тогдашних педагогических взглядов на Западе - отдельная работа, автор за нее не брался, читатель может найти много интересного в [Фей1965], [Кла1973], [Маш2006], [Фил2014]. Влияние транснациональных реформаторов на советских математиков и педагогов не вызывает сомнений (с другой стороны, это было время Sputnik crisis на Западе, мир наш взаимосвязан, быть может и наши реформаторы поспособствовали заграничным движениям).

Кроме того, застывание школьной программы было очевидным фактом, расчеты возможностей модернизации мирными средствами давали не очень оптимистичные результаты, по этой причине проекты революционной перестройки школьной программы (когда уже ничего просчитать нельзя) становились привлекательными, в конце 1950х–начале 1960х такие проекты были mainstream'ом тогдашних дискуссий о математическом образовании. Вряд ли случайно, что последовавшие реформы затронули страны с самыми сильными тогда математическими школами – США, СССР и Францию.

5.1. Бурбаки. Когда мы со сверстниками, будучи студентами мехмата,

обсуждали реформу учебников, то замечали, что реформа близка по духу к книге [Дье1975].

Дьедонне *Линейная алгебра и элементарная геометрия*.

Она была издана по-русски в 1975 году (перевод под редакцией И. М. Яглома), французские издания 1964, 1968, 1968. Книга содержала жесткую высокохудожественную критику традиционной школьной геометрии, отчасти справедливую (а вполне несправедливую критику никто слушать не будет), взамен предлагалась программа сомнительной осуществимости.

Дьедонне был членом влиятельной группы крупных французских математиков, выступавших под псевдонимом «Никола Бурбаки». В собственно математике они известны многотомным трактатом «Элементы математики» - труд, обладающий многими достоинствами и в целом полезный. Но понятность изложения не входит в число его свойств, и очевидно, что ее достижение не входило в цели авторов – отдельные представители Бурбаков, например, Серр или Диксмье, писали свои собственные книги достаточно понятно. Эта группа также имела взгляды на школьное математическое образование (которые, по-видимому, все же различались у разных членов группы). Процитируем книгу Phillips, Ch. J. *The New Math: A Political History*, 2014 [Фил2014].

Упор Бурбаки на упразднение устаревших методов также повлиял на реформаторов школьной программы. В речи 1959 года один из самых резких членов группы Бурбаки Жан Дьедонне провозгласил «Евклид должен уйти». Для Дьедонне евклидова геометрия была «мертвым грузом» с незначительным числом интересных вопросов и малой применимостью (relevance). Полезным кусочкам можно благополучно обучить за несколько часов, остальное имеет «такое же отношение к тому, чем математики (чистые и прикладные) занимаются сейчас, как магические квадраты и шахматные задачи». Математики могли бы найти лучшие способы для обучения строгим логическим и аналитическим методам. Дьедонне теоретизировал, что только вера и традиции удерживают Евклида в учебных программах. Хотя нападение концентрировалось на евклидовой геометрии, оно в итоге относилось ко всем устаревшим предметам.

Речь Дьедонне вызвала острые споры. Он выступал на Royaumont Conference – на математическом форуме по проблемам школьных учебных программ. Даже среди реформаторов мало кто сочувствовал почти полному изгнанию евклидовой геометрии из школьных программ. Однако провокационные речи Дьедонне оказали значительное влияние на американских слушателей [Albert] Tucker..., Howard Fehr..., [Edward] Begle, Robert Rourke, and Marshall Stone.

Упомянутые американские математики (среди которых такие знаменитости как Маршалл Стоун и Альберт Таккер) запустили реформу New Math в Соединенных штатах.

Во Франции была запущена реформа, возглавленная комиссией Лихневича. Вот образцы сентенций из французского школьного учебника ма-

тематики, Hachette, цитируется по книге Mashaal Bourbaki: *Secret society of mathematicians*, [Маш2006]:

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Подмножество I упорядоченного множества E называется интервалом E , если оно удовлетворяет импликациям*

$$(x \in I \text{ and } y \in I \text{ and } x \leq z \leq y) \Rightarrow z \in I$$

ТЕОРЕМА. *Тождественное отображение является единственным автоморфизмом поля вещественных чисел.*

Сложение и умножение функций определяет на множестве $L(V)$ эндоморфизмов векторного пространства структуру унитарного кольца [кольца с единицей]

[Дальше привожу английский перевод с французского, потому что перевести на русский это уже невозможно. Но смысл примерно понятен]

DEFINITION. *We say that an orthogonal endomorphism of ϕ of E_3 is a vector rotation to express the fact that the subspace of variables invariant under ϕ has dimension 1 or 3.* [Пытаюсь перевести: Движение пространства, оставляющее 0 на месте, является вращением, если подпространство его неподвижных точек имеет размерность 1 или 3].

В связи с французской реформой Понтрягин [Пон1980] цитировал слова, сказанные великим математиком Жаном Лерэ в 1976 году:

Развитие понятия множества в последнее время значительно расширило область применения и силу математических методов, но значит ли это, что преподавание математики юношам и девушкам должно быть основано на этом понятии, то есть проходить по схеме, принятой в прекрасном трактате Н. Бурбаки? Ответ может быть только отрицательным... Можно ли строить курс математики для юношества логически на теории множеств, то есть выразить сущность этой теории на простом и доступном языке? Во Франции это пытались сделать с самонадеянностью, основанной на непонимании, что не могло не привести к катастрофе...

Торжество методики, основанной на повторении многословных определений, имеет самые серьезные социальные последствия. С одной стороны, это отваживает от научного образования способных юношей, которые лишены привилегии иметь взрослого руководителя, способного объяснить им, что они правы, не понимая того, что им преподают, с другой стороны, это привлекает к занятиям как раз наименее способных и думающих учеников, которые учат наизусть и повторяют, не понимая смысла...

Извращенная ситуация, в которой оказалось преподавание математически дисциплин во Франции, в большей степени, чем в англо-саксонских странах, возникла из вполне законного стремления к прогрессу. Наши самые искренние и цельные реформаторы не сумели отстранить от этого дела шарлатанов, которые использовали их инициативу, например, тех, кто с легкостью написал толстые учебники, полные ошибок, и получил

преимущественное право на их переиздание, то есть воспроизведение ошибок. Сами учителя были подготовлены интенсивной пропагандой... Методисты боятся потерять авторитет, если исправят допущенные ошибки.

Я прочел двум, сменившим один другого, министрам национального образования Франции основное содержание министерских инструкций, имеющих целью ошеломить наших детей научными определениями прямой... Они признали, что не понимают сами того, что предлагают в качестве обязательных инструкций, однако инструкций не отменили.

5.2. Бурбаки и мы. Реформаторские голоса из-за границы доносились и в Советский Союз. Маркушевич, как высокий советский педагогический работник, много ездил за границу и участвовал в разных конгрессах, посвященных проблемам образования. В своих русских статьях он подробно отчитывался об услышанных им идеях (порой это сопровождалось вполне здоровой критикой), см., например, [Мар1957] и программную статью [Мар1964]. Ниже в списке литературы эти статьи почти не отражены, но библиография Маркушевича легко доступна [АЛМШ1978], [ГЛШ1958]. Ограничимся одной цитатой. Из рассказа Маркушевича о Международной конференции по народному просвещению в Женеве 1955 года [Мар1957]:

В связи с математическим образованием в средней школе проф. Пьяже поставил вопрос о том, как некоторые общие идеи современной математики (он сослался здесь на идеи Бурбаки) должны сказаться на построении курса математики в средней школе. Он сообщил, что Международная комиссия по математическому образованию, представляющая Международную математическую ассоциацию, и Международная комиссия по изучению и усовершенствованию математического образования пришли к выводу, что соответствующая реформа содержания математического образования не только возможна, но и может облегчить обучение математике.

Переводы бурбакистских проповедей разной степени радикализма издавались в СССР примерно с 1960 г, очевидно при чем-то благожелательном к ним отношении. В 1960 году в СССР была издана книга *О преподавании математики* Ж. Пиаже, Э. Бет, Ж. Дьедонне, А. Лихнерович, Г. Шоке, К. Гаттеню ([ПБДЛШГ1960], французский оригинал 1955, перевод А. И. Фетисова).

Что касается официальной точки зрения советской педагогики на колмогоровскую реформу в момент ее начала, то она излагалась в статье [БМ1975]. Упоминались Международные конференции по математическому образованию, конгрессы математиков в Амстердаме 1954 и Стокгольме 1962.

Про Амстердам:

*Международная комиссия по математическому образованию представила доклад, в котором содержалось предложение радикально перестроить школьный курс математики, положив в основу его понятия **множества, преобразования и структуры**. [Ю.Н.: слово «структуры» - визитная карточка Бурбаки]*

Про Стокгольм:

... большинство стран предлагает введение в школьный курс элементарной теории множеств, элементов математической логики, понятий современной алгебры (группы, кольца, поля, векторы)²³, начальных сведений по теории вероятностей и математической статистике.

Можно вспомнить яростную ругань В. И. Арнольда на Бурбаков (например, [Арн2000], [Арн2002]), и вообще, и в связи с колмогоровской реформой, и в связи с образованием во Франции. Цитируем Арнольда:

Мой учитель, Андрей Николаевич Колмогоров, очень меня убеждал, когда он начинал свою реформу, принять участие в этой реформе и переписывать все учебники, делать их по-новому и излагать, как он хотел, бурбакизировать школьную математику и так далее. Я категорически отказался, прямо чуть не поссорился с ним, потому что, когда он мне стал рассказывать свою идею, это был такой вздор, про который мне было совершенно очевидно, что пропускать его к школьникам нельзя.

Вот, что писал про Бурбаков яростный критик колмогоровской реформы Ю. М. Колягин [Коля2001], его комментарии не содержат прямых ссылок, но как будто он выступает как очевидец.

В 1966 г. очередное заседание Международного математического конгресса проходило в нашей стране. Одна из секций конгресса была посвящена математическому образованию. В его работе официально участвовали и Н. Бурбаки (пустое кресло с табличкой в зале). Вместе с профессором И. К. Андроновым я принимал участие в работе секции по математическому образованию. На секции речь шла о путях и средствах коренной реформы школьного математического образования.

Выступавшие, в основном сторонники реформы, говорили о ней как о деле уже решенном в принципе, важном и нужном. Те трудности, которые уже обнаружались на практике, объяснялись главным образом новизной подхода и неподготовленностью учителей. Следует заметить, что высшая школа оказалась в смысле реформы более консервативной и осторожной, чем средняя.

Подавляющее большинство отечественных математиков-педагогов и методистов (в том числе и автор данной книги) заразились этим новым «поветрием» с Запада. Никто тогда и не думал о том, какой урон нашей, отечественной средней школе нанесет эта реформа, как долго придется устранять ее последствия.

5.3. Мы без Бурбаков. Но вопрос о западных источниках Реформы, быть может, вторичен, наши революционеры и реформаторы всегда находят на Западе то что им самим созвучно. Книга [ПВДЛШГ1960] 1955, конечно, предшествовала первым проработанным реформистским программам в СССР, но люди, собиравшиеся изгнать Евклида были у нас и до того, например, упоминавшийся Я.С.Дубнов.

Стремление изменить курсы математики в 1959 году было объективным и рациональным, вопрос был в чувстве меры и способности просчитывать

²³То есть Колмогоров был не первый, кто предложил ввести в школьную программу группы, кольца и поля, он просто следовал лучшим зарубежным проектам.

последствия. Насмотревшись за много лет на наш ученый и математический мир, автор думает, что наличие мощной экстремистско-реформаторской группы в 60е годы было неизбежным. Проповеди Бурбаков и их единомышленников придавали нашим революционерам уверенность в своих силах, способствовали углублению их радикализма, а также давали аргументы в споре с оппонентами и в пробивании реформы в высших инстанциях. Кроме того, если все хором говорят одно и то же, то это превращается в общепринятое знание, а у говорящих и внимающих отключается критическое мышление. Тут мужи и жены науки ничем не лучше обычных людей.

Автор думает, что попытка реформы в духе проповедей обобщенных Бурбаков быстро остановилась бы при столкновении с действительностью, если бы во главе движения не оказались такие выдающиеся фигуры, как Маркушевич и Колмогоров.

6 Процесс пошел

6.1. Проект АПН СССР. В последнем номере «Математики в школе» за **1964 год** появляется программная статья Маркушевича [Мар1964]. Алексей Иванович много говорит о взглядах Бурбаков и Пиаже, сохраняя при этом осторожный скептицизм и не скрывая возможных опасностей (понятно, что он был человеком умным и высококвалифицированным). В той же статье сообщается, что **АПН разработала проект реформы** школьной математики. Описание не очень подробное (наверно, где-то в архивах еще лежат эти разработки), но в целом это близко к тому, что через 2-3 года явится на свет в качестве Колмогоровского проекта.

А дальше (см. [АГКЛШ1980]):

С 1965 по 1970 г. он [Маркушевич] возглавлял Комиссию по содержанию образования в школах СССР, созданную при Президиумах двух академий (АН СССР и АПН), в составе до 500 ученых для подготовки проекта реформы школьного образования.

Надо сказать, что ученые тогда были в большой чести. АН СССР едва ли могла вполне понимать проблемы школьного образования. А вот АПН СССР это было положено по штату...

6.2. Колмогоров вступает в игру. В какой-то момент (не позднее 1963 года) он становится председателем Комиссии по математическому образованию при АН СССР (отметим, что этот предмет шире, чем школьная математика, и Андрей Николаевич в этой должности выглядит естественно).

Первое документально известное выступление Колмогорова на тему школьных учебников состоялось 25 июня 1964 года на совещании в Минпросе РСФСР. Характерно, что основные докладчики - министр Е.И.Афанасенко и А.Н.Колмогоров. Судя по реферату в [Сов1964], выступление было реформистским, там есть ряд очень нехороших фраз, но размеры грядущих потрясений из опубликованного текста все же не видны.

Следующее появление Колмогорова [БМ1975]: В декабре 1964 года была организована уже упомянутая Комиссия по определению содержания среднего образования АН СССР и АПН СССР. Математическую секцию комиссии возглавил А.Н.Колмогоров. Комиссия разработала новый учебный план, по которому начальная школа ограничивалась тремя годами (вместо четырех). Дальше предполагалось предметное преподавание.

Это было глобальное решение по всей школе, в котором математики лишь принимали участие (впрочем, всю комиссию возглавлял Маркушевич). Интересно, что тогда было декларировано благое намерение о развитии факультативов в старших классах, не знаю, до какой степени его удалось реализовать. Но вообще факультативы в школах тогда в самом деле были. Стоит иметь в виду, что усложнение программ отбивает охоту к факультативам и у учеников, и у учителей. Интересно, что когда факультативы явно отмирали, Колмогоров призывал к 140-часовому факультативному курсу математики в 9-10 классах (декабрь 1978 года, [КоСа2012])²⁴.

Уже во втором номере (март-апрель) «Математики в школе» за 1965 год появляется материал для обсуждения *Объем знаний по математике для восьмилетней школы* [Объ1965], разработанный «группой членов Комиссии по математическому образованию математического отделения АН СССР (И. М. Гельфанд, А. Н. Колмогоров, А. И. Маркушевич, А. Д. Мышкис, Д. К. Фаддеев, И. М. Яглом)». Предлагается уплотнить программу восьмилетки (с переносом туда из старших классов показательной функции, логарифмов, плоскостей и прямых в пространстве и т.д) и ввести некоторые элементы для школьной программы новые (векторы,...). По-моему, это бумага в поддержку упомянутой чуть выше АПНовской программы, и это не удивительно, учитывая наличие среди авторов Маркушевича и Яглома. Характерно, что про старшую школу в материале ничего не говорится, но все это имело смысл прежде всего в отношении видов на старшую школу. И главное - мы видим, что Андрей Николаевич (который и был председателем Комиссии) в начале 1965 года уже присоединился к революционному проекту (три другие фамилии в дальнейшей истории реформы, кажется, не мелькали). Издалека можно еще заметить, что эти лица, будучи знатоками профессионально-математического образования, к массовой школе не имели отношения.

В том же номере журнала Колмогоров публикует оптимистичную ста-

²⁴ Буквально: *Факультативные занятия одно время получили довольно большое развитие, но потом интерес к ним стал угасать. Между тем последовательное проведение концепции общеобразовательного характера основного курса математики, избегающего не имеющих общеобразовательного значения технических осложнений, требует надлежащей организации занятий с теми учащимися, которые готовятся к работе в областях, тесно связанных с математическим аппаратом. В том числе следует самым широким образом удовлетворить и интересы учащихся, готовящихся к поступлению в высшее учебное заведение. 140-часовой дополнительный курс математики в IX-X классах мог бы содержать две большие дополнительные темы (комплексные числа с их применениями и комбинаторикой с началами теории вероятностей) примерно 20 часов и углубленное изучение всего курса с решением более трудных задач (примерно на 100 часов).*

тью [Колм1965]. Она выглядит чрезвычайно революционно (опора стереометрии на геометрические преобразования и векторы). С этого начинается поток публикаций Андрея Николаевича в журнале «Математика в школе», см. список в [Колм2003], больше 60 работ за годы реформы...

Колмогоров был человеком великих достоинств и великих заслуг, а тогда, в 1960е обладал огромным авторитетом. Его имя стало знаменем реформаторов, а сам он взял на себя ответственность за проведение реформы. Что касается деталей его участия, то они спорны. Не вызывает сомнений, что Колмогоров занимался учебником планиметрии. А программа Реформы, видимо, была в основном выработана до вступления А.Н. в большую педагогическую игру. Впрочем, Колмогоров лично поспособствовал радикализации программы.

6.3. Программа Колмогорова. Согласно [БМ1975], в 1965 году под руководством Колмогорова была разработана принципиально новая программа по математике. Она трижды обсуждалась на заседаниях Московского математического общества (03.03.1966, 21.04.1966, 22.11.1966). В 1966 она была опубликована (в качестве отдельной книги издательства «Просвещение», я не нашел ни публикации, ни точной ссылки), в 1967 появилась исправленная версия [Прог1967].

Последовал комментарий от общего собрания математиков АН СССР [Прог1967-м]. В комментарии приветствовалось введение элементов мат.анализа в школе (на самом деле в 1967 году эти «элементы» в школе были), отмечалась перегруженность программы (указывались группы, кольца и поля), а также отмечалось, что для введения программы необходимо организовать переподготовку учителей. Дабы улестить Колмогорова, одобрялось введение теории вероятностей в школу (кроме трудностей с введением теории вероятностей, ей должна была предшествовать комбинаторика, непростая для преподавания; комбинаторику можно было бы и ввести, но тогда надо было многим жертвовать). Отделение экономики АН СССР (Л. В. Канторович?) высказалось о программе положительно [Прог1967-э], но тоже отметило в программе странный элемент в виде колец и полей. Редакция «Математики в школе» отметила, что замечания обоих отделений относились к предыдущей версии программы (1966), и они уже исправлены в 1967 году. Итак, весьма сдержанные возражения были сняты, не успев быть опубликованными.

Так или иначе, программа поддерживалась и АПН СССР и АН СССР. А. Д. Александров в 1978 году [Стен1978], утверждал, что в 1966 году выступал против Колмогорова. Похоже (см. [Стен1978]), что Общее собрание Отделения математики АН СССР в 1966 году поддержало Колмогорова, не сознавая всего значения этого шага.

Были ли структуры, пытавшиеся оказать сопротивление, история на данный момент умалчивает.

В трех номерах Математики в школе [О-про1967-3], [О-про1967-4], [О-про1968-1] были опубликованы подборки коротких статей учителей, методистов, работников педвузов, общий объем этих трех подборок около 30 страниц (для

обсуждения столь глобальной и судьбоносной реформы не густо). Редакция журнала была к тому времени реформистской и естественно предполагать, что она соответствующим образом фильтровала поток корреспонденции (в дальнейшем, во время кризиса реформы и начала контрреформации наличие решительной «цензуры» очевидно). Тем не менее несколько крайне скептических статей было опубликовано. Несколько статей, начинавшихся с заздравиц, имели весьма тревожное продолжение (и если бы у революционеров было бы желание подумать, даже эта подборка давала к этому достаточно поводов).

В 1968г был опубликован окончательный утвержденный Минпросом СССР вариант программы [Прог1968] (с комментариями Колмогорова). Элементы теории вероятностей были изъяты («с сожалением» и «ввиду неподготовленности нашей школы к их введению»), комбинаторика оставлена. Кажется, другие изменения были несущественны.

Составители программы, как явствует из публикации 1967 года, - это **В. Г. Болтянский, А. Н. Колмогоров, Ю. Н. Макарычев, А. И. Маркушевич, Г. Г. Маслова, К. И. Нешков, А. Д. Семушин, А. И. Фетисов, А. А. Шершевский, И. М. Яглом** (сведения об этих людях в последнем разделе статьи).

Окончательная редакция пояснительной записки - Колмогоров, Маркушевич (арифметика, алгебра и начала анализа), Яглом (геометрия).

Все идеи радужны и прекрасны, но при взгляде на объем программы должны были встать древние вопросы, можно ли внедрить невнедряемое и впихнуть невпихуемое? И другой вопрос, который должны были задать уже вузовские преподаватели: а почему то, что должны будут понять все школьники, с такими трудами и с такими затратами времени идет в хороших вузах со старательно отобранными студентами²⁵?...

Ничего хорошего этот проект не предвещал. В действительности вышло еще хуже.

6.4. Список учебников. Были пущены в дело и утверждены следующие учебники (списки их авторов варьировались, в зависимости от издания, содержание тоже):

«*Математика*», 4-5 класс, Н. Я. Виленкин, К. И. Нешков, С. И. Шварцбург, А. С. Чесноков, А. Д. Семушин, Т. Ф. Нечаева — Под ред. А.И. Маркушевича, см. [ВНШСЧ].

«*Геометрия*», 6-8 класс, Колмогоров А. Н., Р. С. Черкасов, А. Ф. Семенович, Ф. Ф. Нагибин [позже появлялся А. В. Гусев], см. [КСНЧ1970].

«*Геометрия.*» 9 - 10 классы В. М. Клопский, З. А. Скопец, М. И. Ягодский (под редакцией З. А. Скопеца), см. [КСЯ1971].

²⁵ Я не видел таких голосов от математиков в печати. Учителя же недоумевали, почему та или иная тема, которая так тяжело идет в n -ом классе, должна с легкостью преподаваться в классе номер $k < n$? Причем, если $n \geq 9$, а $k \leq 8$, то это еще подразумевало разные множества школьников.

«Алгебра.» Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. С. Муравин, [С. Б. Суворова] (под редакцией Маркушевича), см. [МММ1970].

«Алгебра и начала анализа». Был учебник Б. Е. Вейц, И. Т. Демидов 9 класс [ВД1969] (под редакцией Колмогорова) Потом список авторов этого учебника уже за 9ый и 10 классы многократно менялся, добавились А. Н. Колмогоров, О. С. Ивашёв-Мусатов, Б. М. Ивлев, С. И. Шварцбурд, уже на излете реформы в 1980г. добавился А. М. Абрамов, а Демидов и позже Вейц из числа авторов выпали, см. [КВДШ1975].

Не берусь обсуждать учебник за 4-5 классы. Из остальных наиболее удачным (или наименее неудачным) был учебник «Алгебры» под редакцией Маркушевича. Наиболее неудачным был учебник стереометрии под редакцией З. А. Скопеца, об этом чуть ниже.

По всей видимости, коллективы авторов итогового комплекта учебников составлялись Колмогоровым и Маркушевичем лично, и сделано это было до начала экспериментов, см. [Вер2012].

7 Ошибки

Обсудим стратегические ошибки проекта.

7.1. Объем программы. Понятно, что программа была до невозможности перегружена. Форсированная гонка вперед вызвала не только перегрузку, она повлекла игнорирование учебных действий, которые были не нужны с логической точки зрения, но необходимы по психологическим причинам. Мне не хочется обсуждать это подробнее.

Думаю, что составители программы в действительности предполагали опустить часть материала, если учебники «не пойдут», см. [Колм1965-1]. О том, почему это не удалось, пойдет речь ниже.

Позволю лишь привести цитату [Колм1967], которая показывает степень начального энтузиазма (не знаю, была ли попытка реализовать именно эту идею).

Для IX-X классов при изложении стереометрии наиболее правильной кажется последовательно-векторная точка зрения. В VII-VIII классах на уроках математики и физики учащиеся привыкнут к обращению с векторами (на практике, по преимуществу лежащими в одной плоскости). Это позволяет в начале курса IX класса явно сформулировать аксиомы векторного пространства, пригодные в любом числе измерений, обратить внимание на одномерный случай скалярных величин и сформулировать аксиомы, выделяющие двумерный и трехмерный случаи.

7.2. Теоретико-множественная идеология в учебниках. Цитирую Понтрягина [Пон1980]:

Нет ничего предосудительного в том, чтобы в средней школе употреблялось «множество» как слово русского языка. Так, определение окружности можно дать в двух вариантах.

Первый: «Окружность состоит из всех точек плоскости, отстоящих от заданной точки на одном и том же расстоянии».

Второй: «Окружность есть множество всех точек, находящихся на заданном расстоянии от заданной точки».

Второй вариант определения окружности ничем не хуже и не лучше первого²⁶. И слово «множество» совершенно безвредно, а, в общем, бесполезно. Но в модернизированных учебниках и программах оно возведено в ранг научного термина, и это повлекло за собой уже серьезные последствия.

Да, эта теоретико-множественная идеология была вещью более серьезной, чем просто словоупотребление в стиле «два притопа, три прихлопа». В §1 уже приводились определения прямой и вектора из ранней версии «Планиметрии» Колмогорова. Пожалуй, определение вектора из учебника под редакцией З. А. Скопеца [КСЯ1971] стоит повторить.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *«Вектором (параллельным переносом)», определяемым парой (A, B) несовпадающих точек пространства, называется преобразование пространства, при котором каждая точка M отображается на такую точку M_1 , что луч MM_1 сонаправлен с лучом AB и расстояние $|MM_1|$ равно расстоянию $|AB|$.*

Если бы эта сентенция была бы просто «мебелью», а дальше шли бы человеческие пояснения, то вреда от нее было бы немного (впрочем, среднестатистическому школьнику пришлось бы заучивать эту глокую куздру в числе разных прочих определений²⁷). Беда в том, что дальнейшее изложение и дальнейшие пояснения шли на основании определения, которое нельзя понять. Хуже того, на основании не только его, но и введенного страницей ранее понятия «направления».

*В пространстве, как и на плоскости, сонаправленность лучей обладает свойствами рефлексивности: $h \uparrow\uparrow h$, симметричности: если $h_1 \uparrow\uparrow h_2$, то $h_2 \uparrow\uparrow h_1$, транзитивности: если $h_1 \uparrow\uparrow h_2$ и $h_2 \uparrow\uparrow h_3$, то $h_1 \uparrow\uparrow h_3$. Множество всех лучей, каждый из которых сонаправлен с одним и тем же лучом, называется **направлением** в пространстве.*

Вот еще пример искусственного размножения сущностей:

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Три ненулевых вектора называются **компланарными**, если лучи, задающие их направления, лежат на прямой, параллельных некоторой плоскости.*

Авторам надо было сказать, что векторы параллельны одной плоскости. Но просто так они этого сказать не могли, и сущность расцвела. Вектору соответствует направление, направление это множество лучей, луч лежит на прямой, а уже прямая, наконец, параллельна плоскости.

²⁶ В старых учебниках писали окружность – «геометрическое место точек», удаленных от центра на заданное расстояние. Замена «геометрического места» на «множество», по мне скорее положительно, но соответствовавшее множеству понятие было.

²⁷ В предшествующую эпоху было принято формулировать определения покороче и понятнее, и не преумножать их числа.

Стоит заметить, что это, конечно, не только «теоретико-множественная идеология», но и дурное ее исполнение.

А вот я открываю (несравненно более качественный) учебник «Алгебры» [МММ1970] за 6 класс, 1974. В его начале авторы вводят соответствия (бинарные отношения) между множествами. Они объясняют это на конечных множествах, а потом через это определяют функцию. Должен ли 6-классник это понимать? Должен ли 6-классник воспринимать кружочки со стрелочками как объекты однотипные с функциями вещественного аргумента?²⁸

Другой пример из учебника под редакцией З. А. Скопеца [КСЯ1971], 6-ое издание, 1980г.

Преобразование f [пространства] можно рассматривать как множество всех упорядоченных пар точек (M, M_1) , где $M_1 = f(M)$. Множество всех упорядоченных пар точек (M, M_1) определяет другое преобразование, отображающее M_1 на M . Такое преобразование называется обратным преобразованием к f и обозначается f^{-1} . Если $M_1 = f(M)$ то $f^{-1}(M_1) = M$.

Да уж, понятней не скажешь...

Ох, не просто так в 70х все были раздражены употреблением слова «множество».

7.3. Перестройка курса геометрии. «Теоретико-множественная идеология» в 70е годы была красной тряпкой для быка, но основную роковую роль сыграла не она.

Геометрия традиционно излагалась в духе Евклида. Реформаторы предполагали опереть курс геометрии на геометрические преобразования и на векторы, это была идея-фикс, существовавшая задолго до вступления Андрея Николаевича в игру. То, что это легко реализуется как абстрактная логическая конструкция вполне очевидно, и каждый достаточно грамотный математик может проделать такое упражнение. Но из этого никак не вытекает, что школьники поймут подобный курс²⁹.

Приведем длинную цитату из статьи Колмогорова [Колм1967] «*Новые программы и некоторые основные вопросы усовершенствования курса математики в средней школе*»:

Если я назвал действующие сейчас программы архаичными, то особенно это относится к геометрии. Составители проекта программ находились здесь в затруднительном положении, так как по существу следовало бы начинать не с составления новых программ, а с работы по выяснению

²⁸ А, скажем, использование в [МММ1970] скобок наизнанку, то есть]1, 2[для интервала от 1 и до 2, из «теоретико-множественной идеологии» никак не вытекает.

²⁹ Разумеется, возникают вопросы «почему?» и «что мешает?». Геометрические преобразования не являются простой для восприятия темой, ее очень-очень хочется иметь, но с нее никак нельзя начинать курс геометрии. Кроме того, возможности обучения этой теме сильно зависят от степени лояльности и контролируемости аудитории. Векторы сами по себе – тема терпимой сложности. А вот «решение геометрических задач с помощью векторов» школьники, не являющиеся математически мотивированными, воспринимают неожиданно кисло, этот род красот их не радует. Все эти обстоятельства сугубо экспериментальны.

желательной логической структуры курса геометрии. Ориентироваться здесь приходится по преимуществу на иностранный опыт, а на отечественную экспериментальную работу в школах – лишь в применении к младшим классам.

Основные тенденции перестройки школьного курса геометрии, уже нашедшие самое широкое признание, можно сформулировать в виде трех положений.

1) Формирование начальных геометрических представлений происходит в младших классах.

2) Логическая структура систематического курса геометрии в средних классах заметно упрощается по сравнению с евклидовой традицией. Развитие привычки к строгим логическим доказательствам на этом этапе соединяется с открытым признанием права принимать без доказательства избыточную систему допущений.

3) Курс геометрии в старших классах строится на основе векторных представлений. При этом естественно и обращение к координатному методу (однако в качестве вспомогательного, так как изложение не делается от этого обращения менее «геометрическим»).

.....
Проект программ предлагает начинать систематический курс геометрии в VI классе. Этот курс геометрии задуман не в духе евклидовой традиции, а в соответствии с вторым из сформулированных выше положений. По-моему мнению, хорошим образцом осуществления этого замысла остается французский учебник Эмиля Бореля, написанный еще в 1905 году.

Проблемны здесь п.2 и п.3. В качестве точки опоры указывается учебник Бореля, но в воинственной книге Дьедонне 1964г [Дье1975] евклидов подход к геометрии обличается с тех же позиций, что и у Колмогорова, и с теми же призывами, что у Колмогорова. Из чего вытекает, что французская школа по учебнику Бореля не училась. Вначале говорится про иностранный опыт, но он вроде бы относился к «выяснению желательной структуры». Реализуемость колмогоровской декларации на абстрактно-логическом уровне была несомненна, из чего никак не вытекало, что она пройдет в реальной жизни. Что касается, «самого широкого признания», то учебники еще не были написаны. Нельзя даже сказать, что широко признан был «кот в мешке», мешка с котом до 1970г. не было.

Думаю, что именно это оказалось основной причиной неудачи учебника Колмогорова, Семеновича, Нагибина и Черкасова – краеугольного камня всей реформационной программы. Несмотря на все таланты авторов и несмотря на все их усилия, школьники этот учебник не понимали. Он не поимел упрощенных наследников, хотя спрос на учебники геометрии разного уровня был, да и колмогоровское «лобби» оставалось мощным. Доселе используются не менее древний «Погорелов» [Пог1969], [Пог1982], и чуть более юные «Атанасян» [Ата1981] и «А. Д. Александров» [АВЛ]. Кстати, упрощенных наследников имели три учебника Колмогоровского проекта –

«Математика» 4-5, «Алгебра» 6-9, «Алгебра и начала анализа» 9-10 – их удалось откатить на приемлемый уровень сложности. Учебник геометрии был неоткатываемым.

Хотя с «Планиметрией» все вышло совсем плохо, со «Стереометрий» получилось еще хуже. Во-первых, основная идея перестройки для Стереометрии была еще более порочной, во-вторых, авторы (вообще-то люди известные в педагогических кругах) по уровню своих талантов далеко не дотягивали до уровня авторов планиметрического учебника. De facto получился учебник, который Колмогоров в 1978 назовет «определенно неудачным» [КоСа2012].

7.4. О математике, как об отчасти гуманитарном предмете. В советской школе геометрия традиционно была основным инструментом развития логического мышления у учеников. Стереометрия была также важным инструментом развития пространственного воображения³⁰.

Процитируем записку Колмогорова к Программе-1968 [ПроГ1968]:

Мы считаем, что практика преподавания геометрии в VI-VIII классах в настоящее время слишком часто направлена лишь на создание иллюзорной «строгости». Преподаватели математики из курса педагогических институтов хорошо знают, что все научные системы изложения геометрии на основе аксиом сложны, а список употребляемых при этом аксиом длинен. Но в школьной практике укоренился обычай указывать лишь «примеры аксиом». Самый список этих примеров обычно до смешного короток. По-видимому, учащимся ни разу не предлагают провести анализ какого-либо доказательства с выявлением всех лежащих в его основе аксиом. Между тем такое упражнение следовало бы настойчиво рекомендовать...

Здесь, как это ни печально, Колмогоров демонстрирует фундаментальное непонимание. Дореформенные учебники геометрии, особенно в начальной их части, не стремились к логической строгости в смысле профессиональной математики: параллельно с обсуждением начальных утверждений они на наглядном и не допускающем различных интерпретаций материале учили человека логическому мышлению и показывали полезность логики... Ученики, способные понимать строгие логические рассуждения не сваливались с неба, их исподволь готовили на рассуждениях имитированной строгости. Согласно предложению Колмогорова, из обучения математике предполагалось вынуть фундаментальную составляющую.

По поводу того, что получилось, процитируем А.Л.Вернера [Вер2012], соавтора А.Д.Александрова по учебнику геометрии (я сам не считал...)

В Колмогоровской «Геометрии, 6–8» в шестом классе ...: из выделенных там 38 утверждений почти две трети оставлены без доказательства, да ещё среди недоказанных утверждений много и не выделено. Учебник первого года систематического курса геометрии, который всегда двигался равномерно и последовательно на уровне строгости, доступной

³⁰Это рассматривалось как одна из целей предмета геометрии, см.[Чет1950].

ученикам этого возраста, стал прерывистым по своему содержанию: то что-то докажем, то примем без доказательства, затем снова что-то докажем, а затем снова примем без доказательства и т.д. ... Того, чего добивался А.Н. Колмогоров от своего курса геометрии — повышения его уровня строгости (в том смысле, который вкладывал в слово строгость А.Н. Колмогоров) и одновременного упрощения курса геометрии — у него не получилось.

Стоит иметь в виду, что вынутая из курса «Планиметрии» составляющая была не только необходима для обучения математике, прежде всего на ней основывалось гуманитарное значение математики. Прочитируем слова А.Д.Александрова по поводу непонятной школьной математики:

Вряд ли есть что-либо более вредное для духовного — умственного и морального — развития, чем приучать человека произносить слова, смысл которых он толком не понимает и при необходимости руководствуется другими понятиями.

7.5. График внедрения. Как я замечал выше, безопасное введение революционной школьной программы могло быть возможным не раньше, чем через 8-9 лет после начала широкомасштабных экспериментов. В 1968 году большая часть революционных учебников за 4-10 классы еще не была написаны, в 1968г. начались эксперименты по «Математике» 4 класса, а всеобщий переход на новую программу начался в уже 1970 году (см. [К-на-1970]). Осенью 1972 года до массовой школы дошли новые «Планиметрия» и «Алгебра», а 1975 году новые «Стереометрия» и «Алгебра и начала анализа». Первый массовый выпуск по новой программе тем самым состоялся в 1977 году.

8 «Успешный эксперимент»

8.1. О времени эксперимента и экспериментировавшихся учебниках. В декабре 1978 учебники Колмогоровского проекта стали предметом обсуждения общего собрания Отделения математики АН СССР [Стен1978].

КОРОТКОВ (зам министра просвещения СССР). *Достаточно сказать, что мы работали над учебниками 4-10 классов. Каждый учебник рассматривался в трех-четырёх вариантах со стороны разных групп авторского коллектива; затем в течение трех лет экспериментировался причем довольно широко, так как 7,5 тысяч школьников каждого класса учились по этим учебникам прежде, чем через три года он вводился как учебное пособие.*

Сказанное выглядит несколько загадочным. Дело в том, что ни подробнейшие списки работ Колмогорова [Колм2003], [Абр2016], ни библиотечные каталоги не видят «Геометрии» под редакцией Колмогорова ранее 1970 года, а в массовую школу он пошел в 1972 году. До 1970г. не видно и «Алгебры» под редакцией Маркушевича, а до 1968 не видно учебника

«*Математика-IV*» Виленкина и др. В публикации [К-на-1970], посвященной началу введения новой программы с сентября 1970, речь шла об экспериментах в 4 и 5 классах, но не в 6-ом.

В общем не было 3 лет экспериментов. Их было лишь два.

Следующий вопрос, о каких 3-4 вариантах учебников идет речь?

1) *Учебник математики для IV классов*. Здесь такие варианты находятся, они упоминаются в [В-мин1969], [К-на-1970]:

И. Г. Баранова, З. Г. Борчугова, *Математика: 4 класс* : - Москва : Просвещение, 1968. - 398 с.

Н. Я. Виленкин, А. И. Нешков, С. И. Шварцбург, *Математика: 4-й класс*, под редакцией А.И.Маркушевича, Москва : Просвещение, 1968. - 304 с.

С. А. Пономарев, П. В. Стратилатов, Н. И. Сырнев, *Математика: 4-й класс*, под редакцией В. И. Левина, Москва : Просвещение, 1968. - 272 с.

Н. А. Принцев, Л. Н. Принцева, М. И. Ягодковский *Математика 4 класс. Пробный учебник*, Просвещение, 1968

У всех этих³¹ пробных учебников были изданы продолжения за 5-ый класс, однако свой окончательный вердикт Коллегия Минпроса СССР вынесла 25.07.1969 по итогам первого года экспериментирования. Победителем стал учебник под редакцией Маркушевича.

2. *Систематические курсы планиметрии и алгебры за 6-8 классы*. Было известно, что планиметрией занимается лично Колмогоров, а редактором учебника алгебры был лично Маркушевич. Писание учебника – сложная и объемная работа. Если поставить себя на место тогдашних возможных авторов, то желающих писать учебник с гарантией того, что он не пойдет в жизнь, должно было быть не много. Быть может, я искал сведения о конкурентах недостаточно настойчиво. Но я смотрел в самые разные источники, где они должны были бы упоминаться, и упоминаний о таковых за 1968-1971гг. не нашел. В 1972г. (то есть, когда решение уже было принято и учебник Колмогорова пошел в массовую школу) появился учебник [БВС1972]:

В. Г. Болтянский, М. Б. Волович, А. Д. Семушин. *Геометрия, Эксперим. учеб. пособие для VI кл.* Москва : Педагогика, 1972. - 110 с.

Вряд ли он более удачен, чем учебник Колмогорова. Но будь он и таковым, это уже не имело бы значения. Подведу итог этой части обсуждения: **автору не удалось найти пробных учебников, которые конкурировали бы с «Геометрией» Колмогорова и «Алгеброй» под редакцией Маркушевича.**

3. «*Алгебра и начала анализа*» и «*Стереометрия*» за 9-10 классы. По «Алгебре и началам анализа» Е. С. Кочетков и Е. С. Кочеткова (авторы действовавшего тогда учебника) выпустили пробный учебник, 1969, 1971. Однако на учебнике Вейца и Демидова [ВД1969] сразу появились слова «под редакцией Колмогорова», что уже означало предпочтение.

Приведем цитату из академической стенограммы 1978 (судя по контексту, описываемый эпизод относится к 1974-75г.):

ШАБУНИН. *Несколько лет тому назад, когда впервые готовился учебник для IX класса, мне, как частному лицу, был послан на рецензию учебник для IX класса по Алгебре Вейца и Демидова. Было заседание в Академии педагогических наук, где присутствовали Андрей Николаевич и Алексей Иванович Маркушевич. Уже все было подготовлено к тому, чтобы учебник рекомендовать, потому что был конкурирующий учебник (тот учебник хотели, видимо, забраковать³²). По сравнению с ним теперешний учебник - сказка. Я не понимаю, почему такой учебник, прошедший несколько*

³¹ Существовал также экспериментальный учебник И. К. Андронов, Ю. М. Колягин, Е. Л. Мокрушин, Е. С. Беляева *Математика (множества, числа, фигуры, операции)*. Новое экспериментальное учебное пособие для 4 класса общеобразовательной школы, Просвещение, 1969, не знаю, ставились ли эксперименты по нему. Андронов руководил разработкой реформы младших классов.

³² Cf. [Колм1967-1].

рецензий, рекомендовали!? Грубейших ошибок я нашел не меньше двух десятков и свою рецензию передал Маркушевичу. Он сватился за голову, когда прочел. Было принято решение взять этот учебник за основу, добавить в авторский коллектив 2-3 человек. В течение месяца его переработали, грубые ошибки убрали, и теперь он появился как учебник IX классов.

Учебник Вейца–Демидова должен был пойти в эксперимент в 1973г. На мой взгляд, положительный исход этого эксперимента невероятен (автору не приходилось работать в регулярной школе, но в хорошем техническом вузе я преподавал 20 лет, на глазок примерить его на студентов могу). Авторами учебника, который спустя 2 года пошел в дело, были уже А. Н. Колмогоров, Б. Е. Вейц, И. Т. Демидов, О. С. Ивашёв-Мусатов, С. И. Шварцбурд. То есть это не учебник, который успешно прошел эксперимент, а другой учебник с другими авторами.

По «*Стереометрии*» существовал пробный учебник К. С. Барыбина.

По-моему, все эти четыре учебника, конкурировавшие за два предмета, были неудачны, что во многом было предопределено изначально правилами игры³³. Решающую роль в выборе, надо думать, сыграл не эксперимент, а точка зрения Колмогорова. Группу из З. А. Скопеца, В. М. Клопского и М. И. Ягодковского составил (согласно рассказу А. Л. Вернера [Вер2012]) лично Колмогоров, а их учебник был жестко прицеплен к учебнику планиметрии, что давало авторам дополнительное преимущество.

Вот такие данные об экспериментировании с альтернативными учебниками. По четырем номинациям исход конкурса предопределялся наличием грифа «под редакцией Маркушевича», под «редакцией Колмогорова», по пятой была прямая прицепка к учебнику Колмогорова. А желающих создавать учебник с гарантией, что он пойдет в стол, было немного.

8.2. Эксперимент в московской экспериментальной школе. Я учился по этим, тогда еще экспериментальным, учебникам с 4ого класса с 1968 года (то есть был в первом потоке обучаемых). Ничего не помню про 4-5 классы, а «*Геометрию*» Колмогорова помню.

Это была школа 710 г.Москвы рядом с метро Студенческая. Она была «экспериментальной школой» АПН СССР (это были ее лучшие времена, вскоре со сменой директора многое изменилось, вышло, что я вовремя ушел в 91 школу), состав учителей, конечно, был лучше, чем в средне-статистической школе. Наш класс был частью из района (район был, как сейчас принято говорить, хороший), частью был набран (не знаю, каким способом). Отношения между двумя половинами класса были нормальными, внутри класса никому не приходило в голову различать тех и других (те, кто ездил издалека, в среднем учились лучше), а оппозиция учителям и обучению, разумеется, была, но носила здоровый характер.

В общем, была школа с хорошим набором учеником и улучшенным набором учителей. По сравнению с обычной общеобразовательной школой условия весьма тепличные. Но это не вся правда.

У нас был факультатив по математике, который вела выдающийся педагог Михайловская Ариадна Юрьевна. Мне не удалось найти о ней каких-либо данных, кажется (но могу ошибаться) она имела титул «заслуженного», когда-то была учительницей в нашей школе, потом ушла куда-то вверх в структуры АПН. Факультатив она вела очень ярко и понятно (причем понятным это оставалось и потом), сильно выходя за рамки программы. Факультатив пользовался популярностью, как по причине своих достоинств,

³³ Например, учебник Погорелова не мог даже рассматривался как конкурент.

так и потому, что тогдашняя школа 710 вовсе не старалась угрузить учеников до предела обязательными предметами - учебная нагрузка была весьма сдержанной. Кажется, Михайловская провела у нас пару уроков математики, и люди на нее повалили. Фактически мы имели учебник плюс Михайловская, и этот набор был и более разумен и более понятен, чем просто учебник (в частности, она нормально рассказала про множества). На факультатив, конечно, ходили не все, но если предмет воспринимает часть учеников, то и остальные подтягиваются тусовочным образом.

Так или иначе, юридическая школьная программа, по существу, была встроена для нас в более широкие рамки. По мне это было очень хорошо, но эксперимент (у нас ведь проводился эксперимент) переставал быть экспериментом³⁴.

Не знаю, чему в итоге научились мои одноклассники. Мне учебник Колмогорова был интересным и полезным. Но здесь есть и другие «но». Я читал много другого, начиная с конца 4 класса, когда мне попала в руки книга Сергея Боброва «*Волшебный двурог*». Я читал какие-то пожелтевшие учебники геометрии, среди них был Киселев, но было и что-то более подробное и продвинутое, по видимому, это были какие-то пособия для учителей, которые я сейчас не могу опознать, там там было много дополнительного материала мелким шрифтом. Читал справочник Выгодского, читал Погорелова. Могу засвидетельствовать, что научно-популярная и педагогическая литература по математике тогда лежала в Москве в обычных книжных магазинах, и что качество массово издававшей тогда научно-популярной литературы было высоким. Программный материал по евклидовой геометрии³⁵ я обычно понимал до его прохождения, и учебник Колмогорова для меня был, отчасти, дополнительным чтением. Вполне можно было подивиться на упомянутое выше определение прямой (но определение вектора все равно, выражаясь современным языком, было *выносом мозга* для всех, включая учительницу и даже меня). Повторюсь, учебник Колмогорова был для меня полезным и интересным, но он не играл той роли, которую должен играть учебник, он был ПОСЛЕ восприятия начал евклидовой геометрии, а не ДО. А в смысле дополнительного образования эта книга, разумеется, хорошая и качественная.

Школа гордилась тем, что вводит новую программу и от души старалась сделать это как можно успешнее. Скорее всего, в Министерство и АПН был отправлен победный рапорт, хотя уверенности в этом у меня нет, а также есть сильные сомнения, что результаты прогона программы в самом деле были положительными. Возможно, что победный рапорт был отправлен и в отношении учебника «*Стереометрии*» Скопеца и «*Анализа*» Вейца-

³⁴ В 1967-1968гг. перед приемом программы критических голосов в публичное пространство прорвалось немного. Однако несколько авторов, см. [О-про1967-4], [О-про1968-1] в разной форме заметили, что факультатив предполагается в качестве необходимого дополнения к систематическим курсам.

³⁵ Помню, что при прохождении гомотетии меня удивило название, а не понятие, про саму ее где-то читал, быть может, у Глаголева. Задачи на гомотетию были интересными. Понятие сжатия для меня было новым.

Демидова, хотя спасти эти курсы обобщенная Михайловская могла бы лишь прочтя вперед курсы нормальные.

Первый услышанный мной скептический отзыв (1972) об этой программе исходил от учителя 91 школы г.Москвы Владимира Мироновича Саложникова...

Из академической стенограммы [Стен1978]:

М.И.ШАБУНИН (представитель физтеха) Представители министерства и Академии педагогических наук мне могут возразить, что эксперименты проводились. Но эти эксперименты носили локальный характер, сплошь и рядом они проводились людьми, которые состояли в штате или полустате Академии педагогических наук, и едва ли только на их опыте можно было основывать учебники...

8.3. От Тосно до Белоярского. Что все-таки известно из литературных источников об эксперименте 1968-1969 и 1969-1971гг. по 4-5 классам? Согласно информации [В-мин1969] о коллегии Министерства просвещения СССР от 25.07.1969,

Проверка проводилась во всех школах трех районов Российской Федерации (Суздальском районе Владимирской области, Тосненском Ленинградской области, Белоярском Свердловской области), во всех четвертых классах Севастополя, в некоторых школах Москвы, Новосибирска, Куйбышева и др., в небольшом числе классов почти всех союзных республик...

То есть относительно широкий эксперимент вроде бы ставился (хотя я встречал высказывания, что список выше не вполне соответствует действительности). Понятно, что рапорты в «Математике в школе» об учебнике Виленкина и др. были оптимистичны. Например, [К-на-1970]:

Как показывает первый опыт работы в IV-V классах, новые учебники оказывают положительное влияние на развитие учащихся...

Однако там же:

Так, например, в результате переработки пробного учебника IV класса оказалось возможным несколько упростить программу по математике для этого класса, найти более экономные методические приемы изложения материала, отработать более эффективную систему упражнений. В результате переработки первого варианта пробного учебника по математике для IV класса он был сокращен на 15-20 процентов.

Свидетельствует ли это о больших успехах или это эвфемизм, необходимый в передовице «Математики в школе»? Снова ссылаемся на [В-мин1969]. При переходе от 1968-69 к 1969-70му учебному году:

Из пособия исключены такие вопросы «Как раскрывать скобки?», «Сокращение частного», «Распределительный закон деления», «Геометрия вокруг нас», «Измерения величин», «Правила и формулы». Сокращено количество упражнений с 1613 до 1368. После доработки объем учебного пособия сократился на 1.5 листа.

В том же номере Математики в школе, где объявлялось о начале обучения в сентябре 1970г. по новой программе, на следующей странице сообщалось [Вним1970]:

Вниманию учителей математики четвертых классов и руководителей методических объединений

О ВРЕМЕННОМ СОКРАЩЕНИИ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ДЛЯ IV КЛАССА

Главное управление школ Министерства просвещения СССР сообщило, что впредь до перехода в четвертые классы учащихся, прошедшим обучения по новым программам начальной школы, в изучение учебного материала по математике вносятся следующие изменения

*1) Исключаются разделы *Окружность и круг, ... Измерения на местности.**

Далее сообщается об исключении задач с указанными номерами, всего 230:

Время, высвободившееся за счет названных сокращений, должно быть использовано для более глубокого изучения программного материала по математике.

Итак после двух прогонок учебника Математика-IV ряд тем передвинулся в следующий класс, а число задач сократилось на 30 процентов. Разумеется, задачи сокращались и по темам, которые должно было углубленно изучать.

Очевидно, что первые два года эксперимента прошли, по меньшей мере, не вполне благополучно³⁶.

Выше я не просто так обсуждал, было ли два года эксперимента или три. Разница была принципиальной. Через два года после начала экспериментирования по пропедевтическому курсу IV-V классов одновременно 1 сентября 1970 года началось экспериментирование по систематическим курсам геометрии и алгебры в VI классе, а также началось всеобщее внедрение новой программы в IV классе.

Мосты были сожжены.

9 Столкновение с действительностью

9.1. Сентябрь, 1972. Вслед за началом «успешного эксперимента» в 1968 году (но вовсе не после эксперимента), с 1970 года новые учебники начали с 4 класса вводиться по всем школам. Курс «Математика» за 4-5 класс был пропедевтическим, и, скорее всего, неплохим (ранних версий этого учебника у меня нет, а мои воспоминания крайне смутны). Но учебник этот не оправдал возлагавшихся на него чрезмерных пропедевтических надежд.

³⁶Надо заметить, что систематические курсы геометрии и алгебры предполагалось опереть на эту самую пропедевтику 4-5 классов. Фактическое сокращение программы по 4-5 классам таким образом подмывало землю под систематическими курсами.

Когда волна докатилась до 6 класса (до «*Геометрии*»), стало ясно, что школьники новых учебников не понимают. В сентябре-октябре 1972 года школа испытала первый шок. Кстати, в тот год по свидетельству Колягина [КСТ2001], была отменена годовая оценка по геометрии, я наткнулся на свидетельства, что кое-где отменялись и оценки по геометрии за первую четверть.

9.2. Битва в пути. Был выдвинут лозунг: «*учителя не готовы к работе по новой программе*». Это соответствовало истине, так же, как истине соответствовали слова, которые вслух произносились не всегда, но всегда подразумевались «*Учителя (часто) и сами этих учебников не понимают*». Но это скрывало другую, более печальную, истину, что новый комплект учебников никуда не годился ни при каких учителях и на реальных детей рассчитан не был³⁷.

В физмат-школах учебники работали, но фактически физмат-школы учились по расширенной программе. Тамошние учителя вставляли содержание учебника Колмогорова (как до того и после того содержание иных учебников) в более широкие рамки (тот же эффект, что и в описанном выше эпизоде с А. Ю. Михайловской, но в еще более рафинированной форме). За исключением небольшого круга школ (или даже классов), этот подход уже не мог работать (или требовал фактического раздувания учебной нагрузки). В каких-то случаях расширение рамок могли провести родители.

Предпринимались отчаянные усилия по усовершенствованию учителей, их надо было обучить новой программе, а потом методике преподавания по ней. Для этого надо было усовершенствовать институты усовершенствования учителей.

Учебники исправлялись, программа сокращалась...

Ничего не помогало. С каждым годом в зону реформы втягивалось все больше школьников, срок пребывания ранее втянутых школьников в этой странной образовательной зоне увеличивался. Авторы учебников имели в виду развитие творческих способностей школьников. В действительности, получилось наоборот, школьная математика стала превращаться в шаманский набор заклинаний.

А тут подоспел и учебник геометрии для 9-10 классов под редакцией З. А. Скопеца. В итоге в 1977 году был отменен выпускной школьный экзамен по геометрии. Отменен навсегда. В декабре 1978 года Колмогоров назвал этот учебник «определенно неудачным» [КоСа2012], но ведь он был «определенно неудачным» с самого начала (а первая версия вышла еще в 1969 году).

Учебники алгебры были неудачны, но далеко не до такой степени, основной проблемой была всё же геометрия.

Мне попалась забавная книга [БЛ1973] Болтянского и Левитаса «*Математика атакует родителей*», 1973, построенная в виде беседы родителей.

³⁷ И еще одну истину, не столь значимую, но забавную: даже авторы учебников не всегда понимали, что они написали.

Ее герои обсуждают новую программу, сами ее постигают, и в итоге проникаются. Переиздана в 1976 году. Была и такая попытка воздействия на общее мнение. Книга эта была, наверно, в определенном смысле и неплохой. Более печальный памятник тогдашним настроениям – сборник [ММЧ1978], вышедший в 1978 году.

По-видимому, часть учителей динамила программу и вела по старым учебникам (у нас не тюрьма народов!), иные уходили из школ по выслуге лет...

Годы шли, а надежды на усовершенствование учителей и на постепенную отладку учебников не оправдывались... Идея «трудностей роста» выглядела все более сомнительной.

9.3. Тучи сгущаются. А профессиональные математики молчали (хотя не понимать происходящего было невозможно)...

Что касается учителей, то коль скоро они были обвинены в нехватке квалификации, то их никто не слушал (это кстати, известная стилистика при проведении наших реформ, когда много позже вузовская профессура стала возражать против ЕГЭ, ее заклеили в поголовной коррумпированности, и больше на голоса из вузов можно было не обращать внимания).

Но другую сторону – миллионы возмущенных родителей, которые, видимо, не достаточно внимательно изучили книгу Болтянского и Левитаса, было невозможно не услышать.

Летом 1977г. обучавшиеся по новой программе школьники начали поступать в вузы. Против реформы открылся новый фронт, теперь уже из вузовских преподавателей.

22 декабря 1977 г. ЦК КПСС и правительство выпустили постановление [ЦК1977] «*О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду*», где, в частности, говорилось

Школьные программы и учебники в ряде случаев перегружены излишней информацией и второстепенными материалами, что мешает выработке у учащихся навыков самостоятельной творческой работы.

К каким именно предметам это относилось, в постановлении не уточнялось, но с одной стороны, о ком идет речь прежде всего было ясно, с другой – до сведения кого надо ЦК довело опущенные в тексте постановления детали (вообще информацию, отсутствовавшую в газетах, было принято доводить до сведения на закрытых собраниях). Минпрос СССР задумался о смягчении программ. Минпросу РСФСР вся ситуация сильно не нравилась. Внешне все было тихо, новая программа стояла непоколебимо.

9.4. Реформаторы в ловушке. Итак, власти предложили математикам сократить программы. Вообще-то выкидывание тем в конце курса – вещь очень неприятная для читающих, но с технической точки зрения она не представляет проблем (если только это не базовый курс, от которого многое потом зависит). У реформаторов, разумеется, не было желания отбрасывать такие темы. Но действительным камнем преткновения была

«Геометрия» Колмогорова 6-8 классов, начиная уже с 6-ого класса. Для упрощения учебника необходимо было отказаться от его идеологии и написать новый учебник. Но это означало бы открытую контрреволюцию.

10 Оверкиль

10.1. Выступление академиков. Весной 1978 года при Минпросе РСФСР была создана контрреволюционная комиссия во главе с академиком А. Н. Тихоновым и методистом Ю. М. Колягиным. Колягин, как он и сам позднее признавал, долгое время был сторонником реформы, и приложил много сил к проведению реформы в жизнь (в частности он был автором многих пособий по новой программе, например, [ГКР1973]).

10 мая 1978г. Бюро Отделения математики АН СССР издало постановление, где, в частности, говорилось

1. Признать существующее положение со школьными программами и учебниками по математике неудовлетворительным как вследствие непримлемости принципов, заложенных в основу программ, так и в силу недоброкачества школьных учебников.

2. Считать необходимым принять срочные меры к исправлению создавшегося положения, широко привлекая, в случае необходимости, ученых-математиков, сотрудников АН СССР, к разработке новых программ, созданию и рецензированию новых учебников.

3. Ввиду создавшегося критического положения в качестве временной меры рекомендовать рассмотреть возможность использования некоторых старых учебников.

В декабре 1978 г. состоялось общее собрание Отделения математики АН СССР [Стен1978]. На собрании выступал зам.министра просвещения СССР В. М. Коротков, который предлагал несколько уменьшить школьную программу и продолжить реформу. Выступали представители Минпроса РСФСР Г. П. Веселов и Ю. М. Колягин, которые были противниками Реформы. Кроме того, против реформы содержательно выступал представитель Физтеха М. И. Шабунин.

Со стороны академиков главными атакующими были А. Н. Тихонов, В. С. Владимиров и Л. С. Понтрягин. Жестче всех, разумеется, был Лев Семёнович (он был известен «суровостью характера»). Но основное нападение, видимо, вел Тихонов, который рассчитывал перехватить в свои руки контроль над изданием учебников. Критика была аргументирована, а общее мнение, по-видимому, выразил А. Д. Александров: *и так всем ясно, что в общем положение неудовлетворительно.* Говорилось о необходимости срочно создавать новые учебники, объявлять конкурс, и о том, что нужны промежуточные учебники для тех, кто уже учится по действующей программе. Академики не хотели возвращаться к старым учебникам (хотя Владимиров на собрании о возможности их временного использования говорил).

Обсуждение достаточно интересно, но я его не реферирую. На стороне Колмогорова были Л. В. Канторович и С. Л. Соболев, которые говорили много. Приведу лишь пару характерных фраз:

КАНТОРОВИЧ: *Так мне представляется, что большая работа по созданию новых учебников, которая была проделана, это просто гражданский подвиг Колмогорова.*

СОБОЛЕВ: *Моя точка зрения в том, что новые изменения, это есть крупное достижение... Это все огромная работа, проделанная Министерством, а также группой математиков во главе с А. Н. Колмогоровым. Безусловно, очень много осталось погрешностей... Главным образом они объясняются, видимо, слабой подготовкой учителей.*

Еще один интересный момент

ТИХОНОВ. *Я по этому поводу вчера говорил с Министром высшего и специального среднего образования В. П. Елютиным.*

Он говорил, что мы «не предполагаем знаний математического анализа у поступающих в вузы, и вопросы по разделу «Математический анализ» включаются в билеты для поступающих в вуз только по моему указанию». С его точки зрения, знания по этому разделу важны для тех учащихся, которые пойдут в вуз³⁸.

В отношении всего курса математики он сказал так «Лучше меньше, да лучше»..

От себя скажу, что математики в вузах энтузиазма по отношению к матану в школе, как будто, никогда не испытывали (хотя на знакомство студентов с производной фактически, но не юридически, опирались, и знакомство это было полезным).

Собрание проголосовало. Предыдущая резолюция была существенно смягчена:

1. Признать существующее положение со школьными программами и учебниками по математике неудовлетворительным.

Кроме того, было сказано

2. Считать вновь представленную Министерством просвещения СССР программу по математике для средней школы неудовлетворительной.

Вопрос о возможности использования старых учебников больше не поднимался (цели академиков были уже иные).

За резолюцию было 26 человек, воздержались то ли трое, то ли двое. Сколько было всего голов было тогда в Отделении, я не считал.

10.2. Публичная полемика. Цитирую Понтрягина [Пон1998]:

В связи с развернувшейся на страницах упомянутого журнала [«Математике в школе»] дискуссией академик-секретарь Отделения математики

³⁸ Смысл этой фразы может показаться непонятным. Среди тогдашних прореформаторских речей мелькала сентенция, что нельзя лишать не поступающих в вузы знания анализа.

АН СССР Н. Н. Боголюбов попросил журнал опубликовать полный текст решения общего собрания Отделения по этому вопросу (копия письма была послана министру просвещения СССР). Главный редактор журнала Р. С. Черкасов счел целесообразным ответить отказом...

Колягин утверждает, что резолюция АН СССР не была опубликована из-за позиции Минпроса СССР. В третьем номере журнала все же была опубликована статья академиков Владимирова, Понтрягина и Тихонова [ВПТ1979], в четвертом номере был ответ академиков Канторовича и Соболева [КаСо1979].

В июне 1979 года умер Алексей Иванович Маркушевич (1908-1979). Его последняя посмертная статья в защиту реформы была опубликована в «Математике в школе» в том же 1979 году [Мар1979].

Математическая общественность не прекращала песни об отсталых учителях. Из телевизора и из уличных матюкальщиков гремел встречный голос Аллы Пугачёвой (чьими только устами не может глаголать истина).

10.3. Сокращение 0.5 часов. В конце 1977г. реформаторы недооценили сложность своего положения – как жестокости содержательных проблем с учебниками, так и степени общего раздражения – быстрых действий по упрощению программы предпринято не было. В начале 1979г. Министерство сообщило о сокращении 0.5 часа на «Алгебру и начала анализа» в X классе на 1980-1981 учебный год. Последовали беспорядочные сокращения по алгебре и анализу – действовавший учебник возник путем спешной переработки к 1975г. учебника [ВД1969] и на предмет возможности сокращений он продуман не был. Надо было переписывать учебник.

10.4. Позиционная война. События происходили и в непубличном пространстве.

Тихоновцы начали писать новый комплект учебников.

Министр просвещения СССР М. А. Прокофьев предложил А. Д. Александрову исправить учебник стереометрии, см. [Вер2012]. Сделать это было невозможно, и Александр Данилович засел в 1979 году писать учебник стереометрии.

Относиться к этому можно двояко: с одной стороны в этом можно видеть борьбу академиков за хлеб насущный, с другой стороны ведь необходимо было что-то делать и делать быстро.

В Харьковской области начались опыты с учебником А. В. Погорелова (он сам был из Харькова). Тихоновцы написали учебники и приступили к их экспериментальной обкатке. А. Д. Александров издал свой учебник как серию препринтов, и он начал обкатываться в нескольких ленинградских школах.

Так или иначе, никаких крупных решений не было, власти, надо думать, надеялись, что учебники упростят, реформаторы технически не могли этого сделать без отказа от «Геометрии» Колмогорова. Наверно позиционная война могла бы тянуться еще годами.

Возможностей для публичного обсуждения в профессиональных изданиях не было. Главред (1958-1991) журнала «Математика в школе» Чер-

касов входил в число авторов комплекта учебников, лично Колмогоров был членом редакции, да и большая часть редакции была реформистской. Триплет академиков смог пробиться в журнал, но вообще журнал со второй половины 1960х был «не местом для дискуссий». «Успехи математических наук» не стали бы публиковать статей против Колмогорова (да и главредом был ближайший друг Колмогорова – П. С. Александров).

Понтрягин каким-то образом (см. [Пон2008]) нашел ход в главный журнал ЦК КПСС - «Коммунист». Смертельная статья [Пон1980] *О математике и качестве её преподавания* вышла в сентябре 1980 года.

Реформе настал конец.

11 Головокружение от успехов (вместо заключения)

11.1. Реформация. Посмотрим на всю эту историю «с птичьего полета». Откуда же проистекла эта роковая стратегическая ошибка?

Еще раз напомним, что 50-60е годы были временем расцвета дополнительного школьного математического образования, кружки, олимпиады, факультативы, лекции для школьников, массовый выпуск разнообразной популярной литературы. Тогда же в Москве появились матшколы.

Участники этого движения были разными. Самый яркий и известный деятель – Николай Николаевич Константинов – был весьма умеренным, не рвался кому-либо силой навязывать математику, к раздуванию программ не стремился, а мат.школьный «мат.анализ» организовал по принципу «бега на месте». Это нетривиальное педагогическое решение оказалось более удачным, чем казавшиеся более естественными движение вверх или развитие элементарной математики на ее собственной основе³⁹. Но это была именно методика «Константиновской системы» (в конце 70х в нее входили 179, 91, 57 школы Москвы, ранее также 7 и 444), см [Нер2021-1].

Судя по всему (см. [Мар1964]), основной замысел реформы сложился в конце 50х-начале 60х годов внутри определенной тусовки, которая частью была связана с дополнительным школьным математическим образованием, а частью входила в советскую педагогическую элиту (причем эти два подмножества сильно пересекались). Если посмотреть на мелькающие в связи с реформой фамилии, то они, в основном, были известными и заслуженными людьми педагогического мира, авторами учебников (в том числе массовых), популярных книг, методических пособий, наименее известные из деятелей реформации однако обнаруживаются среди победителей конкурса учебников 1962-1964 (см. следующий раздел статьи).

³⁹Забавно, что такая точка зрения в чем-то была близка к старым традициям русской и советской школы: курсы математики были ориентированы на развитие разума и до начала 60х не стремились раздуванию формального объема информации.

Колмогоров не имел опыта работы ни в массовой школе, ни в высшей школе на нематематических специальностях. Он мог что-то недопонимать. Но почему эту разницу не понимали участники тусовки? Они в самом деле общались со школьниками, но обычно не со случайными школьниками, и обычно в обстановке, отличной от регулярного урока. Идея, что в школах неправильно учат, была для этой тусовки вполне естественна. Идея была отчасти справедливой (в тусовке были и методисты, имевшие возможность наблюдать это воочию). Но конструктивный ответ «Как правильно?», если речь идет не о 0.2 процентах школьников, а и обо всех прочих тоже, дать было совсем не просто.

В принципе, школьникам можно рассказывать много элементарных сюжетов из неэлементарной математики, если те слушают добровольно и ничем никому не обязаны (или если они тщательно отобраны). При переходе сюжета в обязательный он, в среднем, теряет привлекательность, потому что у ученика не остается выбора, понимать его до конца или пропустить. То, что было бы двигателем познания, превращается в препятствие. Точно так же в случае добровольности рассказ не окажется ловушкой для рассказывающего - не поняли, так и не поняли. А. Ю. Михайловская (о которой говорилось выше), среди прочего, на факультативе рассказала семиклассникам (неспециализированного класса...) про производную (лучше, чем это обычно делали в хороших технических вузах). Это в принципе можно, если школьники не случайны, если их не обязывают это в дальнейшем знать, и если ты Михайловская. Если, если, если...

Всё могло бы кончиться благополучно, остановившись на уровне учебников Кочетковых и Погорелова, нереальные мечты были бы оставлены при столкновении с действительностью... Но даже авторы Программы-1959 рассматривали ее как недостаточно решительную и мечтали о революции...

Маркушевич в 1964 году по каким-то причинам оставляет пост заместителя министра просвещения и снова становится вице-президентом АПН. Настроения в АПН, судя по разработанной к 1964 году, были революционными, в 1965-1968 году в математическую группу вводят новых членов, и она вполне становится революционным центром (см. ниже список членов).

Колмогоров уверовал в уже существовавшую программу элитной педагогической тусовки, подкрепленной аргументами от группы Бурбаки (а там люди были грамотнее некуда, как впрочем и Маршалл Стоун в США). И он имел все основания считать, что опирается на лучших представителей советского педагогического мира (оно так и было, но это была неслучайная выборка из подобных представителей), что многое уже просчитано и продумано.

Так или иначе, без участия Андрея Николаевича Колмогорова Революция вряд ли могла бы воплотиться в жизнь в виденных нами формах, и, как это ни грустно дополнительно признать, он внес в революционную программу и свой собственный вклад⁴⁰.

⁴⁰Это идея строгого построения геометрии (и в том числе более строгого, чем это было в учебнике Киселева). Идея учебника «Стереометрии» на основе векторов и движений

11.2. Контрреформация. Почему математики молчали? Потому что человек, открыто выступивший против, стал бы мишенью для научных кланов, поддерживавших Колмогорова, (даже без команды «Ату!», а просто по общепринятым правилам игры). Параллельно, выступивший вышел бы из под зонтика своего клана, потому как на объявление клановой войны его никто бы не уполномочил...

Впрочем, выступления, наверно, были. Известно [КоСа2012] «*Мнение совета отделения математики механико-математического факультета МГУ*» о том, что учебники нуждаются в серьезной доработке (к сожалению, документ в публикации не датирован, по содержанию это похоже уже на осень 1978 года, то есть Бюро отделения математики АН СССР уже высказалось). И при нем особое мнение С.Б.Стечкина: *Вопрос о том, что... черного кобеля не отмоешь добела*. Но это уже осень 1978 года, когда встречный ветер начал подниматься. Похоже на то, что А. Г. Курош (1908-1971) относился к школьно-педагогической деятельности Колмогорова отрицательно (в [Шир2003] приводится обширное письмо Колмогорова Курошу от 5.1.1964, но из письма не понятно, на что в точности А. Н. возражает).

«Бунт» академиков случился уже после постановления ЦК, при поддержке Минпроса РСФСР, при поддержке вузов. Вот тогда-то академики и не испугались.

Выступление академиков было общим, понятно, что почти всем реформа сильно не нравилась, но, конечно, дискуссия декабря 1978 года имела клановую структуру.... Все равно надо хоть и за это академикам сказать «спасибо».

Положение усугублялось тем, что в ходе реформы было произведено «сжигание мостов». Если в отношении «*Алгебры*» и «*Элементов анализа*» еще был возможен отход на позиции, близкие к предреформенным, путем упрощения реформистских учебников (и в итоге это было сделано), то упоминавшаяся в п. 4.5 «коренная перестройка сложившегося курса геометрии» влекла необходимость обратной «коренной перестройки».

Начавшийся после выступления Л. С. Понтрягина выход из ловушки оказался мучительным.

Но ни крупных деятелей, ни общественных структур, которые вполне честно искали бы разумный выход, не оказалось. АПН, в чьем ведомстве были учебники, погрязла по уши в реформе. Академия наук СССР, 7 лет доброжелательно наблюдала за начинавшейся реформой, а потом пять лет спокойно взирала на безумие в школе. Теперь началась схватка академических кланов на ниве просвещения. Тихонов стал захватывать математику в школе в свою сферу влияния. Колмогоров не хотел уходить. Великий геометр А. Д. Александров написал свой учебник по Стереометрии. В этой битве бизонов (при всех личных достоинствах ее участников) не могло быть честного судейства, и никто, кроме оных, не имел шансов вмешаться. Уже позже, в 1986-88 гг проводился новый конкурс учебников. Он, как и конкурс

продвигалась также Фетисовым и Ягломом, но без вмешательства Колмогорова она могла бы принять чуть более мягкую реализацию.

1962-1964 годов, был официально конкурсом тайным, но теперь на нем под девизами «скрывались» уже опубликованные учебники от академиков⁴¹.

М. А. Прокофьев, который в течение всей этой истории был министром просвещения СССР (1966-1984), напоследок сделал разумный шаг - в 1982 году пустил «Погорелова» в дело (написанный в конце 60х учебник Погорелова совсем не идеален, см. комментарий при ссылке [Пог1982]⁴², но в целом он был добротен, уже был «под рукой» и был известен). Решение, по-видимому, было продвинуто Виноградовым и Понтрягиным. Первый школьный выпуск по «Геометрии» Погорелова состоялся лишь в 1987г. До этого в старших классах использовался учебник Скопеца⁴³

Если не считать учебника Погорелова, то нива просвещения в итоге была поделена между тихоновцами и колмогоровцами (правда учебники имени колмогоровского проекта сменили авторов и содержание), А. Д. Александров остался, но оказался оттесненным в уголок.

Протицируем В. И. Арнольда

Уважаемые мною люди, А. Д. Александров, Погорелов, Тихонов, Понтрягин [Понтрягин – оговорка] — все приняли участие и все написали плохо. Я могу точно сказать, что плохо написал Колмогоров, скажем, ну и про других тоже знаю; учебники, которые они предложили, могу критиковать, но не могу предложить своего учебника...

Катастрофа была остановлена, но отыграть математику в школе на до-реформенный уровень не удалось. Учебники математики стали сложнее, чем были до реформы. Годы вгона школьной математики в ступор не могли пройти даром. Кроме вещей понятных и без слов, были трудно оцениваемые количественно эффекты типа «деградации инфраструктуры»... До реформы математика была благополучным предметом, она развивала мышление школьников и подтягивала школу вверх. На время реформы ее роль в массовой школе стала превращаться в противоположную... На исполнение ошибочного стратегического плана были истрачены силы многих достойных людей, силы эти заслуживали лучшего применения, и при ином сценарии, вероятно, были бы лучшим способом применены... Вряд ли эта история могла бы обойтись без последствий для пед.вузов... Отношение общества к математике ухудшилось, не без помощи Реформы, хотя и по разным иным причинам тоже... Не пошла Реформа и на пользу науки вообще (кто может

⁴¹ На этом конкурсе, завершившимся в 1988г., учебник Колмогорова занял пятое место, уступив достойным противникам – «Атанасяну», Погорелову, «Александрову» и Болтянскому.

⁴² Этот учебник, будучи реформистским в смысле Программы-1959, бескровно вводил векторы и геометрические преобразования. Однако он унаследовал и установку на чрезмерную строгость в начале курса, выдвинутую в 60х годах Колмогоровым. В итоге начало курса сложновато, а школьники имеют право не понимать, почему одни очевидные высказывания надо доказывать, а другие не надо. Здесь учитель должен выкруливаться в непростой ситуации. По-видимому, нужна была серьезная переработка начала учебника с участием хороших педагогов, что сделано не было, быть может из-за недостаточной гибкости самого Погорелова.

⁴³ Он был чуть упрощен, а разные его места можно было официально (и по-видимому, еще больше неофициально) игнорировать.

просчитать, какой вклад Реформа внесла в общественную реакцию против естественных наук, грянувшую в Перестройку).

Выпускной школьный экзамен по геометрии с 1977 года канул в Лету. В ситуации 1977–1986гг. его отсутствие было явлением положительным. В 1988–1989гг., когда мог бы встать вопрос о его возврате, уже звучали звонкие речи о гуманизации и гуманитаризации образования.⁴⁴

Навалилось много иных бед, напрямую не связанных со школьными учебниками. В вузах шла реакция против математиков, которые достали всех в предыдущее десятилетие (см. Очерк 6). За разными внутренними баталиями профессиональное сообщество просмотрело, что математика вступительных экзаменов превратилась в отдельную науку и стала давить на школу. Свои проблемы вносило всеобщее среднее образование, введение которого по времени совпало с Реформой. Уже позже это серьезно усугубилось в связи с развалом профессионально-технического образования, который привел к объединению всех молодых людей в единой старшей школе (не надо экстраполировать эту последнюю проблему на 1970е и первую половину 80х).

Вскоре после остановки Реформы настала эпоха социальных потрясений. На этом фоне скорее стоит удивляться, что школьная математика оказалась на удивление живучей, и что до Кузьминóвских реформ, начавшихся в 2001 году, она сохраняла относительно приличный уровень.

11.3. Двадцать лет спустя. Приведем слова И. Ф. Шарыгина, сказанные в 2001 году [Шар2001] при виде начавшихся тогда новых реформ:

В течение тридцати с лишним лет в Советской России и Советском Союзе, медленно, но не мучительно, формировалась система математического образования, которую потом назвали Советской. Пожалуй, лишь к началу пятидесятих годов эта система сформировалась полностью. Следующие два десятилетия Советское математическое образование развивалось и совершенствовалось. Вероятно, главным итогом этого развития явились немногочисленные пока еще специализированные математические школы и классы. В начале эти классы были явлением безусловно прогрессивным. Но одновременно с их появлением начался раскол некогда единой системы школьного математического образования. Начавшийся на верхних этажах школьного здания этот раскол пошел вниз и сегодня почти достиг начальной школы.

В начале семидесятых годов по инициативе выдающегося математика А. Н. Колмогорова в Советском Союзе началась реформа математического образования - первая из до сих пор непрекращающейся вереницы реформ. На мой взгляд, эта реформа была недостаточно обоснованной, плохо продуманной и совсем скверно реализованной. По мнению других, большую

⁴⁴ В 1985г. усилиями академика А. П. Ершова в школу был введен новый предмет «Информатика». Но на этом математика 9-10 классов потеряла в сумме один час в неделю. На пользу школьной математике это не пошло, но следует признать разумность этого действия – о программировании до этого говорилось в курсе «Алгебра и начала анализа».

частью близких к Колмогорову реформаторов⁴⁵ реформа была необходимой и хорошо проведенной. Не буду спорить. Но если мы хотим указать точку отсчета, с которой началась, вначале очень медленная, деградация системы математического образования Советского Союза и России, то она приходится примерно на середину семидесятых годов. Забавно также, что период реформирования в системе образования начался с реформирования самого благополучного предмета - математики, и инициировали это сами математики. (Не ведаем, что творим?).

11.4. Сорок лет спустя. Здесь можно сказать еще меньше утешительного. Последние 10 лет школьная математика ползет вниз на глазах, а геометрия вообще уходит в прошлое.

Математическое сообщество 20х - начала 70х годов XX века в целом успешно вело конструктивную образовательную политику. К сожалению, как мы видели, в 1959-1968гг. часть математической тусовки сформулировала программу с положительными целями, хоть и авантюристичную, а в 1968-1980 приложила недюжинные усилия для проведения ее в жизнь. В 1980-1987 другая часть сообщества сумела оздоровить ситуацию.

В последние 30 лет российская профессионально-математическая тусовка в отношении школьного и вузовского образования (за исключением узко-профессионального сектора) не была способна ни к конструктивным действиям наступательного характера, ни к обороне, ни к постановкам проблем, ни даже к анализу постепенно ухудшавшегося положения.

12 Дополнение.

Соратники Колмогорова и Маркушевича

А. Данные о педагогическом статусе до 1970г. авторов программы-1966-1968 года и авторов комплекта реформистских учебников

Ниже список, включающий в себя авторов программы 1965-1968гг и авторов ударного комплекта учебников. Меня интересует их предшествующая биография **как педагогов** (данные о научных заслугах Виленкина и Болтянского никак не отражаются). Приводимые ниже данные очень обрывочны и в основном содержат списки их научно-популярных и педагогических **книг** до начала реформы, т.е. до 1969-1970гг. Я использовал [Кат-РНБ], [Кат-РНБ], [Кат-МГУ]. Учитывались издания тиражом выше 1 000экз. Стоит иметь в виду, что в те времена книги издавались немалыми тиражами, но наименований издаваемых книг было немного. Сам факт публикации книги свидетельствовал об определенном общественном положении автора.

Педагогические и научно-популярные публикации легко различаются по их названиям.

⁴⁵См., например, [Абр1988], [Абр2003], [Абр2010], [Гнед1993], , [Чер1988], [Чер1993], [ГЧ1993], см. также [Гих2009].

Болтянский Владимир Григорьевич (1925-2019), член-корреспондент АПН РСФСР (1965), член-корреспондент АПН СССР (1968), автор учебника

Болтянский В.Г., Яглом И.М. *Геометрия. Учебное пособие для 9 класса средней школы*. - М.: Учпедгиз. 1963 (тираж 2 300 000), 1964 (тираж 2 000 000), издана также в Киеве, 1963, тираж 230 000.

Также автор книг

Яглом И. М., Болтянский В. Г. *Выпуклые фигуры*. ГИТТЛ, 1951 (тир. 25 000)

Болтянский В. Г. *Равновеликие и равносторонние фигуры*, Гостехиздат, 1956 (тир. 40 000)

Болтянский В. Г. *Что такое дифференцирование*, Гостехиздат, 1955 (тир. 50 000), Физматгиз 1960 (тир 35 000)

Болтянский В.Г. *Огибающая*, Физматгиз, 1961 (32 000)

В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. *Векторы в курсе геометрии средней школы*, Учпедгиз, 1962 (тир. 25 000)

В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. *Преобразования. Векторы*. (для учителей) Просвещение 1964 (тир. 56 000)

Гохберг И. Ц., Болтянский В. Г. *Теоремы и задачи комбинаторной геометрии*. — М.: Наука, 1965; (тир. 23 000)

В.Г. Болтянский и др. *Сборник задач московских математических олимпиад*, Просвещение, 1965 (тир. 122 000)

Болтянский В. Г., Виленкин Н. Я. *Симметрия в алгебре*, Наука, 1967 (тир. 50 000)

Болтянский В.Г. (редактор) *Комплексы учебного оборудования по математике*, Педагогика, 1971 (тир. 25 000)

Гохберг И. Ц., Болтянский В. Г. *Разбиение фигур на меньшие части*, Наука, 1971

В. Г. Болтянский, Ю. В. Сидоров, М. И. Шабунин. *Лекции и задачи по элементарной математике* - Москва : Наука, 1971 (тир. 100 000)

Вейц Борис Ефимович (1921-2007), к.ф.м.н., 1965, Мурманский пед.

Виленкин Наум Яковлевич (1920-1991)

Виленкин Н.Я. *Метод последовательных приближений*, Физматгиз, 1961 (тираж 30 000), 1968 (тираж 100 000)

Виленкин Н.Я. *Рассказы о множествах*, 1965 (тираж 50 000), 1969 (тираж 100 000)

Болтянский В. Г., Виленкин Н. Я. *Симметрия в алгебре*, Наука, 1967 (тир. 50 000)

Н. Я. Виленкин, Р. С. Гутер, С. И. Шварцбург и др. *Алгебра: Учеб. пособие для IX-X классов сред. школ с матем. специализацией* - Москва : Просвещение, 1968 (тир. 40 000)

Виленкин Н.Я. *Комбинаторика*, М.Наука, 1969 (тир. 100 000)

Виленкин Н.Я., Шварцбург С.И. *Математический анализ. Учебное пособие для школ с математической специализацией*. Просвещение, 1969

Н. Я. Виленкин, А. А. Кочева, И. В. Стеллецкий *Задачник-практикум по элементарной алгебре: Для студентов заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов* Просвещение, 1969 (тир. 30 000)

Виленкин Н.Я., Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. *Элементарная математика. Учебное пособие для студентов-заочников пед-институтов*, Просвещение 1970(тир. 35 000)

Виленкин Н.Я., Михайловская А.Ю. *Элементы теории множеств. Факультативный курс математики для VII класса*. Методические указания. М., 1970 (тир. 10 000)

Гусев Валерий Александрович, (1942-2018), работал в колмогоровском интернате, кандидатская диссертация, 1971. С 1983 – зав.кафедрой в Ленинском пед. Появлялся в качестве соавтора колмогоровского учебника геометрии 8 класса, 1972-1980

Демидов Иван Тимофеевич (1909-1975) , Мурманский пед.

Демидов И.Т. *Основания арифметики*, Учебное пособие для пед-вузов, Учпедгиз, 1963

Ивашёв-Мусатов Олег Сергеевич (1927-2019). Пасынок Колмогорова, доцент кафедры математического анализа мехмата МГУ. В 1958—1969

годах преподавал также на химическом и геологическом факультетах. Появляется в числе авторов колмогоровского учебника «Алгебра и начала анализа» с 1975г.

Ивлев Борис Михайлович (1946-1990). Выпускник Колмогоровского интерната. В 1964-1972 студент, потом аспирант МГУ. Появляется в числе авторов колмогоровского учебника «Алгебра и начала анализа» с 1976г.

Клопский Владимир Михайлович (1926-1982), защитил кандидатскую в 1972 году в Ярославле, работал в Курском пед.институте
Клопский В.М., Ягодский М.И. *Геометрия, 9-10 классы*, Просвещение, 1966 (тираж 15 000 экземпляров)

Макарычев Юрий Николаевич (1921-2007) Кандидат с 1964 года.

Макарычев Ю.Н. *Система изучения элементарных функций в старших классах средней школы*. Учебно-методическое пособие для учителей, Просвещение, 1964 (219с, тираж 25 000)

Ю. Н. Макарычев, К. И. Нешков, *Алгебра: Учеб. материалы для VI класса*, АПН РСФСР. Москва, 1966 (тир 800), 1967 (тир. 1 500).

Макарычев Ю.Н., Нешков К.И. *Математика в начальных классах* (под редакцией А.И.Маркушевича), Педагогика, 1970 (260 000 экз)

Миндюк Нора Григорьевна, (1933-2016), с 1964г. работала в секторе математики Института методов обучения АПН СССР, кандидат с 1966 года

Миндюк, Н. Г. *Математика: Учеб. материалы для V класса / АПН РСФСР*. - Москва : Просвещение, 1965 (тир. 2 000)

Маслова, Галина Герасимовна. (1920-?) Кандидат, 1954. В качестве места работы упоминается Научно-исследовательский институт содержания и методов обучения АПН СССР

Н. Н. Никитин, Г. Г. Маслова. *Сборник задач по геометрии для 6-8 классов восьмилетней школы*, (основной школьный задачник 1957- 1971), в том числе Планиметрия 6-7 классы, 1957 (тир. 2 000 000), 1958 (тир. 2 000 000), 1959 (тир. 600 000), Геометрия, 1961 (тир. 1 000 000), 1962 (тир. 1 925 000), 1963 (тир. 1 500 000), 1964 (тир. 1 000 000), 1965 (тир. 1 100 000), 1966 (тир. 1 000 000), 1967 (тир. 1 200 000), 1967 (тир. 100 000), 1968 (тир. 1 200 000), 1969 (тир. 1 100 000), 1970 (тир. 1 200 000) 1971 (тир. 1 000 000)

Маслова Г. Г. *Методика обучения решению задач на построение : в восьмилетней школе*. АПН РСФСР, 1961. (тир. 41 300)

Маслова Г. Г. *О программированном обучении математике*, Просвещение 1964 (тир. 37 000)

Маслова Г. Г. (редактор) *Повышение эффективности обучения математике*, 1971

Муравин Константин Соломонович (1920—1993), кандидат 1967 года, несколько мало-тиражных изданий, а также

Муравин К.С., *Математика: Учеб. материалы для V класса*, Акад. пед. наук. Ин-т общего и политехн. образования. - Москва : [б. и.], Ч.2, 1966 (тир. 800), Ч.2, 1965, (тир. 1 500), Ч.3, 1965 (тир. 2000)

Муравин К.С., *Самостоятельные и контрольные работы по алгебре для 8-летней школы. Пособие для учителя*, Просвещение, 1965(тираж 175 000), 1971 (тираж 300 000)

Муравин К.С., Фрейдлин Е.Г. *Сборник задач по алгебре для 6-8 классов*, Просвещение, 1964 (тираж 77 000), 1968 (тираж 250 000)

Нешков Константин Иванович (1923-2011) кандидат с 1956 года

Нешков К.И. *Система изложения курса арифметики в V классе*, Изд. АПН РСФСР, 1963 (293с., тираж 55000)

Ю. Н. Макарычев, К. И. Нешков ; *Алгебра: Учеб. материалы для VI класса*, Акад. пед. наук РСФСР. Науч.-исслед. ин-т общего и политехн. образования. - Москва, 1966 (тир 800), 1967 (тир. 1 500).

Нешков, К. И., К. А. Краснянская *Математика : Учеб. материалы для IV класса* Акад. пед. наук СССР. Ин-т общего и политехн. образования. - Москва : Просвещение,

1966, Ч.1.(тир. 3 000), Ч.2.(тир. 1 300).

Нешков К.И. Пышкало, А.М., *Самостоятельные работы в курсе арифметики V класса. Дидактический материал*. Просвещение, 1964 (330с, тираж 75 000) 2 изд, 1967 (328с, тираж 75 000)

Нешков К.И. *Математика: Учеб. материалы для IV класса* / Акад. пед. наук СССР. Ин-т общего и политехн. образования. - Москва : [б. и.], 1963, Ч.1, Ч.2 (тир. 3 000), Ч.3, 1964 (тир. 2 000) 1967

Нешков К.И. Пышкало, А.М., *Математика в начальных классах* (под редакцией А.И.Маркушевича), Просвещение, 1968 (тир. 200 000)

Макарычев Ю.Н., Нешков К.И. *Математика в начальных классах, ч.1* (под редакцией А.И.Маркушевича), Педагогика, 1970 (260 000 экз), часть 2 (1970) (тир. 260 000)

Нагибин Федор Федорович (1909-1976), Работал в Вятском пединституте, видимо, с 1939 года был деканом (в Войну короткое время - ректором⁴⁶)

Е. С. Березанская, Ф. Ф. Нагибин, *Сборник вопросов и упражнений по алгебре и тригонометрии для 8-10 классов*, Учпедгиз, 1951 (тир. 50 000), 1955 (тир. 60 000) (переведена на китайский язык)

Е. С. Березанская, Ф. Ф. Нагибин, *Упражнения для устных занятий по алгебре*, Учпедгиз, 1949 (тир. 25 000)

Нагибин Ф.Ф. **Математическая шкатулка**. Москва: Учпедгиз, 1958 (тираж 100 000), 1961 (тираж 150 000), 1964 (тираж 245 000), Знаменитая книга, многократно переиздавалась, переведена на японский и китайский языки

Е. С. Березанская, Н. А. Колмогоров и Ф. Ф. Нагибин, *Сборник задач и вопросов по геометрии*, Учпедгиз, 1962 г. [Николай Андреевич Колмогоров, не путать с Андреем Николаевичем]

Нагибин Ф.Ф. *Экстремумы. Пособие для учащихся старших классов*, Просвещение, 1966 (тир. 110 000)

Ф.Ф. Нагибин, А.Ф. Семенович и Р.С. Черкасов, *Геометрия, для 6-8 классов*, Просвещение 1967, (тираж 11 000)

Н. А. Колмогоров, Ф. Ф. Нагибин, В. В. Чудиновских *Сборник задач для подготовки учащихся средних школ к математическим олимпиадам*; Волго-Вятское кн. изд-во, 1968. (5000 экземпляров) [Николай Андреевич Колмогоров]

Семенович Александр Федорович (1920-2002)

Семенович А.Ф., Воробьев Г.В. *Первые уроки геометрии (из опыта работы учителя)*, Учпедгиз, 1958 (тир. 15 000)

Семенович А.Ф. *Задачи на доказательство по готовым чертежам*, Свердловск, 1960 (29с., тираж 8500)

Семенович А.Ф. Учебное пособие по проективной геометрии (для студентов-заочников пединститутов), Учпедгиз, 1961 (тир. 25 000)

Семенович, А.Ф. *Геометрия : Пробный учебник для седьмого класса* / Ульянов. гос. пед. ин-т им. И. Н. Ульянова. - Ульяновск : Кн. изд-во, 1962.

Семенович, А.Ф. *Геометрия : Пробный учебник для восьмого класса : (Пособие для учителей)*. Ульянов. гос. пед. ин-т им. И. Н. Ульянова. - Ульяновск : Кн. изд-во, 1963 [вып. дан. 1964] (тир 1 500)

Семенович А.Ф. *Геометрия Пробный учебник для восьмого класса (пособие для учителей)*, Ульяновск, 1963 (тираж 1500)

А.Ф. Семенович, Ф.Ф. Нагибин, и Р.С. Черкасов, *Геометрия, для 6-8 классов*, Просвещение 1967, (тираж 11 000)

Семущин Алексей Дмитриевич (1915—1978), канд. пед наук, 1955

Семущин А.Д. (редактор) *Изготовление наглядных пособий по геометрии и их применение на уроках*. Сборник статей, Изд АПН РСФСР, 1953 (тир. 15 000)

Семущин А.Д. (редактор) *Вопросы методики математики в средней школе*. Сборник статей, Изд АПН РСФСР, 1954 (тир. 20 000)

⁴⁶Формально должность называлась директор.

Семушин А.Д. (редактор) *Вопросы повышения качества знаний учащихся по математике*, Сборник статей, Изд АПН РСФСР, 1954 (тир. 20 000)

Семушин А.Д. (редактор) *Политехническое обучение в преподавании математики*. Из опыта работы в V-X классах. Сборник статей, Изд АПН РСФСР, 1956 (тир. 20 000)

Семушин А.Д. *Методика обучения решению задач по стереометрии*, Изд АПН РСФСР, 1959 (тир. 28 000)

Семушин А.Д. *О преподавании математики в школе в 1959/1960 году* (учебное пособие), Изд АПН РСФСР, 1961 (тир. 42 300)

Семушин А.Д. (редактор) *О преподавании математики в восьмилетней школе*, Изд АПН РСФСР, 1961 (тир. 52 300)

Гибш И. А., Семушин А. Д., Фетисов А. И. *Развитие логического мышления учащихся в процессе преподавания математики в средней школе: пособие для учителей*. 1958 (тир. 30 000), второе издание

Скопец Залман Алтерович (1917-1984). Заведующий кафедрой в Ярославском пединституте, геометрии с 1962 (до этого - зав.кафедрой элементарной математики), дфмн, 1961

Майоров В.М., Скопец З.А. *Задачник-практикум по векторной алгебре*, Для студентов заочников физ-мат фак. пед институтов, М. : Учпедгиз, 1961. (тир. 20 000)

Жаров В.А., З. А. Скопец. *Задачи и теоремы по геометрии. Планиметрия: пособие для пед. ин-тов*. - М. : Учпедгиз, 1962 (тир. 38 000). (первый вариант, Ярославль, 1958, тир. 2 000)

Вопросы совершенствования преподавания в средней школе [Сборник статей] / Под ред. З. А. Скопца и А. И. Голубева. - Ярославль : [б. и.], 1963. (Доклады на научных конференциях/ Яросл. гос. пед. ин-т им. К. Д. Ушинского. Педагогика, методика; Т. 2. Вып. 1. Ч. 1) (тир. 1000)

Жаров В.А., Марголите П.С., Скопец З.А. *Вопросы и задачи по геометрии. Пособие для учителей*. Просвещение, 1964 (тир.106 000)

Майоров, В. М., Скопец З.А. *Векторное решение геометрических задач (Задачник-практикум по спецсеминару)*: Для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. М. Майоров; Москва : Просвещение, 1968. (тир. 20 000)

Суворова Светлана Борисовна. Появляется в числе авторов «Алгебры» с 1976 года. Кпн с 1982

Фетисов, Антонин Иванович (1891-1979), окончил сельхоз-училище 1919, сдал экстерном экзамены за курс обучения в МГУ, 1928, кандидат 1946

Делоне Б.Н., Житомирский О.К., Фетисов А. И. *Сборник геометрических задач*, Пособие для учителей, Учпедгиз, 1941, Учпедгиз, 1951 (тир. 30 000)

Фетисов А. И. *Опыт преподавания геометрии в средней школе*. - 1946,

Гибш И.А., Фетисов А. И., *Исследование решений задач с параметрическими данными*, Изд.АПН РСФСР, 1952 (тир.10 000)

Фетисов А. И., *О доказательстве в геометрии*. Гостехиздат, 1954 (тир. 50 000), переведена на польский, болгарский, английский, немецкий и французский языки.

Фетисов А. И., И.Н.Шевченко, В.Л. Гончаров, Гибш И. А. *Преподавание математики в школе в свете задач политехнического обучения. Материалы в помощь учителю*. АПН РСФСР, 1953 (50 000), Алма-Ата, Казучпедгиз, 1954 (тираж 3 000), АПН РСФСР, 1954 (тираж 30 000)

Никитин Н.Н., Фетисов А. И. *Геометрия. Учебник для семилетней и средней школы, Ч.1*, Учпедгиз, 1956 (тираж 2 000 000), 1957 (тираж 900 000)

Фетисов А. И. *Геометрия. Учебник для 8-9 классов средней школы, 2 изд.*, 1957 (тираж 10 000)

Фетисов А. И. *Геометрия. Пробный учебник для средней школы, Ч.2, Стереометрия*, Учпедгиз, 1957 (тираж 10 000)

Фетисов А. И.(ред.) *Преподавание математики*. Сборник статей, Изд.АПН РСФСР, 1957 (26 000)

Гибш И. А., Семушин А. Д., Фетисов А. И. *Развитие логического мышления учащихся в процессе преподавания математики в средней школе: пособие для учителей.* Учпедгиз, 1958 (тир. 30 000)

Фетисов А. И. *Геометрия. Учебное пособие по программе старших классов.* Изд. АПН РСФСР, 1963 (тир. 34 800);

Фетисов А. И. *Очерки по евклидовой и неевклидовой геометрии.* Просвещение, 1965 (тир. 17 000);

Фетисов А. И. *Учебные материалы по геометрии для V класса. Ч.1., Ч.2.* Просвещение, 1965 (тир. 1 500)

Фетисов А. И. *Учебные материалы по геометрии для VI класса. Ч.1., Ч.2.* Просвещение, 1965 (тир. 2 000)

Фетисов А. И. (ред.) *Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы,* Просвещение, 1967 (тираж 125 000)

Фетисов А. И. *Геометрия. Учебное пособие по программе старших классов.* 1963; Перевел программную книгу [ПБДЛШГ1960]

Черкасов Ростислав Семенович (1912-2002). После окончания аспирантуры МГПИ в 1948 направлен в аппарат Мин-ва просвещения РСФСР; работал инспектором вузов, нач. отд. инспекции вузов, нач. отд. общенауч. дисциплин (1948–57). Заведующий кафедрой методики преподавания математики Моск. гор. пед. ин-та им. В.П.Потемкина. После слияния ин-та с МГПИ оставался зав. каф. до 1985. С сер. 1960-х до начала 1970-х – декан мат. ф-та МГПИ, проф. МГПИ с 1958 года по 1983 год. Главный редактор журнала «Математика в школе» (1958-1991).

Черкасов Р.С. *Сборник задач по стереометрии: Пособие для учителей сред. школы,* Учпедгиз, 1952 (тир 25 000), 1956. (тир. 35 000)

А.Ф. Семенович, Ф.Ф. Нагибин, и Р.С. Черкасов, *Геометрия, для 6-8 классов,* Просвещение 1967, (тираж 11 000)

А. И. Маркушевич, К. П. Сикорский, Р. С. Черкасов ; *Алгебра и элементарные функции: Учебное пособие по математике /* Под ред. А. И. Маркушевича. - Москва : Просвещение, 1968 (тир. 100 000)

Чесноков Александр Семенович (р.1926), Кандидат пед. наук, 1979.

Автор нескольких диафильмов по школьной математике 1960х годов.

Шварцбург, Семён Исаакович (1918-1996), канд. пед. наук, 1961, докт. пед. наук 1972. Заслуженный учитель школы РСФСР (1962), чл-корр. АПН СССР с 1968. В 1959 году организовал в 444 школе первый математический класс.

Шварцбург С.И. *Системы уравнений., Методическая разработка курса алгебры VIII класса,* Изд. АПН РСФСР, 1955 (тир. 40 000)

Шварцбург Б.И., Шварцбург С.И. *Задачи по математике для школ с машиностроительной специализацией,* Пособие для учителей IX-X классов. М.Учпедгиз, 1962 (тир 54 000)

Шварцбург С.И. *Математическая специализация учащихся средней школы. Из опыта работы школы 444 г. Москвы.* Изд. АПН РСФСР, 1963 (тираж 11300)

Шварцбург С.И., Монахов В.М., Ашкингузе В.Г. (составители) *Обучение в математических школах* (сборник статей). Просвещение, 1965 (тир. 10 000)

Шварцбург С.И. (составитель) *Математический анализ и алгебра* (сборник статей), Просвещение, 1967 (тир. 30 000)

Н. Я. Виленкин, Р. С. Гутер, С. И. Шварцбург и др. *Алгебра: Учеб. пособие для IX-X классов сред. школ с матем. специализацией* - Москва : Просвещение, 1968 (тир. 40 000)

Шварцбург С.И. *Математика и естествознание. Проблемы математической школы.* (сборник статей), Просвещение, 1969 (?)

Шварцбург С.И. *Математика и естествознание. Проблемы математической школы.* (сборник статей), Просвещение, 1970 (?)

Виленкин Н.Я., Шварцбург С.И. *Математический анализ. Учебное пособие для школ с математической специализацией*. Просвещение, 1969 (тир 30 000), 1973 (тир 100 000)

Шершевский Александр Абрамович (1920-1973). В 1964г. – научный сотрудник лаборатории обучения математике АПН СССР, а также преподаватель в Колмогоровском интернате. Входил в программную комиссию АПН СССР и АН СССР по содержанию образования.

Яглом Исаак Моисеевич (1921—1988), д.ф.м.н, 1965. Московский педагогический институт, доцент 1956, в 1965-1968 профессор

Болтянский В.Г., Яглом И.М. *Геометрия. Учебное пособие для 9 класса средней школы*. - М.: Учпедгиз. 1963 М.: Учпедгиз. 1963 (тираж 2 300 000), 1964 (тираж 2 000 000), издана также в Киеве, 1963, тираж 230 000. [см. комментарии в разделе 3]

Также автор книг

Болтянский В. Г., Яглом И. М. *Выпуклые фигуры*. ГИТТЛ, 1951 (тир. 25 000)

Яглом И. М., Яглом А. М. *Неэлементарные задачи в элементарном изложении*. Гостехиздат, 1954. (тир. 35 000)

Яглом И. М. *Геометрические преобразования. Том 1-2*. Гостехиздат 1955—1956 (тир. 25 000+15 000)

Головина Л. И., Яглом И. М. *Индукция в геометрии*. Гостехиздат 1956(тир. 35 000), Физматгиз, 1961 (тир. 35 000).

Яглом И. М. *Теория информации*. Знание, 1961 (тир. 33 000)

В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. *Векторы в курсе геометрии средней школы*, Учпедгиз, 1962 (тир. 25 000)

Яглом И. М., Ашкингузе В.Г. *Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. Учебное пособие для педагогических институтов в трех частях*, Учпедгиз, 1962 (тир. 15 000)

В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. *Преобразования. Векторы*. (для учителей) Просвещение 1964 (тир. 56 000)

Яглом И. М. *Комплексные числа и их применение в геометрии*. Физматгиз, 1963 (тир. 43 000)

Соминский В.Г., Л. И. Головина, Яглом И. М. *О математической индукции*, М. Наука, 1967 (тир. 75 000)

Яглом И. М. *Как разрезать квадрат?* Наука, 1968. (тир. 125 000)

Яглом И. М. *Герман Вейль*. М.: Знание, 1967. (тир. 42 100)

Яглом И. М. *Необыкновенная алгебра*. М. Наука, 1968. (тир. 240 000)

Яглом И. М. *Геометрия точек и геометрия прямых*. М., Знание, 1968. (тир 31 100)

Яглом И. М. *Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия*. Наука, 1969. (тир. 50 000)

Яглом И. М. *О комбинаторной геометрии*, Знание, 1971 (тир. 46 510)

Яглом И. М. *Элементарная геометрия прежде и теперь* Москва : Знание, 1972.

А также соавтор известного зубодробительного задачника для матшкол Д.О. Шклярский, Г.М. Адельсон-Вельский, Н.Н. Ченцов, А.М. Яглом, И.М. Яглом. *Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Часть 1. Арифметика и алгебра*. — М.-Л.: ГТТИ, 1950. — 296 с. (тир 25 000)

Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. *Избранные задачи и теоремы элементарной математики: Арифметика и алгебра*, М.: ГТТИ, 1954 (тир. 25 000), М.: Физматгиз, 1959 (тир. 30 000), М.: Наука. Физматлит, 1965. (тир. 50 000), М.: Наука. Физматлит, 1976(тир 100 000)

Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. *Избранные задачи и теоремы элементарной математики: Геометрия (планиметрия)*. М.: ГТТИ, 1952 (50 000 экз.), М.: Наука, 1967. (тир. 25 000)

Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. *Избранные задачи и теоремы элементарной математики: Геометрия (стереометрия)*. М.: ГТТИ, 1954 (тир. 50000 экз.)

Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. *Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум*. 1970. М., Наука, 1970 (тир. 75000)

Ягодковский Михаил Ильич (1919?-после 2010?), защитил кандидатскую диссертацию в Курске в 1968, доцент Курского пединститута

Принцев Н.А., Ягодковский М.И., Зотов *Повышение эффективности преподавания математики в общеобразовательной школе: Метод. рекомендации* // Курский ин-т усовершенствования учителей. Курское обл. отд-ние Пед. о-ва РСФСР. - Курск, 1962 (тир. 2 000)

Клонский В.М., Ягодковский М.И. *Геометрия, 9-10 классы*, Просвещение, 1966 (тираж 15 000)

Принцев Н.А., Ягодковский М.И. *Арифметика. Учебник для 5-6 х классов сред. школы*, Просвещение, 1966. (тир. 20 000)

Наконец, среди соратников Маркушевича и Колмогорова были и профессиональные математики, (см., хотя бы [ММЧ1978]), которые решительно поддерживали реформу, но не занимавшиеся ее непосредственным проведением в жизнь.

Ляпунов Алексей Андреевич

Гнеденко Борис Владимирович

Гнеденко Б.В. *Краткие беседы о зарождении и развитии математики*, Изд АПН РСФСР, 1946 (тир. 25 000)

Гнеденко Б.В. *Как математика изучает случайные явления*. Львов, Изд АН УССР, 1947 (тир. 8 000)

Гнеденко Б.В. *Выдающийся русский ученый М.В. Остроградский*. М.Знание, 1952 (тир. 69 000)

Гнеденко Б.В. *Языком математики*, Знание, 1962 (тир.40 000)

Гнеденко Б.В. *Беседы о математической статистике*. М. Знание, 1968 (тир. 60 000).

Соболев Сергей Львович

Вот так. Тоже люди знаменитые и заслуженные. Кто б спорил...О том и статья.

В. Победители конкурса учебников 1962-1964гг.

См. [ГП1965]. Жирным выделены авторы будущих реформистских учебников.

АРИФМЕТИКА

Вторая премия: Н. А. Принцев, **М. И. Ягодковский**

Поощрительная премия: С. А. Пономарев, П. В. Стратилатова, Н. И. Сырнева

Поощрительная премия: С. Ф. Моисеев (учитель)

АЛГЕБРА ДЛЯ 8-ЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

Поощрительная премия: Н. А. Принцев, П. А. Ларичев

Поощрительная премия: М. Ф. Клюквин (учитель)

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА ДЛЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Первая премия: Е. С. Кочеткова, Е. С. Кочетков

Вторая премия: Н. И. Худобина, А. И. Худобина, М. Ф. Шуршалов (учителя)

Поощрительная премия: **А. И. Маркушевич**, **Р. С. Черкасов**, К. П. Сикорский

Поощрительная премия: В. Е. Андреев, **Б. Е. Вейц, И. Т. Демидов**

ГЕОМЕТРИЯ ДЛЯ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

Вторая премия: **А. Ф. Семенович, Ф. Ф. Нагибин, Р. С. Черкасов**

Поощрительная премия: К. С. Барыбин

Поощрительная премия: П. Я. Великина

ГЕОМЕТРИЯ ДЛЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Поощрительная премия: К. С. Барыбин

Поощрительная премия: **В.М.Клопский, М.И.Ягодовский**

Черкасов и Ягодовский присутствуют в списке дважды.

Председатель комиссии - Б. В. Гнеденко. Председатели предметных комиссий: арифметика - В. И. Левин, алгебра - А. Г. Курош, геометрия - Н. Ф. Четверухин.

Из этих учебников в середине 60х пошел в дело учебник Кочетковых как массовый. Были изданы как пробные учебники Семенович-Нагибин-Черкасов, Клопский-Ягодовский (позже в реформистских учебниках [КСНЧ1970], [КСЯ1971] мы видим тех же авторов, но это были совсем другие учебники), Маркушевич-Черкасов-Сикорский, Принцев-Ягодовский, Принцев-Ларичев, Клоквин, Барыбин. Книга Худобин-Худобина-Шуршалов была издана как сборник задач.

Академиков АН СССР среди авторов учебников пока нет...

Учебник Кочетковых потом вышел под редакцией О. Н. Головина, работавшего на кафедре у Куроша.

Напомню, что учебник Болтянского и Яглома пошел в дело в 1963-64гг без конкурса.

С. Математики - действительные члены и члены-корреспонденты АПН РСФСР и потом АПН СССР в 1960-1980 гг

См. [КСТ2001].

Александров Павел Сергеевич (1896-1982), акад. 1945 года, друг Колмогорова.

Колмогоров Андрей Николаевич (1903-1987), акад. с 1965.

Маркушевич Алексей Иванович (1908-1979), чл.-корр. с 1945, акад. с 1950, вице-президент 1950-1958, 1964-1975.

Четверухин Николай Федорович (1891-1974), чл.-корр с 1945, акад. с 1955.

Андронов Иван Козьмич (1894-1975), чл.-корр. с 1957. Руководил разработкой реформы образования в 1-3 классах [БМ1975] (это была автономная часть реформистского проекта, не вызвавшая таких нареканий, как его основная часть).

Болтянский Владимир Григорьевич (1925), чл.-корр. с 1965.

Брадис Владимир Модестович (1890-1975), чл.-корр с 1955.

Бровиков Иван Семенович (1916-1971), чл.-корр с 1965, «Сторонник изучения в школе элементов теории вероятностей и математической статистики» [КСТ2001].

Верченко Иван Яковлевич (1907-1996), чл.-корр с 1968 (ученик Колмогорова).

Ларичев Павел Афанасьевич (1892-1963), чл.-корр с 1950.

Шварцбург Семен Ицкович (1918 - 1996), чл.-корр с 1968.

Всего 11 человек. Четверухин, Брадис и Ларичев 1890-1892гг. рождения, к появлению Колмогорова Ларичев умер, двум другим было 75 лет (об их отношении к реформе мне ничего не известно). Все остальные, так или иначе, связаны с Реформой или Колмогоровым.

Стоит упомянуть членов АПН РСФСР, умерших до 1960г., то есть до начала большого реформирования:

Арнольд Игорь Владимирович (1900-1948), чл.кор. с 1947;

Хинчин Александр Яковлевич (1894-1959), акад. с 1944;

Гончаров Василий Леонидович⁴⁷ (1896-1955), чл.кор с 1944;

Перепелкин Дмитрий Иванович (1900-1954), чл.кор с 1950.

Замечания к библиографии

Автору кажется, что эти отзвучавшие дискуссии не вполне потеряли интереса для современности, а старые учебники могут быть интересны для тех, кто по каким-либо причинам интересуется архитектурой математического образования. Многие из цитированных работ можно найти на сайте mathedu.ru. Статьи из «Успехов математических наук», «Математического просвещения» и «Математического образования» качаются с сайта math-net.ru. Многие учебники несложно найти в интернете. В момент редактирования настоящих текстов большинство статей и книг открывается по работающим link'ам из моего препринта.

Kolmogorov reform of mathematical education, 1970-1980

<https://arxiv.org/abs/1911.06108>

Стоит иметь в виду, что и у «Киселёва», и у реформистских и контрреформистских учебников было много много вариантов.

Во многих местах я после ссылки привожу характерные и интересные цитаты из статей, а также иногда привожу свои комментарии. И еще раз, я надеюсь, что оригинальные тексты скорее доступны в интернете, чем недоступны.

Список литературы

[Абр1988] А. М. Абрамов, *О педагогическом наследии А.Н. Колмогорова*, Успехи математических наук, 43:6(264) (1988), 39-74.

⁴⁷Кстати, крупный математик, почему-то выпавший из современных святцев.

Одна из самых последовательных апологий Реформы. Цитата:

Переходу школы на новые пособия математики предшествовало экспериментальное обучение. В конце 70-х годов иногда высказывались мнения об отсутствии практической проверки введенных в ходе реформы учебников. На самом деле эксперимент проводился ряд лет; непосредственная проверка осуществлялась во всех школах четырех экспериментальных районов (Суздальский район Владимирской области, Тосненский — Ленинградской, г. Севастополь, Белоярский район Свердловской области). При этом проверке подлежали различные варианты учебников: пособия по алгебре и началам анализа Б. Е. Вейца, И. Т. Демидова и Кочетковых, пособия по геометрии для VI — VIII классов А. Ф. Семеновича, Р. С. Черкасова, Ф. Ф. Нагибина и коллектива под руководством В. Г. Болтянского; по стереометрии конкурировали учебники К. С. Барыбина и коллектива под руководством З. А. Скопеца. Окончательное решение принималось после сопоставления результатов эксперимента. Можно обсуждать, насколько удачной оказалась схема проведения экспериментов, но не следует отвергать их наличия: это противоречит фактам.

Никто не обвинял реформаторов в том, что экспериментов вообще не было. Возражения состояли в некорректности постановки экспериментов и анализа их результатов, в частности, в малом промежутке времени между началом экспериментов и запуском всеобщей реформы. Подробное обсуждение см. в пп. 8.1, 8.3.

[Абр2003] Абрамов А. М. *О положении с математическим образованием в средней школе (1978—2003)*. Фазис, 2003

Другой вариант сентенции, цитированной в связи со ссылкой [Абр1988]:

Обсуждение различных промежуточных вариантов программ происходило чрезвычайно широко в период с 1965 по 1968 годы. В последующие годы учебники рецензировались и обсуждались во всех республиках, областях и краях. Эксперимент в 4 районах проходил много лет и позволил выявить победителей (по каждому предмету и на каждой ступени конкурировали два учебника).

Собственно очевидно, что без оснований и одобрений серьезные решения о массовом переходе школы на новые программы и учебники в советское время не могли быть приняты. Проблема лишь в том, что в 1978 году резко изменилась точка зрения внутри отделения [математики].

Разумеется, между 1972 и 1978г. не могла случиться ничего такого, что могло бы изменить мнение Отделения математики АН СССР. Еще цитата:

Одно из объяснений интереса вузов к школе носит вполне прагматический характер. В связи с появлением выпускников, обучающихся по новым программам и учебникам, возникла острая проблема: Как экзаменовать абитуриентов? Строго говоря, прошедшая перестройка школьного курса требовала и перестройки системы вступительных экзаменов, перемен в системе экзаменационных заданий. Но существовал и иной вариант — резкая критика нововведений и сохранение устоявшейся системы⁴⁸.

⁴⁸В связи с этим автору придется поделиться воспоминаниями об устном вступительном экзамене на факультет Прикладной математики МИЭМ (в то время одного из ведущих технических вузов) в 1984г. (до 1986г. работал учебник стереометрии Скопеца). Число дошедших до этого экзамена было фактически равно плану поступления (что было доведено до нашего сведения, но, разумеется, не до сведения поступавших). Мы принимали комиссией, фактически вдвоем (кто-то еще потом расписывался), причем вели основную часть опроса по отдельности, а потом согласовывали отметки. Я спросил первого или второго сдававшего, что такое скрещивающиеся прямые, и ответа не получил. После этого (мне стало интересно) я завершал каждый опрос эти вопросом. Его же - в качестве последнего вопроса - я задавал всем, кого экзаменовал напарник. В итоге из примерно 15 человек на вопрос не ответил ни один. Никто из них не пострадал — с моей стороны это были действия по оцениванию объективной ситуации. Стоит добавить, что «перемена в системе вступительных экзаменов» имела место быть — в билетах стереометрии (по каким-то чудесам теории вероятности) почти не оказывалось.

Не совсем только понятно, был ли выпускной школьный экзамен по геометрии в тот год отменен потому, что не придумали, как его проводить?

[Абр2010] А.М. Abramov, *Toward a History of Mathematics Education Reform in Soviet Schools (1960s–1980s)*. In *Russian Mathematics Education. History and World Significance*, Wold Scientific, 2010, pp.87-140.

Другая апология реформы, на этот раз по-английски. Она, впрочем, была издана по-русски:

Ф.Карц, Б. Вогели *Российское математическое образование*, Москва МГПУ, 2017

Цитирую: *В середине 70х я работал в издательстве “Просвещение” и редактировал первые массовые издания учебников З.А.Скопеца и др.. (Клопский, Скопец, Ягдовский, 1975, 1976). Должен сказать, что этот коллектив объединил очень опытных, высококвалифицированных, добросовестных людей. Это позволило создать добротный учебник...*

Начальная часть курса примерно соответствовала традиции, на основе аксиом соединения доказывались теоремы о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве...

В целом нужно отметить, что несмотря на наличие многих новых тем, курс стереометрии в учительской среде вызвал меньшую критику, нежели курс планиметрии...

Я добавлю, что фамилия Абрамова в качестве редактора стояла и на последующих изданиях, по крайней мере до 1980г. По поводу самого учебника, см. статьи А. Д.Александрова [Але1981], [Але1980], [Але1980-1], п. 7.2 выше, и прицеп к ссылке [КСЯ1971] ниже.

[Абр2016] Абрамов А.М *Андрей Николаевич Колмогоров Полная библиография его трудов и список публикаций, ему посвящённых*. Москва, МЦНМО, 2016

[АвАв2002] Авдеев Ф.С., Авдеев Т.К. *Андрей Петрович Киселев*, Издательство Орловской государственной телевидательной компании, 2002.

[Але1980] Александров А.Д.⁴⁹ *О геометрии*. Математика в школе. 1980. № 3. С. 56–62.

[Але1980-1] Александров А.Д. *О состоянии школьной математики*. Доклад на заседании ученого совета института математики СО АН СССР 25.12.1980

Содержание доклада - как плачевное состояние школьной математики, так и возражения Понтрягину.

Нападки на высокоабстрактные фундаментальные концепции математики, если бы они возымели действие, могли бы исказить и затормозить ее развитие. В ближайшее время это могло бы и не сказаться вне самих математических теорий, но со временем наверняка отразилось бы и на практических результатах. Но математика имеет слишком большое значение, чтобы можно было допустить подобный ход событий, не опасаясь самых серьезных последствий, не опасаясь нанести стратегический урон движению нашего общества.

Как во всяком серьезном деле нужна ответственность, так она необходима в обсуждении вопросов науки, в развитии науки, в постановке ее преподавания

⁴⁹Статьи А.Д.Александрова на темы образования содержатся в томе 3 «Статьи разных лет» его «Избранных трудов», Новосибирск, 2008.

нужно внутреннее сознание полной ответственности за истину, за науку. Но именно этой полной ответственности и не хватает, ни в обсуждении вопросов науки, ни в постановке ее преподавания. Особенно высокой ответственности требуют учебники, потому что они призваны приобщить десятки миллионов молодежи к началам науки, к истине, десятки миллионов, которые должны принять учебник как высший, непререкаемый авторитет.

Между тем в учебнике по геометрии для 9–10 классов враки, нелепости и путаницы сохраняются до 6-го издания, 1980 г. включительно, хотя авторы знают о части своих заблуждений и при малейшем желании могли бы знать их все. Но им нет до этого дела! Редактор и один из авторов учебника З. А. Скопец преподает в Ярославском педвузе; время от времени он, наверное, ставит студентам двойки и их снимают со стипендии. А что он получает за свои враки в учебнике?

Академик А. Н. Тихонов сообщил в журнале «Коммунист», как о совершенном под его руководством «положительном шаге», о появлении учебника «Геометрия 6» Атанасяна и Позняка, учебника, полного ошибок и нелепостей.

Речь идет не о теоретико-множественном подходе, не о каких-то особых абстракциях и премудростях, а о самых простых вещах, как грубые ошибки в русском языке в «Геометрии 6» или нелепое определение многогранника в учебнике для 9–10 классов. Не абстракции в математике, а абстрагирование от ответственности, абстрагирование от добросовестности — вот, в конечном счете, корень ошибок и нелепостей как в школьном преподавании, так и в публичных суждениях о математике.

То есть Александров опасался, что плохо организованная контрреформация может оказаться не лучше реформации, а тихоновцы окажутся не лучше колмогоровцев. Основания для таких опасений были, но все же реформа была основана на ошибочных стратегических установках, а контрреформация ставила перед собой реализуемые земные цели. Ляпы в учебниках тихоновцев все же были исправимы. Кроме того, публикация статьи Понтрягина ставила Александрова, уже начавшего экспериментировать свой учебник стереометрии, в новое положение.

Далее была принята резолюция СО АН СССР [Рез-СО1980].

[Але1981] Александров А.Д. *Что такое многогранник?*, Математика в школе, 1981, Часть 1, 8-16, Часть 2, 19-26.

Статья с критикой учебника под ред. З. А. Скопца [КСЯ1971] и определения многогранника в этом учебнике.

[Але-бас] Александров А.Д. *Лев на nive просвещения*. В сборнике Академик Александр Данилович Александров. *Воспоминания. Публикации. Материалы*. (ред. Г. М. Идлис, О. А. Ладыженская) — М.: Наука, 2002. С. 134–135.

Эта басня, современная реформе, всплыла много лет спустя, по-видимому, уже после смерти Александра Даниловича...

Однако курс был слишком гадок

И никому невпроворот:

Кого от той науки рвет, кого проносит, —

Одни шакалы Льва возносят.

[АВЛ] Александров А.Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. *Геометрия*, 9-10 классы. Москва, Просвещение, 1981-1982.

Об истории учебника см. [Вер2012].

- [АГКЛШ1980] П. С. Александров, Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогоров, М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, *Алексей Иванович Маркушевич (некролог)*, Успехи математических наук, 35:4(214) (1980), 131–133.
- [АЛМШ1978] П. С. Александров, М. А. Лаврентьев, Д. Е. Меньшов, Б. В. Шабат, *Алексей Иванович Маркушевич (к семидесятилетию со дня рождения)*, Успехи математических наук, 33:4(202) (1978), 229–235.
- [Али] Алимов Ш. А., Ильин В. А., Колягин Ю. М., Сидоров Ю.В., Шабунин И.М. *Алгебра*. Проб. учебники для 6-8-х кл. сред. школы. - М. : Просвещение, 1981.
Один из контрреформистских учебников. Состав авторов менялся. Существует до сих пор.
- [Анд1941] Андронов И.К. *А.П.Киселев*. Математика в школе, 1940, 2, 68-70.
Цитата: ... Почему спрос на его книги непрерывно возрастал и авторитет его креп? - В том, что Андрей Петрович до последних дней учился, тщательно следил за научной и научно-педагогической литературой как отечественной, так и Запада, - Франции, Германии, позднее, Англии; учился он и у учительских масс, умея выслушивать их и уметь выбирать из их предложений лучшее.
- [Анд1954] Андронов И. К. *Арифметика натуральных чисел*. Экспериментальное пособие. Учпедгиз, 1954
Пособие по арифметике (видимо, все же не для первого класса) начиналось с понятия множества и взаимно однозначного соответствия, По-видимому, это был первый эксперимент в этом роде. См. разгромную рецензию Виленкина и Яглома [ВЯ1955]. На основе этого пособия был издан экспериментальный учебник [АБ1962], из которого были, в частности, изъяты раздражающие элементы.
- [Анд1967] Андронов И.К. *Полвека развития школьного математического образования в СССР*. - М.: Просвещение, 1967. - 180 с.
- [АБ1962] Андронов И.К., Брадис В.М. *Арифметика. Пособие для средней школы*, Учпедгиз, 1957
- [Арн2000] Арнольд В.И. *Нужна ли в школе математика?* Доклад на Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков» в Дубне 21 сентября 2000 года
М.А. Цфасман: Владимир Игоревич, если бы в этой аудитории нашлось несколько безумцев, которые хотели бы сохранить культуру, в том числе культуру математики, что бы Вы рекомендовали им делать?
— Знаете, это очень трудный вопрос. Я бы рекомендовал в преподавании в школе вернуться к Киселеву. Но это мое личное мнение. Мой учитель, Андрей Николаевич Колмогоров, очень меня убеждал, когда он начинал свою реформу, принять участие в этой реформе и переписывать все учебники, делать их по-новому и излагать, как он хотел, бурбакизировать школьную математику и так далее. Я категорически отказался, прямо чуть не поссорился с ним, потому что, когда он мне стал рассказывать свою идею, это был такой вздор, про который мне было совершенно очевидно, что пропускать его к школьникам нельзя. К сожалению, после него еще несколько академиков пропустили, и они сделали еще хуже, чем он. Я боюсь этим заниматься, сейчас я не берусь за это дело, в частности,

пользуясь вот этим всем опытом. Уважаемые мною люди, А.Д. Александров, Погорелов, Тихонов, Понтрягин — все приняли участие и все написали плохо. Я могу точно сказать, что плохо написал Колмогоров, скажем, ну и про других тоже знаю; учебники, которые они предложили, могу критиковать, но не могу предложить своего учебника...

Я сам преподавал в школе (впрочем, в интернате — правда, это не обычная школа, но мне случалось и в обычной школе преподавать) — в интернате я читал лекции, про которые издана даже книжка Алексева, который тут присутствует, по моим лекциям. Он был одним из слушателей, школьников, который записал эти самые лекции, упражнения, хорошая книжка «Теорема Абеля в задачах и решениях». Там есть доказательство теоремы о том, что уравнение пятой степени неразрешимо в радикалах. При этом по дороге излагаются (для школьников!) комплексные числа, римановы поверхности, теория накрытий, теория групп, разрешимые группы и многое другое. Свой опыт, как, по-моему, надо преподавать математику, я многократно излагал конкретным образом по поводу конкретных вещей. Я читал различные лекции, записывал, издавал и так далее. Это я могу делать. Но статья во главе какого-нибудь большого такого проекта было бы страшно, потому что, на мой взгляд, здесь нужно иметь какую-то конкуренцию, при которой разрешается опыту лучших учителей выбиваться вверх, как это произошло с самим Киселевым, который вовсе не был лучшим математиком России и который добился крупнейшего успеха, многократно перерабатывая свою первоначально не такую уж удачную книгу. Здесь нужны хорошие учителя, это должны делать хорошие учителя, и они должны это сделать хорошо.

- [Арн2002] Арнольд В. И. *Математическая дуэль вокруг Бурбаки*, Вестник АН СССР, том 72 (2002), № 3, с. 245-250
- [Ата1981] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., *Геометрия. Пробный учебник для 6-8 классов*. Просвещение, 1981.
Первая версия для 6-го класса вышла в 1979г. под авторством Атанасяна. В следующем году добавился Позняк, в 1981г. - Бутузов и Кадомцев, позже - Л.С.Киселева. Учебник широко используется и поныне.
- [АЛС1959] Ашкинуге В. Г., Левин В. И., Семушин А. Д.
О перестройке программ по математике в свете новых задач средней школы», «Математика в школе», 1959, No 1, 40—51.
- [АЛС1960] Ашкинуге В. Г., Левин В. И., Семушин А. Д.,
Некоторые замечания к проекту программы по математике для средней школы Математика, ее преподавание, приложения и история, Математическое просвещение, сер.2, вып. 5, ГИТТЛ, 1960, 127–132
- [Барс1956] Барсуков А.Н. *Алгебра*. Учебник для семилет. и сред. школы. - Москва : Учпедгиз, 1956.
Стабильный учебник для 6-8 классов с 1956 до начала Колмогоровской реформы.
- [БД1975] Белый Б. Н., Дербенева К. Ф. *Учебники и учебные пособия для начальной и средней школы, 1917-1972*. сс. 319-332, в книге Штокало И.З. (ред) История математического образования в СССР. - Киев: Наукова думка, 1975.

[БМ1975] Белый Б. Н., Маслова Г. Г., Беспмятных Н. Д., *Развитие преподавания математики в общеобразовательной средней школе, 15-92*, в книге Штокало И.З. (ред) История математического образования в СССР. - Киев: Наукова думка, 1975. - 383 с;

Цитаты: Анализ программы 1968г. показывает, что ее авторы при опеределении содержания школьного курса не пошли по пути резкой модернизации математического образования. При составлении программы учитывался опыт, накопленный в массовых и экспериментальных школах, в сочетании с оригинальным решением ряда методических проблем...

Таким образом разработанная под руководством А.Н.Колмогорова программа отличается большой продуманностью. Ее авторы бережно отнеслись к прогрессивному наследию прошлого и без лишнего увлечения внесли в школьный курс то новое, что характерно для современных тенденций модернизации школьного математического образования.

[БВЯ1959] Болтянский В. Г., Виленкин Н. Я., Яглом И. М., *О содержании курса математики в средней школе*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Математическое просвещение, сер.2, вып. 4, 1959, 131–143

[БВС1972] Болтянский В.Г., Волович М.Б., Семушин А.Д. *Геометрия 6-8*. Экспериментальное учебное пособие. - М.: Педагогика. 1977

Эти экспериментальные учебники издавались с 1972 года, 6, 7, 8 класс. Полный комплект был издан в 1979 году.

[БЛ1973] Болтянский В.Г., Левитас Г.Г. *Математика атакует родителей*. Педагогика, 1973; второе издание, 1976.

[БЯ1963] Болтянский В.Г. , Яглом И.М. *Геометрия. Учебное пособие для 9 класса средней школы*. - М.: Учпедгиз. 1963

[Бор1914] Э. Борель, *Как согласовать преподавание в средней школе с прогрессом науки*. (Перевод с французского под ред. М.З.Кайнера; предисловие Я.С. Дубнова), Математика, ее преподавание, приложения и история. Математическое просвещение, сер.2, вып. 3, 1958, 89–100. Translated from E. Borel, *L'adaptation de renseignement secondaire aux progres de la Science*, L'Ens. math. 16, 1914, 198 -210.

[Бро1960] И. Н. Бронштейн, *Всесоюзное совещание преподавателей математики высших учебных заведений СССР*, Матем. просв., сер. 2, 5 (1960), 215-222.

Формально это собрание скромно называлось «Всесоюзное Совещание заведующих кафедрами высшей математики втузов», созданное Министерством высшего образования СССР (МВО), но по существу это было первым съездом преподавателей втузов с очень широким представительством: кроме заведующих кафедрами (их было около 250), на совещании было официально зарегистрировано такое же число рядовых преподавателей, а фактически на отдельных заседаниях присутствовало до 800 – 900 человек...

Большая часть третьего дня совещания была посвящена центральному вопросу – «Основные задачи математической подготовки инженеров». Доклад на эту

тему А. Ф. Берманта продолжался $2\frac{1}{2}$ часа без перерыва при напряженном внимании всего зала – настолько своевременно и остро были поставлены волновавшие всех вопросы. Этот доклад был положен в основу проекта общей резолюции...

Началась общая дискуссия, которая продолжалась еще в течение двух дней; в ней приняло участие свыше 50 человек. Во время дискуссии состоялись выступления министра МВО В. П. Елютина и других руководящих работников МВО...

По некоторым вопросам вспыхивала острая полемика. Так, читателям «Математического просвещения», вероятно, будет интересно узнать, что вопрос об объеме знаний по математике, требуемых втузами от оканчивающих среднюю школу, вызвал большие разногласия. Некоторые из выступавших считали, что в программу средней школы нецелесообразно вводить элементы высшей математики («Пусть научат школьников хорошо решать задачи по стереометрии с применением тригонометрии, и мы за это спасибо скажем, а что такое интеграл, мы и сами сможем объяснить!»). Но эта непрогрессивная точка зрения не получила поддержки на совещании и не нашла отражения в резолюции.

И докладчики, и выступавшие указывали на то, что, к сожалению, математика во втузах не заняла еще того положения основной, профилирующей дисциплины, которое она должна занимать в образовании инженера...

Через несколько дней газеты сообщили о смерти Анисима Федоровича Берманта... Участники совещания не подозревали о том, что жизнерадостный, полный энергии и оптимизма А. Ф. Бермант был очень больным человеком. Последнее напряжение стоило ему жизни. Это была смерть на посту.

Материалы совещания опубликованы в [Проб1960] (это момент начала реформации математики во втузах, эта книга – я ее не видел – может оказаться боевиком). Сокращенные резолюции есть в [Рез1959]. Я не нашел там отражения прогрессивной точки зрения. Но есть такие слова: *Совещание обращает внимание Министрства просвещения на то, что при любой переработке программы средней школы должен быть обеспечен уровень знаний по элементарной математике, необходимый для обучения в высшей технической школе.* Очевидно, что участники совещания испытывали тревогу по поводу возможных последствий увеличения элементов высшей математики в программе школы.

[БЛ1959] Бронштейн И. Н., Лопшиц А. М., *Реплики: Не изгонять из школы идей аксиоматического метода*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 4, 1959, 151–152

[ВД1969] Вейц Б.Е., Демидов И.Т. *Алгебра и начала анализа, 9 класс*, Пробный учебник под редакцией Колмогорова Просвещение, 1969, Был также учебник для 10ого класса, Просвещение, 1971.

Это учебник, который предполагалось пустить в дело в 1975г. В последний час (см. п. 8.1) он был преобразован в [КВДШ1975].

После этого предварительного рассмотрения нетрудно понять следующее определение предела...

Дальше идет (правильное) определение предела на языке ϵ и δ . Я лично видел очень мало студентов за рамками очень узкого круга, которым это определение было бы легко понять, и твердо могу сказать, что на основе объяснений, предлагаемых авторами, его не поймёт НИКТО. Не ясно, понимали ли его сами авторы, вот что они пишут про максимумы:

Точка x_0 из области определения функции называется точкой максимума этой функции, если найдется такая δ -окрестность $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ этой точки, что в интервале $(x_0 - \delta, x_0)$ функция возрастает, а в интервале $(x_0, x_0 + \delta)$ убывает... Пример в другом роде. Задача. Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону $s(t) = 5t + 2t^2 - 2/3t^3$, где $s(t)$ - путь в метрах, а t – время

в секундах. В какой момент времени t скорость движения будет наибольшей и какова величина этой скорости?

Надо сказать, что текст такого уровня не улучшится, даже если исправить в нем все ошибки... Однако на этой книге стоял гриф под «редакцией Колмогорова», и эта книга, надо думать, была многократно положительно отрецензирована (хотя любой грамотный человек должен был бы «схватиться за голову»).

[Вер2012] Вернер А.Л. А.Д. Александров и школьный курс геометрии. Математические структуры и моделирование 2012, вып. 25, с. 18–38.

Это важная и содержательная статья по истории реформы, многократно цитировавшаяся в основном тексте работы. Еще цитаты:

Я помню как в июне 1967 года, приехав в Петрозаводск на Всесоюзный симпозиум по геометрии «в целом», А.В.Погорелов гордо сказал мне: «Я написал курс элементарной геометрии. Я ввел в нем аксиомы расстояния. Меня позвали Колмогоров»

Не доверил А.Н.Колмогоров писать «Геометрию, 6-8» и тем известным геометрам, В.Г.Болтянскому и И.М.Яглому, которые были в его комиссии. Он решил это сделать сам...

Подбирая авторские коллективы для различных учебников математики, А.Н. Колмогоров ездил по педагогическим вузам страны и встречался с математиками. Приезжал он и в Герценовский институт [Ленинградский пединститут], и я помню, как в кабинете ректора мы встречались с А.Н. Колмогоровым, и речь шла о реформе школьного курса математики. Наверное, наши взгляды не подходили А.Н. Колмогорову: никого из герценовцев он в свою команду не взял. Учебник по геометрии для старших классов А.Н. Колмогоров поручил писать профессору Ярославского пединститута З.А. Скопцу и доцентам Курского пединститута В.М. Клопскому и М.И. Ягодовскому.

Приводится письмо А.Д.Александрова от 10.05.1979: *Мне прислали из Министерства рукопись нового издания (нового варианта) пособия [КСЯ1971]. Министр написал мне предложение стать научным редактором. Но по ознакомлении с сочинением, я пришёл к выводу, что редактировать его — напрасный и невозможный труд; нужно — и это проще — переписать сочинение заново. Вот я и хочу это сделать и притом совершенно срочно...*

Революция в средней школе — злодейство. Одно уже было. Второго допустить ни в коем случае нельзя. Виноградово-Тихоновская революция или контрреволюция может быть ещё хуже Колмогоровской. Надо не дать им ходу. А для этого надо захватить инициативу, т.е. надо взяться за улучшение дела реально, без широковещательных деклараций, без лишней ругани и пр.

[ВВ2014] Вечтомов Е. М., Варанкина В. И., Профессор Федор Федорович Нагибин, Вестник Вятского государственного гуманитарного университета, 2014, 5, 170-176

Цитата: На Всесоюзном конкурсе учебников геометрии для 8-летней школы в 1964 г. учебник группы авторов Ф. Ф. Нагибина, А. Ф. Семеновича, Р. С. Черкасова «Геометрия. Учебник для 6–8 классов» был признан лучшим, получил вторую премию (первая ни одному учебнику присуждена не была) и издан в 1967 г. издательством «Просвещение» объемом 384 с. Академик А. Н. Колмогоров, возглавлявший комиссию АН СССР по реформе математического образования, предложил авторскому коллективу этого учебника создать под его руководством современный учебник геометрии для 8-летней школы. С этого момента началось сотрудничество Федора Федоровича Нагибина с выдающимся математиком А. Н. Колмогоровым. Работа по созданию учебника была выполнена.

Нагибин, впрочем, из числа авторов учебника вскоре выпал.

[Вил1964] Виленкин Н.Я. О некоторых аспектах преподавания математики в младших классах, Математика в школе, 1965, 1, 19-29

[ВНШСЧ] Виленкин Н.Я., Нешков К.И., Шварцбурд С.И., Чесноков А.С., Семушин А.Д., Математика, 4-5 класс (под редакцией Маркушевича), Просвещение, 1968-1969.

Появился как пробный учебник в 1968г., в 1970г. пошел в массовую школу. Учебник сильно менялся, менялся и состав авторов. Сейчас это Виленкин, Жохов, Чесноков, Шварцбурд.

[ВЯ1955] Н. Я. Виленкин, И. М. Яглом, И. К. Андронов, *“Арифметика натуральных чисел” (рецензия)*, Успехи математических наук, 10:2(64) (1955), 225–228

Довольно любопытный ответ, в тексте моей статьи на это ссылок нет.

[Вин2015] Э. Б. Винберг, *О концепции учебника геометрии А. В. Погорелова*, Матем. просв., сер. 3, 19, Изд-во МЦНМО, М., 2015, 199–205

Чрезвычайно резкая и местами справедливая критика учебника Погорелова: *Таким образом, концепция учебника Погорелова полностью несостоятельна. Она приводит к тому, что учебник не только не способен пробудить интерес к геометрии, но может вызвать её неприятие, особенно на решающем начальном этапе обучения. Конечно, он сообщает некоторые полезные сведения (которые, впрочем, можно найти и в справочнике), но он не решает задач интеллектуального и духовного воспитания учащихся. Поразительно, что этот учебник в течение столь долгого времени поддерживался и продолжает поддерживаться Министерством просвещения, а затем Министерством образования (и науки) РФ.*

[В-мин1969] *В Министерстве просвещения СССР*, Математика в школе, 1969, 5, 18-21.

[Вним1970] *Вниманию учителей математики четвертых классов и руководителей методических объединений*, Математика в школе, 1970, 4, с.5

[ВПТ1979] В. С. Владимиров, Л. С. Понтрягин, А. Н. Тихонов *О школьном математическом образовании*. Математика в школе. — 1979. N 3. — С. 12–14.

[В-ММО1937] *В Московском математическом обществе*, Сборник статей по элементарной и началам высшей математики, Матем. просв., сер. 1, 13, 1938, 69

[ГЛШ1958] А. О. Гельфонд, А. Ф. Леонтьев, Б. В. Шабат, *Алексей Иванович Маркушевич (к пятидесятилетию со дня рождения)*, Успехи математических наук, 13:6(84) (1958), 213–220.

[ГКР1973] Галкина М. С., Колягин Ю. М., Ройтман П. Б. *Уроки геометрии в VII классе*. Пособие для учителей. - М.: «Просвещение», 1973. Первое полугодие. Второе полугодие.

Из первой части:

Авторы хотели бы отметить замечания многих учителей (приславших отзывы на аналогичное пособие авторов по VI классу), что материал, предлагаемый на тот или иной урок, часто слишком велик по объему и не может быть изучен

за время, отводимое ему на данном уроке. Авторы признают эту критику правильной. Однако рамки программы и учебного плана исключают возможность дать иное планирование и менее насыщенно распределить учебный материал. Основной материал программы должен быть усвоен школьниками в намеченный срок. Поэтому авторы сразу оговариваются, что данное пособие для VII класса имеет тот же недостаток — объем материала для отдельных уроков, может быть, несколько завышен.

[Гла1944] Глаголев Н.А. *Элементарная геометрия* : Для семилет. и сред. школы / Н.А. Глаголев. - Москва : Учпедгиз, 1944; Ч. 2 : *Стереометрия* : Для 9-10 классов. - 1945.

Автор умер в 1945г. Учебник в потом переиздавался с грифом «Утверждено Министерством просвещения». В массовую школу, судя по всему, не пошел. Из Введения: *В практической жизни весьма важно уметь определять расстояние между предметами, размещать их должным образом на нужных расстояниях. Так на заводах весьма важно правильно расставить станки. На поле боя важно правильно разместить дзоты и наблюдательные пункты, уметь определить местонахождение огневых точек врага, расстояние до его блиндажей и т. п.*

[Глад2009] А. В. Гладкий, *О преподавании алгебры и начал анализа в школе*, Матем. обр., 2009, № 3(51), 7–16

Интересная и содержательная статья. Но, как положено, во всех провалах повинны российские власти (и, наверно, в параллельной французской реформе они же): *Неудача была обусловлена прежде всего системой управления образованием и системой подготовки учителей. Важным элементом советской системы управления образованием, к 70-м годам окончательно закосневшей, были «стабильные учебники», по которым обязаны были преподавать учителя во всей огромной стране. Переходу на новый стабильный учебник предшествовало его «экспериментальное опробование», но оно было чисто формальным: в нескольких городах и районах всем учителям данного предмета предписывалось работать по пробному учебнику и писать отчеты, причем отрицательные отзывы во внимание не принимались... Геометрия и при традиционном изложении по Киселеву была трудна для школьников, а новый учебник, возникший в результате сотрудничества А. Н. Колмогорова с талантливыми педагогами-математиками А. Ф. Семеновичем и Р. С. Черкасовым, был намного труднее. Но это книга добротная, тщательно продуманная, богатая новыми методическими идеями. В нормальных условиях этот учебник был бы сначала взят на вооружение небольшим числом учителей, а со временем на его основе теми же или другими авторами были бы созданы учебные пособия, которые получили бы более широкое распространение.*

Ю.Н. В стабильных учебниках, безусловно, есть минусы (а возврат к ним невозможен и нежелателен), но 1938-1976годы стабильные учебники математики хорошо отработали (и были, кстати, дважды за это время прореформированы, 1956, 1966). Экспериментальных учебников после войны издавалось довольно много разных. С запуском реформы безусловно произошла управленческая ошибка, решение о запуске асфальтового катка в 1970 году было принято в 1968, когда комплекта новых учебников еще не было. В том же 1970г, когда упомянутый учебник [КСНЧ1970] еще не начал проходить экспериментальную проверку, его запуск в 1972 был уже почти неизбежен. Однако в 1968 по вопросу реформы было единодушие АН СССР, АПН СССР, разных комиссий, лучших экспертов-педагогов, знаменитых математиков... То, что все они ошибаются, и что вместо кота из мешка выпрыгнет неукротимая тигра, управленцы все же имели право и не предвидеть. С другой стороны, уже были неудачи с геометрическими учебниками Фетисова-Никитина (1956) и Болтянского-Яглома (1963), и, казалось бы, именно со стороны математиков и педагогов следовало бы проявить хотя бы минимальную осторожность.

- [ГЧ1993] Глейзер Г.Д., Черкасов Р.С. *Центр творческих усилий педагогов [к 50-летию Российской академии образования]* Математика в школе. 1993. № 5. С. 2–8; 1993. № 6. С. 2–6.
- [Гне1961] Гнеденко Б. В. *Александр Яковлевич Хинчин*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 6, 1961, 3–6.
- Это введение к опубликованным посмертно статьям Хинчина [Хин1961], [Хин1961-1]. Цитата: *В результате вмешательства А. Я. Хинчина из учебника [«Арифметики»] был изгнан ряд понятий, сохранившихся в школьных учебниках лишь в силу слепой традиции. От этого книга выиграла сразу по меньшей мере в двух отношениях: она стала научнее и одновременно более доступной для понимания. Недаром сам А. П. Киселев после завершения А. Я. Хинчиным указанной переработки прислал ему письмо с выражением самой искренней благодарности за существенное улучшение книги. В тесной связи с работой над учебником арифметики А. П. Киселева находится небольшая заметка А. Я. Хинчина «О понятии отношения двух чисел» (см. [Хин1941]). Сейчас время убедительно показало, как был прав А. Я. Хинчин, когда занес руку на понятие, абсолютно не нужное математической науке. Но в ту пору отстоять эту точку зрения стоило больших усилий.*
- [Гнед1965] Б. В. Гнеденко, *О перспективах математического образования*, Математика в школе, 1965, 6, с.2-11
- [Гнед1993] Б. В. Гнеденко, *Учитель и друг*, Колмогоров в воспоминаниях учеников, МЦНМО, 2006
- Цитаты: *Конечно, учебники, написанные коллективом под руководством Колмогорова, требовали серьезной доработки. ... Учебник мало написать, его необходимо выстрадать и многократно к нему возвращаться. Такой возможности Колмогорову дано не было. На него свалилась резкая и далеко не всегда справедливая критика.*
- Я считаю критику Л. С. Понтрягина, опубликованную в журнале «Коммунист», необъективной и не содержащей никаких положительных предложений и решений. Поскольку в ту пору на эту статью нельзя было возразить, то иные точки зрения и оценки не увидели света. В результате наша средняя школа была дезориентирована и пошла по плохо продуманному пути.*
- Вообще, моя точка зрения на школьные реформы состоит в том, что их предварительно следует осмыслить всесторонне, проверить экспериментально и только затем вводить в широкую практику. Каждая ошибка в такого рода делах тиражируется в десятках миллионах душ и умов и сказывается, по меньшей мере, в течение жизни целого поколения.*
- Сф. п. 4.5.
- [ГП1965] Б. В. Гнеденко, И. С. Петраков *Итоги открытого конкурса на учебники по математике*. Математика в школе, 1965, 2, 4-9
- [Гон1955] Гончаров В.Л. *Начальная алгебра*. М.: Издательство АПН РСФСР, 1955, Москва: Издательство АПН РСФСР, 1960. — 452 с.
- Учебник был написан, чтобы несколько реформировать тогдашний курс алгебры. Был издан под грифом «Пособие для учителей». См. рецензию на него Г.Б.Гуревич, *Учебник алгебры В.Л.Гончарова*, Матем. просв., сер. 2, 1, 1957, 243–250.
- [Дуб1946] Я. С. Дубнов *Геометрия в семилетней школе*. Изв. АПН РСФСР, 1946, 6, 57–76.

... евклидово здание как научная система рассыпалось под ударами критики. Евклидов список аксиом оказался только грубым приближением к тому, на чем действительно может быть построена формально-логическая система геометрии. Из-за отсутствия у Евклида аксиом порядка, недостаточности аксиом конгруэнтности и непрерывности почти все [Ю.Н.: Почти все?...] его доказательства, перешедшие в наши учебники, оказываются неполноценными. Впрочем давно уже было отмечено, что в обычных евклидовых доказательствах существенную роль играют чертежи, на которых расположение частей ничем не обосновано (и не может быть обосновано при отсутствии аксиом порядка), вследствие чего не гарантирована ни допустимость предложенного чертежа, ни исчерпание всех возможных случаев...

Евклидов гипноз, или, чтобы употребить более мягкое выражение, «власть средневековой евклидовой традиции», – вот что стоит на пути рациональной реформы преподавания геометрии. В свете современной науки школьная геометрия должна отказаться от претензии служить привилегированной «школой дедукции», дедуктивное мышление можно и следует воспитывать в преподавании арифметики, алгебры, режисе физики...

Ю.Н.: По-моему, за этой риторикой стоит гамбит - идея модернизировать школьную геометрию за счет снятия с нее общекультурных функций (см. также прицеп к [Дуб1950]). Основной тезис в обосновании достаточно странен – Евклид, разумеется, с точки зрения рафинированного математика не строг, но авторы школьных учебников, включая Киселева, не могли стремиться и к Евклидову уровню строгости, в этом смысле «Основания геометрии» Гильберта 1899г. ничего не меняли, а Киселев вполне сознательно боролся не за строгость, а за ее психологически правдоподобную имитацию. Другие тогдашние математические предметы («Алгебра», «Арифметика», «Тригонометрия») вовсе не избегали решения общекультурных задач, но у той же алгебры было к этому меньше возможностей.

[Дуб1950] Я. С. Дубнов, *К истории постулата о параллельных линиях в связи с практикой современного преподавания*, «Математика в школе», 1950, № 5, стр. 1–8; перепечатано в Матем. просв., сер. 2, 5, 1960, 57–71

Школьная геометрия осуждена оставаться логически неполноценной; в ее построении интуиция не может и не должна быть окончательно вытеснена логикой. Трудная задача преподавания состоит в том, чтобы разумно дозировать (на разных ступенях обучения по-разному) эти два образовательных элемента и по возможности их разграничивать.

Во всяком случае пора преодолеть прочную еще иллюзию, будто евклидово здание является «непревзойденным образцом логического совершенства», а «Геометрия» А. Киселева или любой другой учебник — подлинной «школой дедуктивного мышления». По поводу последнего мнения хочу заметить, что хорошо объясненный (без особых мудрствований) вывод формулы

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

представляет собой гораздо более совершенный образец дедукции, чем любая теорема из школьного курса геометрии. В связи с этим следует пересмотреть традиционный взгляд, согласно которому преимущественно геометрия, а не алгебра призвана воспитывать дедуктивное мышление... В учебниках алгебры должен чаще (а к слову сказать, в учебниках геометрии — реже) появляться заголовок «теорема»... Во-вторых, при изложении доказательств геометрических теорем должны быть более четко отграничены логические элементы от интуитивных, отмечаемых словами «примем за очевидное», «примем без доказательства» и т. п.

Ю.Н. Для меня является загадкой, в чем состоят глубины доказательства тождества $(a + b)^2 = \dots$. Вычисление достаточно просто, а излишние схоластические

комментарии тут едва ли могут быть полезны. Непонятно и упомянутое «четкое ограничение». Смысл этих сентенций, скорее всего, в другом, см. прицеп к [Дуб1946].

[Дуб1958] Я. С. Дубнов, *К проблеме создания новых учебников по математике для средней школы*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 3, 1958, 275–300

Цитаты: *20 лет назад математическая общественность была встревожена попыткой Наркомпроса РСФСР и Учпедгиза навязать школе недоброкачественный учебник геометрии. В печати этот учебник, а заодно и некоторые другие книги по математике, изданные Учпедгизом для школы или для преподавателей, были подвергнуты суровой критике Авторитетные научные организации (Московское математическое общество, Сектор математики Академии наук СССР) потребовали изъятия этих книг из школьного обихода и создания новых учебников* [Ю.Н.: см. [Нер2021], 16.3]. *В частности, по отношению к геометрии было признано возможным сохранить лишь на 2-3 года переработанный учебник А. Киселева. Война, а позже бездеятельность Наркомпроса задержали выполнение этой задачи почти на 20 лет. Только изменение программы по математике заставило Министерство просвещения с лихорадочной поспешностью и путем закрытых конкурсов выпустить в 1956 г. новые учебники по алгебре, геометрии и тригонометрии.*

[Дуб1960] Я. С. Дубнов, *Содержание и методы преподавания элементов математического анализа и аналитической геометрии в средней школе*, Математика, ее преподавание, приложения и история. Математическое просвещение, сер.2, вып. 5, Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1960, 17–55

[ДРШ2017] Дудырев Ф. Ф., Романова О. А., Шабалин А. И. *Старшая школа и ее альтернативы в советской и российской практике*. М.: НИУ ВШЭ, 2017.

[Дье1975] Ж. Дьедонне *Линейная алгебра и элементарная геометрия*, М.: Наука, 1975 (перевод с французского Дорофеева под редакцией И. М. Яглома). French original: Dieudonné, Jean *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*. Enseignement des Sciences, VIII Hermann, Paris 1964 223 pp editions: 1964, 1968, 1968, English translation: *Linear algebra and geometry*. Houghton Mifflin Co., Boston, Mass. 1969

[КаСо1979] Канторович Л.В., Соболев С. Л. *Математика в современной школе*. Математика в школе — 1979. — No 4. — С. 6–11.

[КаКо1972] *Переписка А.Н.Колмогорова и П.Л.Капицы*. Вопросы философии, 1972,7, 16-24.

Капица: *Я себе представляю задачи специальной школы по сравнению с обычной аналогично тем, которые преследует клиника по сравнению с больницами. Клиника изучает и отрабатывает новые методы диагностики и лечения и для этого имеет наиболее квалифицированный персонал, и ее задача - внедрить передовые методы в жизнь и этим поднять уровень медицинского обслуживания больных в обычных больницах. При этом, конечно, клиники должны быть специализированными по определенным видам заболевания. Полезность и необходимость такой организации в здравоохранении общепризнаны и не вызывают*

сомнений. То же должно иметь место и при развитии образования. Задача специальных школ - изучать и разрабатывать передовые методы обучения воспитания. Специшколы должны иметь хорошо подобранные кадры преподавателей, образцовую организацию. Конечно, такие школы не могут охватывать обучение по всем областям знания и должны быть специализированы по отдельным дисциплинам, как математика, физика, биология и проч. Тут мы, по-видимому, несколько расходимся с Вами во взглядах. В Вашем письме, характеризуя деятельность Ваших школ, Вы определяете их значимость по научным успехам Ваших питомцев. Это, конечно, показывает, что Ваши методы преподавания математики действительно являются более совершенными. Но Вы не говорите о том, что Вы предпринимаете, чтобы эти методы обучения распространились более широко, и как они влияют на качество преподавания математики в обычных школах. Я считаю, что повышение уровня преподавания в стране в широких масштабах и должно быть основной задачей специшкол. Если это так, то из этого следует, что характер организации этих школ, отбор преподавателей и учеников должны быть согласованы с этой задачей.

Существуют еще специальные школы, в которых основной предмет обучения практически отсутствует в обычных школах. Например, это балетные школы, цирковые училища, музыкальные и художественные школы и т. п. Поскольку такого рода специалисты требуют обучения смолodu и малочисленны, то существование подобных школ вполне оправдано.

[Карп2002] А.П. Карп *Классик реального образования : к столетиям со дня рождения А.П. Киселева*. - Санкт-Петербург : СММО Пресс, 2002.

Цитаты: Опытный учитель, Киселев и сознательно, и подсознательно, членя и строя излагаемый материал так, что уроки получались по его книгам легче, чем по другим: в них естественно возникали и введение, и необходимые определения, и основные утверждения, и упражнения на их закрепление... Но, сравнивая учебник Киселева с учебником Давидова или даже с учебником другого профессора Московского университета Д.М.Первошчикова, учившего еще А.И.Герцена, математических отличий мы найдем не так уж много. А вот умение найти точные слова и сказать их там, где их раньше не говорили - потому ли, что считали проблему и без того очевидной, или потому, что оговорили в другом месте по ходу дела, - Киселева отличает разительно. Слова, сказанные Киселевым были не только точными, но и краткими: автор учебника, как и учитель на уроке, ощущал излишнее многословие как потерю времени, и, больше того, учебного темпа. Он [не стеснялся] «поступиться строгостью изложения в пользу его краткости и доступности», как он сам писал в предисловии к учебнику геометрии.

Киселев победил как воплощение учительского опыта - опыта во многом консервативного и уже до революции таковым осознаваемого... И все же сам Киселев разительно отличался от тех, кто в дальнейшем через десятилетия клялся его именем, заверяя, что в школьной математике ничего менять не надо. Киселев как раз школьный курс поменял и, делая это, он был восприимчив ко всем источникам, выбирая то, что ему близко.

[Кат-МГУ] *Каталог Библиотеки Московского государственного университета*. http://nbgmu.ru/catalogs/alcats/books_rus/

[Кат-РГБ] *Каталог Российской государственной библиотеки*. <http://search.rsl.ru/#ff=24.12.2016&s=fdatedesc>

[Кат-РНБ] *Каталог Российской национальной библиотеки*. http://www.nlr.ru/e-case3/sc2.php/web_gak

[Кис1884] Киселёв А.П. *Систематический курс арифметики. Систематический курс арифметики для средних учебных заведений*. Санкт-Петербург : тип. В. Безобразова и К^о, 1884. - VIII, IV, 296 с.

Этот учебник (как и все другие) многократно перерабатывался автором. Легко доступна перепечатка с 24 издания 1912г. Киселев А.П. *Систематический курс арифметики*. Издательство Орловского государственного университета, 2002. Самые поздние видимые библиотечными каталогами издания - 1917 и 1918гг. В 1929-1931гг. вышли несколько изданий книги с тем же названием, но с грифом «Пособие для поступающих в вузы и техникумы и для самообразования», а 1937г. «Для педагогических училищ» под редакцией Хинчина.

[Кис1888] Киселёв А.П. *Элементарная алгебра*. Часть 1; Часть 2. Москва, Издание автора, 1888.

В 1917 году вышло 29-ое издание. В учебнике есть «Дополнение», включающее сочетания, размещения, бином Ньютона, цепные дроби. Дальше были издания, по крайней мере 1920, 1922, 1923. В 1925-1930 издавался учебник [Кис1926], дальше в 1933-37гг было несколько изданий под названием «Алгебра».

[Кис1892] Киселёв А.П. *Элементарная геометрия для средних учебных заведений*: С прил. большого количества упражнений и статьи: Главнейшие методы решения геометрических задач на построение. Насл. бр. Салаевых, 1892, 1893.

В 1923г. туда были добавлены фигуры с осевой симметрией, а также параллельный перенос. Учебник продолжал плотно издаваться до 1931г. Последнее издание было перепечатано в 1980г. как Киселев А.П. *Элементарная геометрия* : Кн. для учителя. - М. : Просвещение, 1980.

[Кис1909] Киселев А.П. *Начала дифференциального и интегрального исчисления*. (Курс VII кл. реальных уч-щ) Москва : кн. маг. В.В. "Насл. бр. Салаевых 1909.

Учебник издавался несколько раз в 1909-1917гг. Перепечатка: Киселев А. П. *Начала дифференциального и интегрального исчисления*. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2017.

[Кис1926] Киселёв А.П. *Элементы алгебры и анализа*, Москва ; Ленинград : Гос. изд-во, 1926. - VII, 412 с. : черт.; 24 см. - (Учебные пособия для школ I и II ступени. [Пособия для трудовой школы])

Этот учебник несколько раз был переиздан в 1925-1930гг. Он находился в соответствии с появившимися в 1925 году программами-минимум единой трудовой школы, изданными Научно-методическим советом Ленинградского губоно. В нем были пределы и их применения к элементарной геометрии, производная с возрастанием-убыванием и выпуклостью-вогнутостью, понятие о первообразной функции и ее применения в геометрии, кривые второго порядка, комплексные числа.

[Кис1938-ал] Киселев А.П. *Алгебра*. Учебник для средней школы : Утв. Наркомпросом РСФСР, Под ред. А.Н. Барсукова. - 15-е изд. - Москва : Учпедгиз, 1938.

С 1933г. в изданиях «Алгебры» Киселева появляются слова «под редакцией Барсукова». Я не пытался понять характер и размеры правок. Во второй половине 1940х и первой половине 1950х внесение существенных изменений продолжалось.

С 1955г. был введен учебник Барсукова по алгебре для средних классов, существовавший учебник «Киселева» продолжал использоваться до 1966г. Репринт издания 1938г.: Киселёв А.П. *Алгебра*, Физматлит, 2006.

[Кис1938-ге] Киселев А.П. *Геометрия*. Учебник для средней школы: Утв. Наркомпросом РСФСР / Под ред. и с доп. проф. Н.А. Глаголева. - Москва : Учпедгиз, 1938.

В 1938г после существенной переработки «*Геометрия*» Киселева пошла в дело в качестве стабильного учебника. «*Планиметрия*» проработала вплоть до ее замены учебником Никитина в 1955-56гг. «*Стереометрию*», возможно тогда тоже хотели отменить, но удачной замены не было, последний выпуск по ней был в 1976г. Перепечатка издания 1938г.: Киселев А.П. *Геометрия. Планиметрия. Стереометрия*. Физматлит, 2004.

[Кис1938-ар] Киселев А.П. *Арифметика*. Учебник для 5 класса неполной средней и средней школы : Утв. Наркомпросом РСФСР / Переработка проф. А. Я. Хинчина. - Москва : Учпедгиз, 1938. - Киселёв А.П.

После существенной переработки Хинчина «Арифметика» Киселева вернулась в школы и отработала до 1955года. Перепечатка издания 1940г.: Киселев А. П. *Арифметика*. Переработка А. Я. Хинчина. - М. : Физматлит, 2002

[Кла1973] Kline, Morris, *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math*. New York: St. Martin's Press, 1973

[КСЯ1971] Клопский В. М., Скопец З. А., Ягодовский М. И. *Геометрия, 9-10 классы*. Под редакцией З.А.Скопеца. *Геометрия, 9-10 классы*. Под редакцией З.А.Скопеца, Просвещение, 1977.

Учебник Колмогоровского проекта. Пробные версии за 9 и 10 класс появились в 1969 и 1971г. соответственно. Школьный учебник стереометрии, 1975-1986. Учебник выдержал 8 русских изданий вплоть до 1982г, но и позже в 1983-86гг. издавался на таджикском, молдавском, узбекском, грузинском, казахском, латышском, армянском, белорусском, каракалпакском, азербайджанском, венгерском (Ужгород), татарском, литовском языках (список не претендует на полноту). Мы его уже обсудили его странные места в п.7.2. Приведем дополнительно две длинных выписки из учебника и обсудим, как же это могло получиться.

1. Определение многогранника (цитируются издание 1977г., стр. 117), этому определению была посвящена статья А. Д. Александрова [Але1981].

Простой многогранной поверхностью называется объединение конечного числа многоугольников, удовлетворяющее следующим условиям:

1) для любых двух вершин этих многоугольников существует ломаная, составленная из их сторон, для которой взятые вершины служат концами;

2) произвольная точка объединения многоугольников [Ю.Н.: разделение на строчки мое и буквы а), б), в) - мои, в оригинале все идет через запятые]

а) либо является точкой только одного из данных многоугольников,

б) либо принадлежит общей стороне двух и только двух многоугольников,

в) либо является вершиной только одного многогранного угла, плоскими углами которого служат углы данных многоугольников.

Если каждое ребро многогранной поверхности содержится в двух ее гранях, то эту многогранную поверхность называют **замкнутой**.

... Замкнутая многогранная поверхность разбивает множество всех не принадлежащих ей точек пространства на два подмножества. Для одного из них существуют прямые, содержащиеся в этом подмножестве; для другого — таких прямых не существует. Первое из указанных подмножеств называют внешней

областью замкнутой многогранной поверхности, а второе — ее внутренней областью.

Определение. Объединение замкнутой многогранной поверхности и ее внутренней области называется многогранником.

Грани, ребра, вершины поверхности многогранника называют соответственно гранями, ребрами и вершинами многогранника.

Как и многоугольники, многогранники могут быть выпуклыми и невыпуклыми. Мы будем изучать только выпуклые многогранники.

Нельзя сказать, чтобы сказанное было исключительно понятным (я еще не все процитировал), и непонятно зачем все это сказано, если будут рассматриваться только выпуклые многогранники⁵⁰.

Интересно это сопоставить с определением многогранного угла в том же учебнике: Пусть даны многоугольник $\Phi = ABC \dots$ и точка S , не принадлежащая его плоскости. Объединение всех лучей, имеющих общее начало S и пересекающих данный многоугольник Φ , называется многогранным углом.

Авторы стараются ради определения невыпуклых многогранников, но в их определении все грани оказываются выпуклыми (очевидное упражнение). То есть, согласно З. А. Скопечу, пирамида с невыпуклым основанием многогранником не является... Желающие могут поразмышлять над тем, что в итоге названо «гранью многогранника»... Очевидно, что авторы учебника сами не понимали собственного мудреного определения.

Фраза: «многогранник - это тело, ограниченное конечным набором плоских многоугольников⁵¹ и более понятна, и более правильна.

Прочитав А. Д. Александрова [Але1981]: *Этот недостаток внимания к смыслу применяемых понятий выступает особенно резко с теми претензиями на особую строгость в духе теоретико-множественной установки, которыми открывается Геометрия 9-10, когда в первой аксиоме говорится, что прямая есть непустое множество точек. Так очевидное облачается в мундир формальной строгости, а неочевидное – то, что действительно нужно разъяснить, тонет в лохмотьях путаницы, так тонет понятие многогранной поверхности, да и другие важные моменты курса, о которых мы сейчас не говорим.*

В п. 7.2 мы обсуждали как вводится и объясняется понятие вектора в этом учебнике. Позволим себе привести доказательство дистрибутивности (распределительного закона) для скалярного произведения⁵² векторов, $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$. Утверждение, по-существу, состоит в том, что при проектировании двух векторов на прямую проекция суммы равна сумме проекций, это вполне наглядно и может быть объяснено на пальцах. Посмотрим на доказательство в обсуждаемом школьном учебнике.

Доказательство распределительного закона основано на равенстве:

$$(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2. \quad (1)$$

⁵⁰ Более того, сказанное и вообще непонятно, потому что поверхность куба «простой многогранной поверхностью» не является. В самом деле, вершина куба удовлетворяет условию в), но она лежит на ребре, а ребро принадлежит ровно двум квадратам. То есть выпонено и б) тоже. Но у нас исключаяющий союз «либо». Поэтому буквально понимать сказанное нельзя. Читатель может подумать над вопросом: Является ли простой многогранной поверхностью поверхность октаэдра (или куба), из которого выкинута одна грань? Авторы явно стараются, чтобы два многогранника нельзя было склеивать по вершинам. Оказывается, что такие склейки все же возможны...

⁵¹ У Киселева: *Многогранником называется тело, ограниченное со всех сторон плоскостями*. В учебнике Киселева в редакции Глаголева: *Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками*. Ради научности можно добавить слово «конечным числом», полезность этого добавления неочевидна.

⁵² Кстати, в учебнике планиметрии скалярное произведение отсутствует, и школьники должны были впервые столкнуться с ним здесь.

Докажем равенство (1). Рассмотрим случай, когда векторы \vec{a} и \vec{b} неколлинеарны. Отложим $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, тогда $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (рис. 95 [Рисунок с треугольником прилагается, φ – угол между векторами]). Рассмотрим треугольник ABC . По теореме косинусов:

$$\begin{aligned} |AC|^2 &= |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB| \cdot |BC| \cos(180^\circ - \varphi) = \\ &= |AB|^2 + |BC|^2 + 2|AB| \cdot |BC| \cos(\varphi), \quad \text{где } \varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2.$$

Из только что полученной формулы и сочетательного закона следует:

$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = (\vec{a} + (-\vec{b}))^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2. \quad (1')$$

Равенства (1) и (1') верны и в том случае, когда векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.

Из формул (1) и (1') легко получается следствие:

$$(\vec{a} + \vec{b})^2 = 2\vec{a}^2 + 2\vec{b}^2 - (\vec{a} - \vec{b})^2. \quad (2)$$

Докажем распределительный закон скалярного умножения векторов.

Преобразуем выражение $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$. Сначала сгруппируем слагаемые так, чтобы можно было выделить скалярное произведение $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$. Имеем:

$$\begin{aligned} (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 &= (\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}))^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) + (\vec{b} + \vec{c})^2 = \\ &= \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) + 2\vec{b} \cdot \vec{c}. \quad (3) \end{aligned}$$

Теперь преобразуем $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$, используя равенство (2):

$$\begin{aligned} (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 &= \left(\left(\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b} \right) + \left(\frac{\vec{a}}{2} + \vec{c} \right) \right)^2 = 2 \left(\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b} \right)^2 + \left(\frac{\vec{a}}{2} + \vec{c} \right)^2 - \\ &= 2(\vec{b} - \vec{c})^2 + \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c}. \quad (4) \end{aligned}$$

Приравняв правые части равенств (3) и (4) и выполнив несложные преобразования, получим:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}.$$

Выше в п.7.2 и в этом прицепе приводились разные места из книги из числа относительно ярких, но изложение теории в учебнике почти состоит из странных мест и ляпов самого разного уровня, в том числе тех, которые должен был замечать обычный издательский редактор тех времен. Нагромождение искусственных препятствий и отсутствие понятных объяснений сопровождается пропуском деталей, необходимых для понимания тех или иных сюжетов (что обычно для чрезмерно «научных» курсов математики для нематематиков.

Понятно, что эта книга должна была рецензироваться на стадии издания в качестве экспериментального учебного пособия и рецензироваться заново (и здесь многократно) для получения статуса стабильного всесоюзного учебника. У этой книги были редакторы. В выходных данных редакторы названы: А. М. Абрамов и С. В. Пазельский; в связи с этим см. комментарии Абрамова – ученика и одного из соратников Колмогорова (а не просто издательского редактора) – в прицепе к ссылке [Абр2010]). Когда учебник пошел в массовую школу, должен был хлынуть поток писем, обращенных к авторам и не только к авторам. Результаты сего на административном уровне наблюдаемы – это отмена Министерством школьного (устного) выпускного экзамена по геометрии в 1977г. и предложение министра Прокофьева, сделанное в начале 1979г., к А. Д. Александрову исправить учебник. Стоит отметить, что Министерство поддерживало Реформу, и естественно думать, что такие вопросы ранее задавались и Колмогорову с Маркушевичем. Но учебник «Стереометрии» остался непоколебимым и неисправимым. Из выступления Колмогорова в [Стен1978]: «*Определенно неудачно пособие по геометрии для IX-X*

классов. Наряду с попыткой его усовершенствовать следует заказать пособие и новым авторам». Кризис с учебником анализа [ВД1969] удалось разрешить, укрепив состав авторов (а фактически их заменив). Почему это не было сделано со «Стереометрией»?

Можно пытаться обвинить авторов учебника «Стереометрии» во всех смертных грехах, но что-то не сходится. А редакторы? А рецензенты? А руководство? Если забыть этот злополучный учебник, то авторы выглядят уважаемыми добросовестными людьми. Более правдоподобно, что они слишком старательно делали то, что от них хотели.

Реальность на самом деле проста – идея опоры школьной геометрии на геометрические преобразования и векторы к 1965г., будучи очевидной с начала XX века как абстракция и формально-логическая возможность, в течение многих десятилетий никем и ничем не подтверждалась на педагогической практике. По мнению (и опыту) автора настоящих записок (который двумя руками за преобразования и за векторы в школе) она не реализуема по причине препятствий психологического характера. В любом случае, небыло экспериментов с положительными результатами, которые позволяли верить в эту идею-фикс, к 1965г. не было (а отрицательный опыт как раз был). Со «Стереометрией», которая сложнее для восприятия, чем «Планиметрия» (а в особенности сложнее восприятие пространственных движений), положение было еще хуже. Если вообще Колмогоровский или «Колмогоровский» проект был полон стратегических ошибок, то именно «Стереометрия» была точкой их концентрации. К сожалению, к этим краевым условиям 1965-1966гг. было добавлено еще два. Во-первых, была задача сделать курс «Стереометрии» строгим – строгим вообще и строгим по отношению к геометрии Киселёва (или Киселёва в редакции Глаголева) в частности. Во-вторых, ставилась цель жесткой привязки к курсу «Планиметрии» Колмогорова с соавторами. Авторы будущего учебника, согласившиеся на эти краевые условия, не понимали степени их сомнительности. А тот, кто в той или иной степени понимал, не мог бы согласиться. После 1972, когда «Планиметрия» Колмогорова забарахлила, лезть в такое дело едва ли кто мог захотеть⁵³.

Приведенное чуть выше доказательство распределительного закона произошло вот откуда. Авторы старались ввести векторы в пространстве как можно раньше (что, кстати, тоже небезобидно даже без искусственных усложнений, потому как к стереометрии надо привыкать). Понятие перпендикулярности прямой и плоскости в тот момент еще не было пройдено, поэтому изложение прозрачного доказательства «распределительного закона» было проблематично. Сказать «посмотрите на картинку» авторы не могли по двум причинам. Первая – претензии к строгости. Вторая – что перпендикулярность прямой и плоскости далее в учебнике трактовалась на основе векторной алгебры, поэтому даже без всяких претензий на строгость, логический круг здесь оказался бы вопиющим... В общем, ошибочные стратегические установки исполнялись авторами поелику возможно со всеми вытекающими последствиями⁵⁴.

Вред, приносившийся этим учебником в период его действия (выпуски 1977-1986гг.), был до некоторой степени смягчен отменой в 1977г. выпускного школьного

⁵³ При этом «Планиметрия» уже на стадии ее написания вряд ли могла вполне соответствовать первоначальному проекту, и то, что было не доделано в «Планиметрии», создавало дополнительные проблемы для авторов «Стереометрии».

⁵⁴ Приведенное выше доказательство сочетательного закона выглядит как «состряпанное на коленке». Скорее всего, это не так. Фактически доказываемое вот что. Имеется линейное пространство V и функция на $V \times V$, симметричная относительно перестановки множителей. Если функция билинейна на каждом двумерном подпространстве, то она билинейна (скорее всего, это взято из какой-то французской книги). Это дополнительно усложнено тем, что скалярного произведения на плоскости к тому моменту не было, и на двумерном подпространстве утверждение надо было проверять (хотя можно было бы дать наглядное доказательство).

экзамена по геометрии. Учителя получали определенную свободу динамить этот учебник (от игнорирования отдельных определений и доказательств до полного игнорирования, в зависимости от обстоятельств и настроений), после статьи Понтрягина 1980г. такие действия должны были уже стать почти легальными. Школьники были избавлены от необходимости заучивать к экзамену мудрёные определения и неудобоваримые доказательства, да и вообще были избавлены от призрака этого экзамена. Тем, кто желал дальше учиться, это давало дополнительные степени свободы.

Когда в 1987-1989гг. ситуация стабилизировалась, были уже новые времена, экзамен не вернули, и выходит, что именно с этого учебника начался исход стереометрии из школы.

[К-на-1970] *К началу работы по новой программе.* Математика в школе, 1970, 4, с.2-3.

[Колм1965] А. Н. Колмогоров *Геометрические преобразования: в школьном курсе геометрии.* Математика в школе, 1965, 2, 24-29 (перепечатано в [ММЧ1978])

[Колм1965-1] А. Н. Колмогоров *Письмо А. А. Ляпунову*, видимо, сентябрь-ноябрь 1966.

http://lyapunov.vixpro.nsu.ru/?int=VIEW&el=1003&templ=VIEW_TYPE

Цитата: *программы эти составлялись в августе несколько наспех и за их окончательную редакцию ответственны лишь несколько сотрудников АПН (Семушин, Фетисов)... В этой обстановке нам пришлось довольно быстро работать (кроме сотрудников АПН реально работают Болтянский, Виленкин, Яглом, я, Маркушевич)... Я стараюсь сделать формулировки достаточно широкими, чтобы не слишком стеснять работу авторов учебников. Следующий этап уточнения программ разумно предпринимать уже после того, как коллективы, работающие над учебниками, представят мотивированные свои пожелания... Естественно, что программы, подготовляемые к 15 ноября, вновь будут опубликованы для «широкого обсуждения». Но тем, кто не будет с ними радикально расходиться, важно поскорее переключиться на подготовку учебников, так как в программе легко пишется что угодно. Я пока с двумя учителями веду в Болшеве опыт преподавания начал анализа в 9ом классе вполне «среднего» состава.*

Ю.Н.: Интересно, что Виленкина нет среди авторов Программы-1967, [Прог1967].

[Колм1967] Колмогоров А. Н. *Новые программы и некоторые основные вопросы усовершенствования курса математики в средней школе.* Математика в школе, 1967, 2, 4-13.

[Колм1967-1] Колмогоров А. Н. *Об учебниках на 1967-1968 учебный год. Алгебра и элементарные функции Е.С.Кочеткова и Е.С.Кочетковой.* Математика в школе, 1967, 1, 43-48.

[Колм2003] *Список работ А.Н.Колмогорова по педагогике.* В книге *Колмогоров. Юбилейное издание в трех книгах. Книга первая. Истина - благо.* Редактор-составитель А.Н.Ширяев. Москва, Физматлит, 2003 (стр. 286-301)

[КМЯ1967] Колмогоров А. Н., Маркушевич А. И., Яглом И. М., *Проект программы средней школы по математике.* 1967, No 1, стр. 4—23.

[КСНЧ1970] Колмогоров А.Н., Семенович А.Ф., Нагибин Ф.Ф., Черкасов Р.С. *Геометрия. 6-8 класс*. Просвещение, 1970. Под редакцией А.Н. Колмогорова.

Учебник имел много различных версий, начиная с 1970 года (как пробный учебник и с 1972 как общий), и разный состав авторов (появлялся временно Гусев, Нагибин в итоге выпал). Последние издания: 1981 (тир. 3 500 000, на 1981-1982 учебный год он оставался основным учебником, это был десятый заход учебника в 6-ые классы общей школы) и 1982 (тир. 773 000).

[КВДШ1975] Колмогоров А.Н., Вейц Б.Е., Демидов И.Т., Ивашёв-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. *Алгебра и начала анализа*. Москва : Просвещение, 1975.

У этого учебника было много версий, начиная с 1975 года, предварительный вариант 1969 года Вейц, Демидов, [ВД1969]. С 1980г. среди авторов появляется А.М.Абрамов. В дальнейшем учебник под тем же «брендом» продолжал существовать. У последнего издания 1987 при жизни Колмогорова авторы: Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Вейц Б.Е., Демидов И.Т., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И., С 1990г. авторы: Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И. С этим же составом авторов учебник издается поныне.

[КЯ1965] Колмогоров А. Н., Яглом И. М. *О содержании школьного курса математики*, Математика в школе, 1965, 4, с.53-62.

[Колм-проект] *Проект издания педагогических трудов Колмогорова*, <http://www.math.ru/ank-ped/index.htm> МЦНМО

Очень характерный список, в него не вошла основная масса публикаций А.Н., связанных с Реформой, ср. со списком педагогических публикаций А.Н. в [Колм2003].

[КСТ2001] Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В. *Русская школа и математическое образование. Наша гордость и наша боль*, Просвещение, 2001.

[КоСа2012] Колягин Ю.М., Саввина О.А. *Бунт российского министерства и отделения математики АН СССР. (Материалы по реформе школьного математического образования 1960-1970-х гг.)* - Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012.
<http://mat.univie.ac.at/~neretin/misc/bunt.pdf>

[КоПи1977] Кондаков М. И., Пискунов А. И. *Средняя общеобразовательная школа*. Большая советская энциклопедия. Третье издание, т.24-1.

[Кост] Костенко И. П., *Почему надо вернуться к Киселеву?* Матем. обр., 2006, № 3(38), 12–17;
Корни, ветви и «ягодки» реформы-1970. Матем. обр., 2009, № 2(50), 14–23;
Динамика качества математического образования. Причины деградации. Матем. обр., 2011, № 2(58), 2–13;
1918 – 1930 гг. Первая коренная реформа русской школы. Матем. обр., 2012, № 4(64), 2–10;
1930–1956 гг. Возрождение и рост русской школы. Матем. обр., 2013,

№ 1-2(65-66), 14–36;

1956–1965 гг. Подготовка второй «коренной» реформы советской школы: «перестройка» программ и «научное» обоснование ложных идей. Матем. обр., 2014, № 2(70), 2–17;

1965 – 1970 гг. Организационная подготовка реформы-70: МП, АПН, кадры, программы, учебники. Матем. обр., 2014, № 3(71), 2–18

1970–1986 гг. Реализация реформы-70, удержание её результатов. Матем. обр., 2015, № 2(74), 2–17;

Уроки «ВТУ-реформы». Матем. обр., 2015, № 4(76), 2–21.

Стоит быть очень осторожным в отношении приводимых в этих статьях фактам. Малая толика того, что можно сказать есть в [Шевк2012]; кое-что было сказано выше в разделе 2 настоящей статьи. Замечу еще, что «объективная» оценка состояния школы с помощью оценок вступительных экзаменов (применяемая Костенко, и не им первым) по многим причинам некорректна: процент тех или иных оценок (2,3,4,5), выставленных на экзамене, обуславливается потребностями экзаменационных комиссий, а не объективным уровнем поступающих, кроме того, сложность вступительных экзаменов в 60-70е годы возрастала, одновременно увеличивалось количество выпускников старшей школы, а также число мест в вузах. Популярность тех или иных вузов и факультетов могла взлетать и падать (в связи с этим жалобы можно услышать в любое время). Оценивать сложность вступительных экзаменов просто по сложности варианта тоже неверно - критерии оценки и степень непредсказуемости варианта играет большую роль, чем формальная сложность.

Литературные «зацепки» в этих статьях интересны и широко использовались в настоящей работе. Есть также книжная версия этих статей, [Кост2013].

[Кост2013] Костенко И.П. *Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы.* 2-е изд., доп. — М.: РГУПС, 2013.

Книжная версия статей [Кост]. Добавлен побуждающий к размышлениям материал по реформам математического образования во вузах и педвузах 1970-80х гг.

[КК1968] Кочетков Е.С., Кочетков Е.С. *Алгебра и элементарные функции. 10 класс*, Просвещение, 1968. *Алгебра и элементарные функции. 9 класс*, Просвещение, 1969.

[Кур2007] Курдюмова Н.А. *Былое: Воспоминания учительницы о Колмогоровской реформе.* Архимед: Научно-методический сборник. Вып. 3. С. 20-44.

Интересные яркие картинки, но в статье много фактических неточностей.

Цитата: ... в начале 60-х гг. школьное содержание математического образования не критиковали разве что первоклашки. ...

Всем хотелось революции, хотя бы в области математического образования.

... Еще цитата:

В середине 60-х г. никто и помыслить не мог, что с началом Реформы начнется холодная гражданская война, в которую будут вовлечены и учителя математики, и ученые, и дети, и их родители. Война будет проходить под флагом усовершенствования школьной математики, но сам курс математики станет только полем битвы, в которой чувства детей по большому счету никого не интересовать не будут. И эта война истребит лучшие силы педагогов и математиков.

В отношении математиков это явное преувеличение (хотя страсти в 1980 году

были изрядные), а педагоги в массовом предъявлении кузькиной матери друг другу преуспели (в статье приводятся факты о преждевременной смерти авторов учебников, но они верны лишь частично). Думаю (опять-таки, насмотревшись на образовательно-научный мир), что у части революционной тусовки желание показать оную мать было одним из воодушевляющих мотивов.

Часто повторяемая легенда: *Когда книга [учебник планиметрии] была готова, [Колмогоров] решил показать ее своему ближайшему родственнику – математику. Этим математиком оказался его пасынок, профессор МГУ Олег Сергеевич Ивашев-Мусатов. Прочитав учебник, Олег Сергеевич не стал кривить душой, а честно высказал Андрею Николаевичу свой приговор: «Это в школе не пойдет». В результате два достойных человека поссорились так, что не захотели общаться друг с другом до самой смерти Андрея Николаевича.* На самом же деле, Ивашёв-Мусатов входил в число соавторов Колмогорова по учебнику алгебры и анализа за 9-10 классы.

Понятно, что в провале реформы виноваты все: учителя, ЦК КПСС, общество, последовавшая через много лет после реформы компьютеризация и даже «особисты»

Масштаб личности А.И. Маркушевича невозможно верно оценить, если не учесть, что он был страстным библиофилом. Свою знаменитую во всей Москве библиотеку он собирал вместе с женой и часто тратил на книги большие деньги, отрывая их у семьи...

Такое ощущение, что в кругах особистов давно хотели свернуть Реформу, но не знали, как это сделать. Поэтому решили сначала скомпрометировать самого пылко ее энтузиаста, человека острого на язык и поднаторевшего в дискуссиях разного рода – Алексея Ивановича Маркушевича. В честном споре с ним опасно было тягаться. Но все знают, что провокация всегда была первейшим оружием любых недоброжелателей – и древних, и современных.

В 1978 г. (не ручаюсь за дату) по Москве прополз слух, что в квартире Маркушевича состоялся обыск и была найдена книга со штампом библиотеки им. В.И. Ленина...

Это был громкий скандал, оставивший по себе много воспоминаний. Судя по моим литературным раскопкам дело было так. Маркушевич был собирателем старинных книг (у него, в частности, была коллекция печатных книг XV века, кажется, около 100 штук). И он имел неосторожность купить несколько книг, украденных из архива ЦГАДА (современное название – РГАДА), штампелей архива на них, разумеется, не было. Кражи из ЦГАДА были поставлены на поток, в частности был украден оригинал русско-шведского Тявзинского мира 1595г. Купивший свиток историк с некоторым запаздыванием понял, что это документ из архива, из какого – было известно, он сумел описать продавца (работника архива), того взяли, а к Маркушевичу нагрянули с обыском... По-видимому, на этом Алексей Иванович получил инфаркт, а также лишился поста вице-президента АПН СССР (1975).

Но мне кажется, что основная проблема преподавания состояла не в неподготовленности учителей, а в той легкости, с которой дети могли назвать нужное преобразование, вовсе не вникая в суть дела. «Ну хочет Мария Ивановна порассуждать о центральной симметрии, ну, пусть себе рассуждает, а мы пока попохочем», – вот типичное умозаключение шестиклассников. Совершенно нечем было их утихомирить, заставить думать. Нужны были трудности, причем трудности заметные, а их не было. Я помню, как стояла перед расшалившимся классом, тщетно ища в учебнике подходящее упражнение. Мне бы подошло такое задание, которое заставило моих учеников что-то писать, чтобы они делом занялись и утихомирились. Но среди заданий я прочла следующее: «Возьмите листок бумаги, капните на него чернилами, потом сложите листок вдвое, а затем разверните. Объясните, что получилось». Ясно, что никто из учителей не решился бы предложить классу подобную лабораторную работу, так как после нее в классе получились бы сорок чернильных негрятя...

Итак, я рассказывала, как учащиеся воспринимали вопрос об отображении фигур. Этот же вопрос в 90-е гг. мне приходилось разъяснять взрослым людям. Причем мои слушатели были совсем не склонны лоботрясничать, они занимались очень прилежно. Но вопрос об отображениях им никак не давался. Они понимали суть дела, но усвоить её им никак не удавалось. Вот только что, казалось, человек всё понял и даже повторил, а через пять минут он снова путается

[Лар1958] Ларичев П.А. *Сборник задач по алгебре*. Для семилет. и сред. школы. - Москва : Учпедгиз, 1948-1949

Задачник издавался с 1948 по 1971г.

[Лев1959] В. И. Левин, *Некоторые вопросы преподавания математики в средней школе*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 4, 1959, 145–150

Статья опубликована в том же номере сериала, что и статья [БВЯ1959] и тоже предстает памятник тогдашним настроениям. Нижеследующие сентенции, на мой взгляд, были не безобидны:

Не следует, на наш взгляд, считать, что самую главную роль в развитии логического мышления учащегося играет привитие ему навыков аксиоматического изучения предмета, в частности геометрии.

Трудно согласиться с тем, что аксиоматический метод, столь важный в современной математике, должен быть в каком бы то ни было виде внесен в школьное преподавание математики. В науке аксиоматизация никогда не являлась первоначальным этапом познания. Аксиоматизируется нечто уже известное. Аксиоматизация является анатомическим исследованием уже готовой структуры понятий и теорем, наведением специфического «порядка» в этой структуре, выявлением основных предпосылок, не подлежащих обоснованию в рамках этой теории, но достаточных для формально-логического вывода всех положений теории и не содержащих «ничего лишнего» в этом смысле.

На каком-то этапе школьный курс математики, конечно, немаловажно без достаточно строгих доказательств. Однако их должно быть не слишком много, и они не являются основным рычагом развития логического мышления учащихся. Доказательства в школьной математике должны убеждать в верности результата, а не являться в глазах учащихся каким-то навязанным ритуалом. Они должны отправляться от очевидного (имеется в виду интуитивно очевидное для ученика) и приводить к неочевидному (в частности, такого рода доказательствами являются выводы формул, которые важны также для развития техники оперирования с математической символикой).

Независимо от этого, в статье есть интересные комментарии относительно педагогико-математических художеств.

[Луз1926] Н.Н.Лузин *Предисловие к русскому переводу книги Грэнвилль «Курс дифференциального и интегрального исчисления»* М. 1926
<https://www.mat.univie.ac.at/~neretin/misc/luzin/luzin-preface-graneville.pdf>

[Ляп1959] А. А. Ляпунов, *Реплики: О роли математики в среднем образовании*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, 4, 1959, 152–154.

Из статьи: *Если у кого-нибудь возникнет вопрос о загруженности школьников и о недостатке учебного времени, то я предложу ему положить стопкой на*

стол школьные учебники и обязательные учебные пособия по истории и литературе. Думаю, что разумное сжатие этой стопки позволит найти время для математики.

Б.А.Слуцкий, 1959:
То-то физики в почёте,
То-то лирики в загоне.
Это самоочевидно.
Спорить просто бесполезно.
Так что даже не обидно,
А скорее интересно
Наблюдать, как, словно пена,
Опадают наши рифмы
И величие степенно
Отступает в логарифмы.

Он же (Слуцкий): Проблема была животрепещущей ... Только что [1959] в «Комсомолке» технари Полетаев и Ляпунов резко спорили об этом же с Эренбургом.

[Ляп1973] Ляпунов А.А. *О реформе математических программ*. Математика в школе, 1973, № 2, с. 57-60.

Мы являемся свидетелями победного шествия математики по всем областям человеческой деятельности. В этих условиях человек, обладающий математическим кругозором долейнических времен, окажется беспомощным...

Нужно идти по пути онтодидактики, т. е. строить новую систематизацию учебного материала в целом, с тем чтобы одновременно внести туда большой фактический материал и изложить его разумным и доходчивым образом; современное состояние научных и педагогических знаний показывает, что это вполне возможно...

Прежде всего курс математики должен быть цельным. Конечно, он должен распадаться на главы с таким расчетом, чтобы в последующих главах использовались идеи и методы, изложенные в предыдущих. Следует отказаться от деления курса на арифметику, алгебру, геометрию и тригонометрию и от значительной части традиционного арифметического материала...

Материал, который должен быть изложен в школьной программе:

1. Основные теории множеств и алгебры логики на описательном уровне — по сути дела введение соответствующего языка.
2. ЭВМ и программирование, включая умение строить небольшие программы на алгоритмических языках.
3. Представление об алгоритмах и элементах алгоритмического мышления (непрерывно решение задач).
4. Основы дифференциального и интегрального исчисления с применением к физике, механике, геометрии.
5. Геометрия с использованием идей векторной алгебры, анализа, тригонометрии с большим упором на задачи и развитие пространственного воображения.
6. Алгебра. Алгебраическая символика и решение уравнений вводятся в самом начале курса. В дальнейшем современный школьный курс алгебры сдвигается в более низкие классы. Вводятся векторы, понятия группы, колец, полей, в частности группы отображений, например группы симметрии с приложением к геометрии. Комплексные числа.
7. Комбинаторика, теория вероятностей, элементы статистики.
8. Учение о функциях (имеются в виду многочлены, рациональные функции, логарифмы и показательная функция, тригонометрические функции и обратные

круговые функции). Большое внимание должно быть уделено исследованию графиков и использованию методов математического анализа.

Взгляды Ляпунова (который непосредственно в реформе не участвовал, но решительно поддерживал ее) на желаемый объем школьной программы еще более радикален, чем Программа 1968г. Это уже 1973 год, когда земные реформаторы «наткнулись на овраги». В качестве нового ударного средства Ляпунов предлагает перемешать все математические предметы, а также вводит слово «онтодидактика». Желающие могут ознакомиться с этим словом по статье Ляпунова в сборнике [ММЧ1978].

[МММ1970] Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Муравин К.С. *Алгебра, 6-8 классы*. Под редакцией Маркушевича. Москва, Просвещение, 1970.

Этот учебник Комогооровского проекта за 6 и за 7 класс появился в 1970г., пошел в массовую школу в 1972г. Позже среди авторов появлялись С.Б.Суворова, Н.И.Нешков, В.М.Монахов. В дальнейшем учебник под тем же «брендом» с меняющимся составом авторов продолжал существовать и поныне существует. После 1985 года слова «под редакцией Маркушевича» исчезли.

[Мар1957] А. И. Маркушевич, *На XIX международной конференции по народному просвещению*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 1, 1957, 9–15

[Мар1964] Маркушевич А.И. *К вопросу о реформе школьного курса математики*. Математика в школе, 1964, 6, с.4-8.

[Мар1979] Маркушевич А.И. *О школьной математике*. Математика в школе, 1979, 4, 11-16.

[V-Min1964] *В Министерстве просвещения РСФСР*, Математика в школе, 1964, 6, 90-91.

[ММЧ1978] А. И. Маркушевич, Г. Г. Маслова, Р. С. Черкасов (составители) *На путях обновления школьного курса математики*. Сборник статей и материалов. Пособие для учителей, М., «Просвещение», 1978,

[МСЧ1968] Маркушевич А. И., Сикорский К.П., Черкасов Р. С. *Алгебра и элементарные функции*, Просвещение, 1968 г.

[Маш2006] Mashaal, M. Bourbaki. *A secret society of mathematicians*. Translated from the 2002 French original. American Mathematical Society, Providence, RI, 2006.

[Мер] Мерзляков Ю.И. *Право на память*. Наука в Сибири, 17.02.1983.

Самая громкая сентенция: *Замечу в скобках, что руководитель реформы получил в 1980 году премию в 100000 долларов от государства, с которым СССР разорвал дипломатические, отношения как раз в год начала реформы*. Имеется в виду присуждение Вольфовской премии Колмогорову. Я воздерживаюсь от дальнейшего цитирования, текст легко найти в интернете.

Эта статья часто упоминается и цитируется в связи с Реформой, как что-то важное, а ее сентенции приписываются другим лицам или/и передвигаются в более раннее время. Стоит все же заметить, что «Наука в Сибири» – это даже не регулярная газета, а многотиражка, издававшаяся в Новосибирске. Статья Мерзлякова вызвала

поток гневных отповедей на высоком академическом уровне (вплоть до обвинений его в антисоветизме), а Бюро Отделения математики АН СССР постановило «1. Отметить, что статья д.ф.-м.н. Ю. И. Мерзлякова „Право на память“, опубликованная в газете Президиума Сибирского отделения АН СССР „Наука в Сибири“ № 7 от 17 февраля 1983 г., содержит клевету на выдающегося учёного математика и советского патриота. Отметить, что статья содержит ряд недостойных намеков на других советских математиков. 2. Просить Президиум Сибирского отделения АН СССР принять соответствующие меры в связи с изложенным в п. 1.». Кажется, Президиум СО решительных «мер» не принял.

Так как эта история прямого отношения к Реформе не имеет, это избавляет меня как от обязанности как разбираться в позициях сторон, так и от необходимости их подробней реферировать.

[Нер2021] Неретин Ю.А. *Время Лузина. Рождение Московской математической школы. Советская математика на фоне общественных потрясений 1920-1930х годов*. УРСС, 2021.

[Нер2021-1] Неретин Ю.А. *О Константиновской системе и беломорских стройотрядах*. Математическое образование, 2021, 3 (99), 3-13. Доступно как препринт [arXiv.org/pdf/2110.14605.pdf](https://arxiv.org/pdf/2110.14605.pdf).

[Ник1957] Никитин Н.Н. *Геометрия, 6-8 класс*. Учебник для семилет. и сред. школы, Москва : Учпедгиз, 1957.

Стабильный учебник, работавший с 1957г. вплоть до Колмогоровской реформы. В первой версии это был учебник Никитина-Фетисова [НиФе1956], он подвергся жесткой критике (см. прицеп к ссылке [Обс1957] и дальше проэволюционировал в учебник планиметрии Никитина. Фетисов опубликовал учебники за старшие классы [Фет1957], [Фет1963].

[НиМа1971] Н.Н.Никитин, Г.Г.Маслова, *Сборник задач по геометрии*. Для сред. школы. - Москва : Учпедгиз, 1957

Задачник по планиметрии. Издавался до 1971г., то есть до начала Колмогоровской реформы.

[НиФе1956] Н. Н. Никитин, А. И. Фетисов. *Геометрия*. Учебник для семилет. и сред. школы. - Москва : Учпедгиз, 1956.

Этот учебник для 6-9 классов победил на закрытом конкурсе и предполагался как стабильный школьный учебник. Согласно библиотечным каталогам у него было два издания, 1956, 1957. Однако он вызвал резкую критику, см. [Обс1957]. Авторская группа распалась, по-видимому, Никитину отошел 6-7 класс, его учебник [Ник1957] появился уже в 1957. В 1957г. появился также два пробных учебника Фетисова [Фет1957] за 8-9 классы и за 9-10 классы (так на обложках), они в дело не пошли, в итоге к Никитину отошел и 8 класс тоже, а «Стереометрия» Киселева осталась в школе. В 1963 было издано также пособие Фетисова по стереометрии [Фет1963], основанное на движениях.

[Нов1938] Новосёлов С.И. *Стабильные учебники по математике (средняя школа)*. Заключение редакции математики Учпедгиза. Математика в школе, 1938, 4, 67-69.

В статье излагаются тогдашние взгляды на основные учебники. Предполагается, что в течение 3-4 лет будет проведен конкурс учебников и три стабильных учебника Киселева [Кис1938-ал], [Кис1938-ге], [Кис1938-ар] будут после этого заменены

на более современные учебники. *Стабильный учебник Рыбкина* [Рыб1900] необходимо заменить как устаревший и совершенно неудовлетворяющий требованиям современной науки. Необходимо немедленно организовать конкурс.

[Нов1950] Новосёлов С.И. *К вопросу о введении элементов дифференциального и интегрального исчисления в курс средней школы*. Математика в школе, 1950, 2, 35–39.

Аргументированные возражения против введения элементов дифференциального и интегрального исчисления в школе. Многие аргументы устарели, как-никак прошло 70 лет, но текст этот интересен. Автор, кстати, не был консерватором.

[Нов1956] Новосёлов С.И. *Тригонометрия*, Учпедгиз, 1956

Стабильный учебник 1956-1965гг.

[Обс1957] *Обсуждение новых стабильных учебников по математике*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 1, 1957, 195–209

Заседание Московского математического общества, Секция средней школы, обсуждение учебника Никитина и Фетисова [НиФе1956], 13.11.56:

А. И. Фетисов излагает соображения, положенные авторами в основу при составлении учебника: близость школьного курса к жизни и приложениям; знакомство с чертежными и измерительными инструментами (политехнизация); идея геометрического преобразования, в частности гомотетия как исходный пункт при изложении подобия фигур. До и после напечатания учебник обсуждался в ряде педагогических коллективов, на заседаниях кафедр педвузов (некоторые названы) и наряду с критикой встречал положительные оценки.

Я. С. Дубнов считает, что авторами руководили некоторые добрые намерения: дальнейший отход от евклидовских традиций в описательной части... в частности разумное перемещение главы о параллельности; внимание к симметрии, гомотетии и др. Однако свежие педагогические идеи ослабляются, хуже того — компрометируются крайне несовершенным их воплощением... [Дальше много примеров] Предложение: на два-три года примириться с преподаванием по любым учебникам, пока не будет создана полноценная книга.

И. Я. Такатар (учитель школы № 578 и методист Москворецкого района) указывает на непоследовательное изложение главы о гомотетии, серьезные промахи в определениях длины окружности и другие пробелы во второй части учебника. Он говорит, что сложившаяся ситуация напоминает положение, создавшееся 20 лет назад в связи с непригодностью учебника Гангнуса и Гурвица. Сейчас, как и тогда, лучшим выходом окажется временный возврат к учебнику Киселева и объявление нового конкурса.

И. М. Яглом присоединяется к Я. С. Дубнову в положительной оценке общих идей новой книги; поэтому он считает, что учебник нельзя ставить на одну доску с отвергнутой в свое время книгой Гангнуса и Гурвица. Однако правильные идеи не реализованы как следует из-за спешки в работе авторов; поэтому в книге оказалось большое число серьезных дефектов, включая прямые ошибки (приводит примеры)...

Однако авторам учебника следует предоставить возможность работать над его улучшением.

В. А. Успенский, возражая И. Я. Такатару, заявляет, что учебник ему понравился тем, что содержит явно выраженные идеи и в этом выгодно отличается от книги Киселева. Соглашается с тем, что ошибок много; в частности, изложение вопроса об измерении совершенно неудовлетворительно. Считает, что в качестве стабильного этот учебник не годится, но он может быть временно допущен наряду с учебником Киселева. Общество должно добиваться того, чтобы были наказаны конкретные виновники выпуска миллионным тиражом

учебника с такими серьезными недостатками.

Н. М. Бескин, не касаясь вопроса о качестве учебника, заявил, что Министерство просвещения и Учпедгиз неправильно интерпретируют постановления ЦК КПСС и Правительства о стабильных учебниках, рассматривая их как директиву к изданию единственных учебников по каждому предмету.

В. А. Ефремов и *И. Ч.* резко выступают против учебника и тех, кто пытается взять его хотя бы частично под свою защиту. Выпуск Учпедгизом этой книги считает тяжким нарушением государственных интересов. Необходимо издание курса геометрии специально для учителей средней школы; вместе с тем нужен новый учебник для учащихся. (Резкий тон выступления *В. А. Ефремовича* вызвал сдерживающее замечание председателя.)

И. С. Градштейн приводит пример (стр. 193) громоздкости в формулировках теорем. Нужно издать несколько учебников.

Е. Н. Евзрихина (учительница школы № 58) считает, что с методической стороны учебник совершенно неудовлетворителен. Доказательства ряда теорем не обладают достаточной полнотой и вызывают затруднения не только у учащихся, но и у преподавателей. Как курьез, можно отметить, что в Институте усовершенствования учителей существует специальный семинар, имеющий целью «расшифровку» этого учебника. Не ожидая санкции свыше, многие учителя вернулись к преподаванию по учебнику Киселева. Под аплодисменты собравшихся оратор шутовски предлагает наказать лиц, ответственных за появление учебника, потребовав от них в течение одного года преподавать по этой книге.

Н. Я. Виленин приходит к выводу, что дело подготовки учебников нельзя доверять Министерству Просвещения и Учпедгизу, допустившим непрофессиональную халатность. Перед Министерством следует поставить вопрос о персональной ответственности за выпуск этого учебника и об усилении руководства редакцией математики Учпедгиза. При сложившемся положении должно быть позволено пользоваться старыми учебниками.

Я привел эту подборку по разным причинам. Во-первых, меня забавляет оценка идеи низвергнуть Киселева как доброго намерения. Безусловно добрым намерением было бы написать учебник лучше киселевского, но ведь всем было очевидно, что это не достигнуто. С другой стороны забавляет степень живости, с которой в 1955-56гг. происходило обсуждение новых учебников (упомянутый мельком учебник Гангнуса и Гурвица после нескольких лет писания писем в инстанции стал предметом еще более живого обсуждения в 1936-37гг., см. [Нер2021], 16.3). Учебник Никитина-Фетисова был существенно изменен, а Фетисов исчез из числа авторов. Интересно, а как на самом деле происходило обсуждение в 1966-68гг.?? Понятно, что молчали не все (отзвуки есть в [О-про1967-4]).

На другую тему. Из резолюции объединенного семинара кафедр высшей математики московских вузов, 14.XI.1956:

Особое место в ряду указанных учреждений принадлежит Академии педагогических наук РСФСР (а также специальным институтам методов «обучения в союзных республиках»), смысл существования которых только и состоит в своевременной разработке разумных методов преподавания и в создании серьезной учебной литературы. За много лет функционирования, в «состоянии постоянного возбужденного бездействия», эти научно-педагогические институты, как оказалось на проверку, ничего не смогли дать ни для математической педагогики, ни для практики преподавания, за исключением разве лишь нескольких прожектерских планов коренной ломки всей схемы обучения, вызвавших, естественно, резкое противодействие со стороны учительства и породивших недоверие учительства к участию научных работников в делах средней школы.

[Объ1965] *Объем знаний по математике для восьмилетней школы*, «Математика в школе», 1965, N2, с.21-24.

[О-про1967-3] *О проекте программы средней школы*. Математика в школе,

1967, 3, 28-38.

Несколько статей. Одобряем проект программы!

Представленные комиссией проекты программ в основном приемлимы, так как они полнее отвечают требованиям перестройки школы, установленным решением ЦК КПСС и Совета Министров СССР о средней школе, чем ныне действующие программы.

[О-про1967-4] *О проекте программы средней школы.* Математика в школе, 1967, 4, 25-36.

Это набор статей, обсуждающих проект программы, преимущественно положительных или предлагающих усовершенствования. Привожу некоторые скептические комментарии. Надо сказать, что и положительные отзывы содержат разные точные и неприятные замечания, которые должны были бы заставить задуматься о реалистичности программы вообще.

Непомянутый П.Е. (Ленинград) *По силам ли?*,

Как такое можно делать? Ссылки на какой-то опыт несолідны. Чудес ведь не бывает...

Нельзя опрометчиво вводить эти программы, надо поставить обязательно опыты в обычных школах и посмотреть, что получится после X класса, если учащиеся будут обучаться по таким программам.

Естественно возникнут следующие трудности:

1) *Осилят ли учащиеся школы значительно более сложный материал, если сравнительно более простой и легкий материал теперь в школе слабо усваивается?*
2) *Кто будет учить по новым программам математики учащихся IX-X классов? Некоторые учителя средней школы не знают этого материала, а для изучения его нужно значительное время. Планируемые в крупных городах курсы для учителей едва ли справятся с этим. Что же говорить о школах небольших городов и сельской местности?*

3) *Зачем изучать в школе такой материал, который в вузах будет изучаться заново, а на производстве не нужен...*

Г.Н.Скобелев *Пожелания к проекту программы.* (г.Херсон)

Авторы программы не выдержали принципиального подхода к факультативным курсам. Судя по объяснительной записке, факультатив должен помочь учащимся, желающим углубить свои математические знания. Однако вследствие нехватки времени, авторы программы порой предлагают использовать время, отводимое на факультативные курсы, как отдушину для занятий вопросами, без которых усвоение учебной программы невозможно.

Денисова Т.Н. *Замечания по проекту программы.* (Москва)

В целом же проект программы по геометрии, не подкрепленный практикой, является неясным...

Главное же пожелание Министерству просвещения СССР – не торопиться с введением новой программы. Сначала – солидная экспериментальная проверка новой программы на базе новых учебников; затем – внесение в программу результатов обсуждения и проверки; подготовка и переподготовка учителей средней школы и только после выполнения этих условий – введение новой программы.

[О-про1968-1] *О проекте программы средней школы.* Математика в школе, 1968,1, 16-24.

Рефераты статей, присланных в журнал и там не опубликованных.

[Пепе] *Песенка первоклассника.* Слова И.Д.Шаферана, музыка Э.С.Ханка, исполнение А.Б.Пугачевой,

https://www.youtube.com/watch?v=Ti_2vCkMR18

Песня была одним из лауреатов фестиваля Песня-78.

[ПБДЛШГ1960] Пиаже Ж., Бет Э., Дьедонне Ж., Лихнерович А., Шоке Г., Гаттеню К., *О преподавании математики*, Пособие для учителей, Перевод А.И.Фетисова. Учпедгиз, 1960. Translated from J. Piaget, E. W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet, C. Gattegno. *L'Enseignement des Mathématiques*. Delachaux-Niestlé, Paris–Neuchatel, 1955.

Из предисловия к русскому изданию: *Предлагаемая вниманию советского читателя книга представляет собою, как указано в предисловии к подлиннику, первую публикацию коллективной работы Международного общества по изучению и улучшению преподавания математики.*

Все те, кто внимательно следит за развитием математических наук и одновременно за эволюцией содержания и методов преподавания их основ в школе, не могут не заметить глубокого разрыва между современной математикой и математикой школьной. Этот разрыв, год от года увеличивающийся, не может не вызвать беспокойства со стороны всего общества, заинтересованного в том, чтобы школьное обучение способствовало разрешению различных практических задач текущего момента и было бы одним из важнейших факторов, обуславливающих прогресс человечества.

Вторая половина текущего столетия, которую можно назвать началом атомно-космической эры, характеризуется глубоким проникновением математики и ее методов в самые разнообразные и подчас неожиданные области человеческой деятельности. Отсюда, естественно, возникает вопрос: что же может сделать школа, чтобы удовлетворить эту неудержимо возрастающую потребность в расширении и углублении математического образования?

Содержание:

Ж. Пиаже. *Структуры математические и операторные структуры мышления.*

Э. Бет. *Размышления об организации и методе преподавания математики.*

Ж. Дьедонне. *Абстракция в математике и эволюция алгебры.*

А. Лихнерович. *Проникновение духа современной алгебры в элементарную алгебру и геометрию*

Г. Шоке. *О преподавании элементарной геометрии.*

К. Гаттеню. *«Педагогика математики».*

[Пог1969] Погорелов А.В. *Элементарная геометрия. Планиметрия*, Наука, 1969, *Стереометрия*, Наука 1970, *Элементарная геометрия*, Наука, 1972. Было еще расширенное издание, Наука, 1977.

[Пог1982] Погорелов А.В. *Геометрия. Учебное пособие для 6-10 классов*, Просвещение, 1982 (тир 3 302 000).

В 1981 году было выпущено как пробный учебник (тир. 263 000)

А.В.Шевкин, <http://shevkin.ru/?action=Page&ID=134> «Школьное обозрение», 2002, № 5: *Привлекательность учебника [планиметрии] связана, видимо, с тем, что он является развитием хорошо продуманных учебников и задачников прошлых лет. Но самое трудное для учащихся и учителя при работе по этому учебнику — это отслеживание порядка вершин треугольников при обсуждении их равенства и подобия, довольно сложные для учащихся доказательства первых теорем (например, признаков равенства треугольников). Эти трудности как раз и произрастают из желания автора все вывести из аксиом и не пользоваться, например, наложением треугольников при доказательстве признаков равенства. Обучающий и воспитательный эффект от такого способа обучения не сопоставим с теми трудностями, которые испытывают учащиеся и учителя.*

Усвоение первых тем по учебнику [стереометрии] затрудняется тем, что основные изучаемые геометрические объекты — точки, прямые и плоскости —

«висят» в пространстве, не имея опоры в виде знакомых с детства геометрических тел. Но опытные учителя умеют компенсировать этот недостаток, иллюстрируя изучение теории с помощью геометрических тел и решая с опережением на год простейшие задачи на построение сечений. См. также критику в [Глад2009], [Вин2015].

- [Пон1979] Понтрягин Л. С., *Этика и арифметика: Человек, труд, мораль*. Соц. индустрия. — 1979, 21 марта. Перепечатано в Матем. обр., 1998, № 2(5), 19–21.

Эта статья, часто упоминается в связи с обсуждаемым предметом, Понтрягин там морализировал и на кого-то и на что-то ругался, адресаты, скорее всего обиделись. Но о школе сказано только следующее: *С другой стороны, серьезные недостатки в программе средней школы поставили определенный заслон на пути к высшему математическому образованию, создали ажиотаж вокруг репетиторов и опять-таки искусственное выделение групп молодежи, идущей в математику. Этого быть не должно! С этим необходимо бороться!*

- [Пон1980] Понтрягин Л. С. *О математике и качестве её преподавания*, Коммунист, 1980. — № 14. — С. 99–112. На эту статью печатались отклики в Коммунист. —1980. — № 18 и в Коммунист 1982. — № 2.

- [Пон1998] Понтрягин Л. С. *Жизнеописание Льва Семёновича Понтрягина, математика, составленное им самим. Рождения 1908 г.* Москва, 1998.

Цитаты: *После того как в конце 1977 года до математиков, занимающихся наукой, наконец-то дошло, что в средней школе неблагополучно, десять академиков-математиков обратились с письмом в ЦК. В этом письме мы выражали тревогу по поводу происходящего в школе.*

После этого в 78-м году министр просвещения СССР М. А. Прокофьев обратился в Отделение математики АН СССР с просьбой заняться вопросами преподавания. В результате состоялось сперва заседание Бюро Отделения математики, а затем Общее собрание Отделения математики, на котором присутствовали представители Министерств просвещения СССР и РСФСР. Был также и А. Н. Колмогоров. Как на Бюро, так и на Общем собрании Отделения были решительно осуждены действующие учебники и учебные программы. Общее собрание Отделения продолжалось много часов и происходило в большом накале.

Рассматривались конкретные дефекты учебников, и подавляющему большинству присутствующих было совершенно ясно, что так оставаться дальше не может. Решительными противниками каких бы то ни было действий, направленных на исправление положения, были академики С. Л. Соболев и Л. В. Канторович, которые говорили, что надо подождать. Но, несмотря на их сопротивление, было принято решение, требующее вмешательства в вопросы преподавания в средней школе. В частности, было вынесено решение об организации комиссии по преподаванию при Отделении. Выполнение этого решения было поручено Бюро Отделения. Следующее заседание Бюро Отделения занялось образованием комиссии по преподаванию. И здесь возникли разногласия между математиками не по существу, а по тому, кто же будет возглавлять дело.

Обнаружилось, что имеется два претендента — академики А. Н. Тихонов и И. М. Виноградов. И оба они были в какой-то степени поддержаны. Поэтому было принято осложняющее всё дело решение образовать две комиссии. Одну под председательством Тихонова, другую — под председательством Виноградова. Наличие двух комиссий указывало на раскол между математиками и затрудняло работу. В результате длинных перипетий в Отделении, продолжавшихся около трёх лет, обе комиссии были ликвидированы и была образована одна новая комиссия, которую возглавил Виноградов и которая называется комиссией по

преподаванию математики в средней школе. Я был единственным заместителем Виноградова.

После смерти Виноградова председателем комиссии назначен я, а моим заместителем А. С. Мищенко — профессор мех-мата МГУ....

Уже после того, как Отделение в 1978 году высказало своё чёткое мнение по вопросу о негодности действующих учебников и программ, дело долго не двигалось с места....

С другой стороны, ещё раньше, чем Колмогоров приступил к своему изменению преподавания, учебник по геометрии начал писать хороший советский геометр, ныне академик, А. В. Погорелов. Погорелов рассказывал мне, что он предлагал Колмогорову использовать его учебник, но тот отказался, так как учебник Погорелова не соответствовал идеям Колмогорова. Такой же отказ Погорелов получил и от Тихонова, когда тот занялся подготовкой новых учебников. Здесь причина была, по-видимому, другая. Тихонов хотел держать всё в своих руках и не хотел вовлекать в дело столь авторитетного человека, как Погорелов, поскольку Тихонов никак не мог считаться его руководителем. Комиссия Виноградова, ещё во времена существования двух комиссий, рекомендовала учебник Погорелова как пригодный для школы. Это предложение было принято Прокофьевым, но оно не устраивало и не устраивает Тихонова, который хочет защитить свои учебники. В настоящее время в семи областях Российской Федерации производится эксперимент по учебникам Тихонова, в то время как в остальных республиках и областях РСФСР введён официально учебник Погорелова. По-видимому, Тихонов вместе с методистами Министерства просвещения РСФСР надеются продвинуть свой учебник на всю Российскую Федерацию. Так горько обстоит дело с геометрией. С алгеброй дело обстоит ещё хуже. Учебник, подготовленный группой Тихонова по алгебре, признан комиссией Виноградова не вполне удовлетворительным, а другого готового учебника у нас пока ещё нет, хотя и есть заготовки... Таким образом, дело, начатое ещё в 1978-м году, только к 82-му году начало немножко сдвигаться с места, однако ещё очень недостаточно.

[Пон2008] Понтрягина А. И., *Из воспоминаний о Льве Семеновиче Понтрягине*, Матем. обр., 2008, № 3(47), 2–26

Цитата: Я не помню, как у нас в доме появился сотрудник журнала «Коммунист» — Леонид Витальевич Голованов. Он отлично понимал значение проблемы и главный редактор этого журнала Косолапов тоже. Они дали согласие изложить взгляды Понтрягина в своем журнале. Но отдать дань похвалы партии и правительству первым условием было. Лев Семенович категорически отказался от этого. Препирательство между ними шло недели две. В конце концов, Лев Семенович согласился, но сам писать наотрез отказался. Эту часть статьи написал (как положено по канону), Леонид Витальевич Голованов, 16 месяцев ждали появления этой статьи в печати! В течение этого периода Леонид Витальевич время от времени звонил Льву Семеновичу, и в его словах теплилась надежда, что статья все же выйдет в свет, и что он ходит на цыпочках и говорит шепотом, как бы кого-нибудь не вспугнуть, не потревожить...

Ю.Н. Из публикации [Пон1980] очевидно, что эта статья многократно рецензировалась.

[Проб1960] *Проблемы преподавания высшей математики в высших учебных заведениях (По материалам Совещания заведующих кафедрами высш. математики втузов, май 1959 г.)*. - Москва : Высш. школа, 1961.

Дискуссия о математике во втузах. Я этой книги не видел. об этом совещании см. прицеп к [Бро1960].

- [Прог1959] *Проект программ по математике для средней школы*, «Математика в школе», 1959, 4, стр. 1–14
- [Прог1960] *Проект программ по математике для средней школы*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Математическое просвещение, сер.2, вып. 5, 1960, 118–126
- [Прог1961] *Программа средней общеобразовательной политехнической школы с трудовым обучением*, Математика в школе, 1961, 1, 6-12
- [Прог1967] *Проект программы средней школы по математике*, Математика в школе, 1967, 1, 5-24.
- [Прог1967-м] *О проекте программы средней школы по математике*, Математика в школе, 1967, 3, 28
- [Прог1967-э] *К программе курса математики*, Математика в школе, 1967, 3, 29
- [Прог1968] *Программа по математике для средней школы*, Математика в школе, 1968, 2, 2-20
- [Рез1959] *Резолюция совещания заведующих кафедрами высшей математики высших технических учебных заведений, состоявшегося 18–23 мая 1959 г.*, Успехи математических наук, 14:5(89) (1959), 242–256.
См. прицеп к [Бро1960].
- [Рез-СО1980] *Резолюция Ученого Совета Института математики Сибирского отделения АН СССР от 25 декабря 1980г.*
http://www.math.nsc.ru/LBRT/g2/english/ssk/resolution_council.pdf
Выписка из протокола N 11 заседания Ученого Совета Института математики СО АН СССР от 25 декабря 1980
Заслушав и обсудив доклад академика А.Д.Александрова [Ю.Н.:[Але1980-1]], Ученый Совет Института математики решил принять следующую резолюцию
Резолюция
Ученого Совета Института математики Сибирского отделения АН СССР от 25 декабря 1980г
1. Реформа математического образования, начатая в 1964г., была совершенно необходимой. Новая программа включила в себя такие важные разделы, как элементы математического анализа, элементы векторной алгебры и некоторые другие. Однако, при проведении реформы имели место недостатки, в некоторых случаях вопиющие. Недопустимое положение сложилось с учебниками по геометрии, которые в ряде изданий содержат одни и те же ошибки и неточности. На эти недостатки неоднократно указывалось в печати. Насущная задача состоит в продолжении реформы с целью преодоления недостатков, без поспешности, с сохранением положительного, без попыток полностью вернуться к старым установкам.
2. Статья Л.С.Понтрягина в «Коммунисте» посвящена критике недостатков в деле математического просвещения и широкой декларации его философских взглядов на математику в целом и на положение в математике. Однако статья эта не содержит новых фактических замечаний по содержанию учебников

и программ, а философские взгляды Л.С.Понтрягина и его оценки положения в математике нуждаются в критическом разборе.

3. Источники и цель математики в практике. Переход от источника к цели совершается в математике путем построения абстрактных теорий, которые служат мощнейшим орудием познания и овладения действительностью. Как писал В.И.Ленин, «Мышление, восходя от конкретному к абстрактному, не отходит – если оно правильное,... от истины, а подходит к ней ... все научные (правильные, серьезные, невзорные) абстракции отражают природу глубже, вернее, полнее. От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике – таков диалектический путь познания истины.» (Полн. собр.соч., т.29, с.152-153).

4. Поэтому Ученый Совет считает весьма субъективной следующую установку акад.Л.С.Понтрягина, которая может привести к искаженному пониманию положения в современной математике: «На определенном этапе развития математики высоко-абстрактная теоретико-множественная концепция ввиду ее новизны стала модной, а увлечение ей превалировать над конкретными исследованиями. Но теоретико-множественный подход – лишь удобный для профессионалов язык научных исследований. Действительная же тенденция развития математики заключается в движении к конкретным задачам, к практике» («Коммунист», 1980, N 14, с.105).

5. Ученый совет выражает несогласие с теми, кто информировал редакцию «Коммуниста» о положении в математической науке, что послужило поводом к содержащимся в послесловии к статье академика Л.С. Понтрягина обвинениям в некритическом усвоении зарубежных достижений, в формалистическом поветрии, в неверной ориентации научной молодежи, в ложной трактовке предмета математики. Математика представляет собой единое целое, и отрыв от нее фундаментальной, более абстрактной части напоминает печальную память запреты на хромосомную теорию наследственности, причисление кибернетики к «науке мракобесов запреты применений математических методов в экономике на основе фальшивых псевдонаучных соображений. Математика — дело чрезвычайно серьезное и важное для развития нашего общества. Поэтому в отношении к ней и суждении о ней необходима величайшая ответственность.

Председатель Ученого Совета Института математики СО АН СССР академик С.Л.Соболев.

Ученый секретарь Совета к.ф.-м.н. В.В.Иванов

Резолюция не была опубликована, но, по-видимому, была известна. Про Соболева, который, скорее всего, был главным двигателем, см. прицеп к ссылке [Соб1980].

[Рыб1900] Рыбкин Н.А. *Учебник прямолинейной тригонометрии для средних учебных заведений* 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Маг. «Сотр. шк.» А.К. Залесской, 1900.

Учебник издавался все время вплоть до 1955г. По крайней мере, с конца 30х (а скорее, с начала 30х) он был стабильным учебником. Иногда вместе, иногда отдельно, издавался также сборник задач Рыбкина.

[Рыб1903] Рыбкин Н.А. *Сборники геометрических задач на вычисление*. Сост. Н. Рыбкин, преп. Лазар. ин-та вост. яз. Ч. 1-2. - Москва : маг. «Сотр. шк.» А.К. Залесской, 1903-1904. - 2 т.

Книга с таким названием издавалась до 1932г. с 1933х появились «Задачи по геометрии» под редакцией В.А.Ефремова, книга была сильно расширена. Осталась в ходу (наряду с Никитиным-Масловой) после смены учебников 1956г. В 1973 году было 39ое издание, по-видимому, последнее.

[Сер1956] В. Сервэ, [W.Serwais] *Преподавание математики в средних школах.* (Перевод с французского), Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, 1, 1957, 22–31.

Мы сознаем все, что находимся сейчас, говоря языком экономистов, в высокой математической конъюнктуре, никогда до сих пор не достигавшейся... Математика — это школа, в которой обучаются логике на практике на каждом шагу: точно установить понятие с помощью определения; образовать и выразить суждение; проследить и проверить рассуждение, составить его, сформулировать и разобрать; поставить проблему, найти ее решение, обсудить его, рассмотреть исчерпывающим образом все возможные случаи.

Математика, даже элементарная, показывает на примере геометрии структуру дедуктивной теории, в которой на основе допущенных постулатов строятся теоремы с помощью доказательств, а термины объясняются при помощи определений....

Математика является меньше знанием, чем умением. Вот почему она может развить свойства ума и характера, связанные с навыками к абстракции, к строгой, целеустремленной дисциплине, к выражению на различных языках (языке общения, фигур, формул и графиков), со схематической мыслью, сжатой и четкой.

С выдающейся культурной ценностью математики может сравниться лишь ценность ее как орудия нашего воздействия на реальный мир...

...Никогда проблема лучшего преподавания математики не приобретала, как сейчас, характер столь всеобщий, столь необходимый, столь неотложный.

Все страны поняли, что активное знание математики не является лишь украшением национальной культуры; оно составляет условие экономического существования и элемент безопасности...

Надо ясно сказать с этой трибуны: математика является предметом, наиболее устрашающим учеников и их семьи, предметом, у которого больше всего неудач и который часто оказывается первой причиной школьных неполадок...

Среди интеллектуальных свойств, развиваемых математикой, наиболее часто упоминаются те, которые относятся к логическому мышлению: дедуктивное рассуждение, способность к абстрагированию, обобщению, специализации, способность мыслить, анализировать, критиковать. Упражнение в математике содействует приобретению рациональных качеств мысли и ее выражения: порядок, точность, ясность, сжатость. Оно требует воображения и интуиции. Оно дает чутье объективности, интеллектуальную честность, вкус к исследованию и тем самым содействует образованию научного ума.

Изучение математики требует постоянного напряжения внимания, способности сосредоточиться; оно требует настойчивости и закрепляет хорошие навыки работы.

Таким образом, математика выполняет важную роль как в развитии интеллекта, так и в формировании характера...

Та отвлеченная культура, которая долгое время была идеалом обучения в средней школе, должна, следовательно, сочетаться с реальной потребностью в образовании, полезном более непосредственно. У тех, кто сохраняет привязанность к традиции, это вызовет, несомненно, сожаление; те, кто обращены к будущему, с доверием ожидают прихода более живой культуры...

[Соб1980] С. Л. Соболев, *В редакцию журнала «Коммунист», Сиб. матем. журн., 49:5 (2008), 970–974*

Письмо было послано в 1980 году и опубликовано не было. Оно может звучать убедительно для современного читателя. Но, цитирую, Школьные программы по

математике до этого времени не содержали даже элементов математического анализа (неправда, см. выше Раздел 2). В старших классах такими явно устаревшими оказались изучение сложных приемов приведения тригонометрических формул к виду, удобному для логарифмирования, изучение специальных приемов решения косоугольных треугольников, сложные проценты и другое (я ничего такого в предреформенных учебниках не нашел). В старых программах не было ничего сказано об отображениях (не так, осевая и центральная симметрии, преобразование подобия, а также проектирование были введены в программу Глаголевым в 1938г.). В старых программах неравенства вводились в самом конце курса математики — в X классе (конечно, не так). Кое-что из сказанного было правдой или отчасти правдой. В прежних программах по математике в советской средней школе не существовало даже понятия о векторе. Векторы в небольших дозах были в учебнике Новоселова [Нов1962] по тригонометрии, работавшем в 1957-1966гг.; учебник был отменен в связи с Реформой-1959, векторы должны были перейти в курс геометрии, но учебник Болтянского и Яглома не прошел. В младших классах это были кустарные приемы решения арифметических («текстовых») задач (были, хотя, быть может, смягчение было уже до реформы).

В журнале «Коммунист» в публикации об откликах на статью Понтрягина сообщалось: *Отклики продолжают поступать. Среди них есть выдержанные в полемическом тоне письма академика С.Л.Соболева, доцента П.В.Стратилатова, профессора Ю.А.Петрова.*

[Сов1964] *Совещание по проблемам математического образования в средней школе (Москва).* Математика в школе, 1964, No 6, стр. 90—91.

Реферат выступления Комогорова в Минпросе. Цитаты: *А.Н.Колмогоров считает, что курс геометрии должен быть сложным, но не следует исключать из него элементарные понятия, «Преподавание в старших классах, по мнению академика Колмогорова, должно вестись на более строгой теоретической основе», «серьезное внимание должно быть уделено элементам математического анализа».*

Были и такие слова, которые позже, кажется, уже не повторялись:

Вместе с тем докладчик отметил, что эти изменения нельзя производить наспех на основе умозрительных заключений. Необходима постановка серьезного опережающего эксперимента.

Впрочем, смысл этой фразы уточнялся следующим

Вместе с тем следует проявить чувство меры и на ближайшие годы не вводить таких вопросов, как элементы теории вероятностей, математической статистики и ряду других [напомню, что Программу-1968 они не вошли]. Выступавшие единодушно поддержали идеи, высказанные А.Н.Колмогоровым и [министра просвещения РСФСР] Е.И.Афанасенко.

[Стен1978] *Стенограмма Общего собрания отделения математики, посвященного обсуждению школьных программ и учебников по математике. 3 декабря 1978.* В книге [КоСа2012] <http://mat.univie.ac.at/neretin/misc/bunt.djvu>.

[Тих2009] Тихомиров В.М. *Педагогические замыслы А.Н. Колмогорова о курсе геометрии в школе.* Труды шестых Колмогоровских чтений. Изд-во ЯГПУ, 2008, 10-17

Цитаты: *Я вижу две основные причины того, что усилия Андрея Николаевича в итоге не привели к благоприятному исходу. Первая из них заключена в идеологии того общества, в котором тогда приходилось всем нам жить и трудиться. Первоосновой всего, высшей целью жизни и деятельности каждого человека объявлялось тогда укрепление и развитие государства. Не личности, а*

именно государства. И руководящая структура государства – партия – определяла, в частности, цели и смысл образования. Андрей Николаевич вынужден был подчиняться этому порядку вещей, но на самом деле он и сам искренне считал, что прогресс развития нашей страны невозможен без широко образованной творческой интеллигенции. И это было стимулом для его трудов и усилий. В числе непререкаемых аксиом того времени было требование единого, образования: каждый должен был получить в точности то же образование, что и все остальные. Постановление партии и правительства о реформе школьного образования было принято в 1966 году, и именно тогда Андрею Николаевичу было поручено осуществить ту часть реформы, которая относилась к математике. Естественно, должен был встать вопрос: как и чему учить детей в нашей бескрайней, многонациональной, столь разнородной и неблагоустроенной стране с огромным числом неблагополучных семей, детей с неполноценным умственным развитием – читатель легко продолжит список всех наших трудностей тех и нынешних лет. И при этом учить всех, и одинаково! Андрей Николаевич взялся за осуществление этой реформы, не имея в виду существенно менять исходные позиции упомянутого постановления, т. е. взялся за неосуществимое предприятие.

Но надо сказать и о второй причине, в силу которой планы по реформе образования оказались не до конца реализованными. Андрей Николаевич пребывал в мечтах о светлом будущем. В этих мечтах он был идеалистом...

По мнению Андрея Николаевича (впрочем, это можно было истолковать, как предписание в постановлении партии и правительства от 1966 года), курс школьной математики должен быть научным, строгим и современным. А эту цель в современном обществе (а возможно, и в обществе будущего) осуществить невозможно.

На двадцать второй странице пособия по геометрии для шестого класса (изд. 1974 г.) написано: «Систематический курс геометрии имеет такое логическое строение:

1. Перечисляются основные, принимаемые без определений, понятия.
2. При их помощи даются определения других геометрических понятий.
3. Формулируются аксиомы.
4. На основе аксиом и определений доказываются теоремы.»

Уже в этом маленьком фрагменте отражается взгляд автора на своего читателя, не соответствующий возможностям последнего. Для понимания этого текста нужна высокая интеллектуальная культура, которая формируется долго.

[Тих2009-1] Тихомиров В. М. *А. И. Маркушевич (1908-1979)*. Историко-математические исследования. — М.: «Янус-К», 2009. — Т. 13 (48). — С. 128—137.

[Фей1965] Feynmann R. *New textbooks for "new" mathematics*, Engineering and science March 1965, 28, 6, 9-15.

[Фет1957] Фетисов, А. И. *Геометрия* Учебник для 8-го и 9-го классов сред. школы. - 2-е изд., перераб. - Москва : Учпедгиз, 1957; *Геометрия*, Пробный учебник для сред. школы. - Москва : Учпедгиз, 1957. - 1 т.; 23 см. Ч. 2: Стереометрия : Для 9-10-го классов. - 1957.

В 1956г. авторская группа Никитин-Фетисов (см. комментарии к [НиФе1956]) распалась, Фетисов написал пробный учебник для старших классов, который в дело не пошел.

[Фет1963] Фетисов А.И. *Геометрия для 8-10 классов*. Экспериментальный учебник. Издательство АПН РСФСР, 1963

Из аннотации: *Все доказательства теорем и решения задач основаны на методе геометрических преобразований: симметрии, переноса, вращения и подобия, что значительно упрощает в сравнении с учебником А. П. Киселева изложение и усвоение учебного материала.*

Я этот учебник в старших классах брал в библиотеке, он мне показался очень тяжелым.

- [Фил2014] Phillips, Ch. J. *The New Math: A Political History*, Chicago University Press, 2014.
- [Хин1941] Хинчин А.Я. *О понятии отношения двух чисел*, Математика в школе, 1941, 2, с.13-25
- Статья написана в связи с правкой Хинчиным учебника арифметики Киселева. Цитата: *... автор настоящей статьи в своей переработке известного курса Киселева, решительно порвав со старыми, более-менее пространными определениями, взял на себя смелость просто отождествить понятие отношения с понятием частного.*
- Большинство товарищей, возражающих против отождествления понятий отношения и частного, соглашается вместе с тем, что всякое отношение есть частное, но указывает вместе с тем, что не всякое частное есть отношение...*
- Если кто не понял сказанного, можно обратиться к оригиналу. Или к [Кис1884].
- [Хин1961] А. Я. Хинчин, *О так называемых “задачах на соображение” в курсе арифметики*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 6, 1961, 29–36
- [Хин1961-1] А. Я. Хинчин, *О воспитательном эффекте уроков математики*, Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, вып. 6, 1961, 7-28.
- Статья об общекультурном значении школьной математики того времени.
- [Хин1963] Хинчин А.Я. *Педагогические статьи.*, М., АПН СССР, 1963
- [ЦК1977] ЦК КПСС и Совет Министров СССР *«О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду»*, постановление от 22 декабря 1977 г.
- [Чер1988] Черкасов Р.С. *О методическом наследии А.И. Маркушевича (к 80-летию со дня рождения)* Математика в школе. 1988. № 2.
- [Чер1993] Черкасов Р.С. *Андрей Николаевич Колмогоров и школьное математическое образование*. Колмогоров в воспоминаниях / Под ред. А.Н. Ширяева. – М.: Физматлит, 1993. С. 583–604.
- [Чет1950] Четверухин Н.Ф. *О научных принципах преподавания геометрии в советской школе 1950*, Математика в школе, 1, 5-13.
- [Шаб1968] Шабат Б. В. *Алексей Иванович Маркушевич (к шестидесятилетию со дня рождения)*. Математика в школе, 1968, 2, 93-94.

- [Шар2001] Шарыгин И.Ф. *Математическое образование: вчера, сегодня, завтра... (с эпиграфом, но пока без эпитафии)*, 2001
https://mcsme.ru/edu/index.php%3Fkey=shar_mathedu.html
- [Шар2002] Шарыгин И.Ф. *От какого 'коня' примет смерть российская математика*, Отечественные записки, 2003, вып.2
- [Шаф1989] Шафаревич И. Р., *Так сделайте невозможное (К 80-летию Л. С. Понтрягина)*, Советская Россия, 16.04.1989.
*Многие математики осознавали серьёзные последствия сложившегося положения: терялась часть культуры, математика теряла потенциальные таланты; но изменить его было очень нелегко. Создание новых учебников было в своем роде тоже проектом поворота, только не рек, а преподавания математики, и поддержка его была столь же массивной. Сломить её удалось Льву Семёновичу. Больше года он боролся, сочетая бурный натиск и дипломатию, пока, наконец, ему не удалось опубликовать свои взгляды в журнале «Коммунист». В этом ему очень помогли журналисты. В конце концов дорога к пересмотру учебников была открыта. В их реанимации потом участвовало много людей, но прорыв, право на её проведение завоевал Л. С. Понтрягин. Мне кажется, у нас пока нет ясных и прозрачных учебников по математике, какие были несколько десятилетий назад, но всё же «геркулесовы столбы» формалистического творчества остались позади, положение в какой-то степени нормализуется, и результат сказывается на десятках миллионов подростков, на их умах и душах.
 Лишь после его смерти я узнал, что одним из любимых произведений Понтрягина было жизнеописание Бенвенуто Челлини, и это сделало мне более понятным Льва Семёновича. У обоих было действительно много общего, и мне представляется, что, если бы почтенный академик жил во времена Челлини, он тоже многие споры решал бы при помощи собственной шпаги и уж, во всяком случае, не обращался бы к помощи наёмных убийц.*
- [Шевк2012] Шевкин А.В. *Назад к Киселеву!*, 04.11.2012;
<http://www.shevkin.ru/novosti/nazad-k-kiselyovu>
Ещё раз про возвращение к учебникам А.П. Киселева, 07.10.2016,
<http://www.shevkin.ru/novosti/eshho-raz-pro-vozvrashhenie-k-uchebnikam-a-p-kiseleva/>
- [Шевч1966] Шевченко И.Н. *Арифметика для 5-6 классов*, 1966, Просвещение, издание 11.
- [Шир2003] Ширяев А.Н. *Жизнь и творчество* [Колмогорова], В книге *Колмогоров. Юбилейное издание в трех книгах. Книга первая. Истина - благо*. Редактор-составитель А.Н.Ширяев. Москва, Физматлит, 2003 (стр. 17-210)
- [vis2012] *Проект Колмогоров*.
<http://www.diary.ru/~vis1952>
 Интересный незаконченный текст неизвестного автора.