

О вариантах вступительных экзаменов¹

Неретин Ю.А.

В течение 90-ых годов резко возросло участие вузов и вузовских работников в школьном образовании. Причиной этого является конкурентная борьба вузов за абитуриентов² и необходимость поиска средств существования для вузовских преподавателей³. Обе упомянутых движущих силы имеют в своей основе рыночную природу и к образованию как таковому абсолютно индифферентны. Основная (хотя слава богу и не единственная) математическая услуга, предоставляемая вузовской системой школьникам, есть разучивание вариантов вступительных экзаменов⁴.

Вариант вступительного экзамена по математике в высшее учебное учреждение вполне сложился лет 30 лет тому назад и с тех пор остается поразительно неизменным (меняется уровень технической сложности, но его суть меняется слабо).

Этот тип вариантов с самого начала вызывал сильные возражения, но постепенно стал восприниматься как нечто, само собой разумеющееся. Однако то, что 30 лет назад могло и быть неизбежным злом, сейчас, когда высшее образование России близко к полному краху, становится совершенно нетерпимым.

Независимо от степени удачности сделанных ниже предложений, вопрос о замене существующих вариантов вступительных вариантов требует срочного решения

Приводимые ниже конструктивные соображения не имеют в виду вузов типа мехмата и матмеха, где составление вариантов является отдельной задачей. Эта задача не имеет прямого отношения к автору записки, но безусловно она может быть удовлетворительно решена при наличии доброй воли.

Достоинства существующих вариантов

- легкость изобретения "новых" однотипных задач из года в год
- предсказуемость экзамена для абитуриента
- возможность при проверке получить длинный непрерывный спектр баллов без излишней плотности баллов на верхнем и нижнем конце
- возможность волевым образом менять критерии проверки задач с теми или иными статистическими целями

¹Данная записка была составлена в 1999г. для нужд МИЭМ, но, как кажется автору, имеет более широкий интерес

²Эти слова относятся к Москве и может еще к нескольким крупным городам

³Эта задача является всеобщей

⁴проводимое по многим линиям: школы, курируемые вузами, бесплатные и платные курсы при вузах, прямое репетиторство;

Вступительные варианты являются "ситом" при отборе студентов из абитуриентов⁵

Однако вступительные экзамены являются не только "ситом", но и важным элементом образовательной системы, воздействующим на иные ее части. Автора записки интересует именно последствия этого воздействия.

Недостатки существующих вариантов.

– Человек, который просто хорошо знаком со школьной математикой, написать вариант не может.

– В действительности в 1970-80ых годах вполне сложилась особая отрасль человеческого знания – вступительная математика. Последним классикам элементарной математики (Монж, Понселе, Вилларсо, Дюпен, Штаудт, 1810-40⁶) современная теория тригонометрических уравнений, логарифмических неравенств, неизмеримые глубины понятия модуля, и великая теория ОДЗ, кажется, известны не были. Во всяком случае писали они не об этом. Упомянутых теорий в их современном виде с логическими тонкостями и особыми методами нет и в старых учебниках эпохи Киселева и Рыбкина. Подчеркну, что здесь более важен не предмет исследования как таковой, а гипертрофированное развитие нескольких узких не особенно важных сюжетов, и наличие особых методов, придуманных для решения вступительных задач и лишь для того пригодных. Мы или должны счесть, что все это не относится к элементарной математике или должны признать элементарную математику бурно развивающейся отраслью человеческого знания. Но в последнем случае неправильно заставлять молодых людей сдавать экзамен по последним революционным достижениям этой науки.

– молодой человек должен обучаться этой отрасли человеческого знания. Важно заметить, что (в отличие от сочинений Монжа, Дюпена и пр.) эта наука никакого отношения ни к чистой, ни к прикладной⁷ математике не имеет. В частности, человек, в совершенстве выучивший данную науку, не приобретает никаких познаний, полезных для трех иных упомянутых областей математики

– в 10-ом классе (и отчасти в старших классах вообще) молодой человек

⁵ Автору записки приходилось видеть как отвратительно работающие машины отсева, так и системы более-менее удовлетворительные.

Автору также приходилось наблюдать ситуацию (биофак - 1982 ; думаю, это типично в условиях большого конкурса), когда экзамен по математике играл роль тотализатора, его единственной своей целью было уменьшить число абитуриентов до количества с которым уже возможно нормально работать на более осмысленных устных экзаменах по более осмысленным предметам. Я до сих пор не понимаю, за какие грехи будущие почвоведы должны были "раскрывать модуль" у кубического многочлена.

⁶ Следующее поколение геометров (Плюккер, Мебиус, Дарбу, Шаль и др.) уже вполне перешло к более простым и эффективным "неэлементарным" методам. За пределами геометрии отход от элементарности произошел значительно раньше

⁷ ни даже к вузовской

должен учить прежде всего то, что наиболее важно, а именно вступительную математику. Именно это обстоятельство и является страшным.

– упомянутая наука вызывает у нормального молодого человека лишь скуку и отвращение, и что несравненно хуже – отупение. В особо тяжелых случаях (и такое случается) человек воспринимает все это серьезно.

– все вышеупомянутые чувства переносятся на математику, как таковую

– Иногда говорят, что это все же воспитывает в человеке определенные добродетели. По моим многолетним вузовским наблюдениям (МИЭМ) вступительная премудрость уходит из головы абитуриента немедленно после сдачи экзамена. Студенты особенно плохо знают тригонометрию, при виде модуля они непременно начинают делать ошибки (которых бы без вступительных экзаменов не сделали; студенты отнюдь не являются людьми, лишенными разума), один вид уравнения с параметром вызывает отвращение. Я сам склонен считать все это естественной очисткой организма. Значительно хуже то, что студенты не в состоянии провести самого простого перебора (хотя внешне это на экзаменах и требуется). Имеют ли в последнем частном пункте вступительные экзамены отрицательное значение – не ясно, но положительного не имеют точно. Среди других называемых добродетелей – аккуратность и тренировка памяти. Может они и воспитываются, хотя очень сомнительно⁸. Однако задача воспитания аккуратности и задача развития памяти перед математикой раньше никогда не ставились, и за чуждые ей задачи математике лучше было бы и не браться.

– большинство людей кончает знакомство с математикой вскоре после вступительных экзаменов (от силы два курса института и, как правило, на уровне, оставляющем желать лучшего). Если тригонометрические неравенства они забывают, то вполне опеределенные чувства к науке, преподаваемой под именем "математика", и к ее "сеятелям" у людей остаются надолго. Эти чувства являются вполне материальной силой, которая уже много лет давит на математические кафедры в нематематических вузах. Сейчас это уже реально грозит не только существованию математического образования, но и даже самим репетиторским доходам⁹

– на многочисленных курсах по подготовке в вузы многочисленные люди (частично весьма добросовестные) тратят свои силы впустую (если не ска-

⁸(Ни хорошей памяти, ни аккуратности мысли у людей, прошедших долгие курсы подготовки в вуз, что-то не видно. Зато есть отличная кратковременная память (со способностью быстрого избавления от излишнего груза) и умение пользоваться белым "штрихом" (последнее наверно воспитывается школой как таковой) .

⁹Вообще степень их устойчивости не стоит переоценивать, они могут исчезнуть в один день при незначительной подвижке общества. К тому же в воздухе сейчас висят различные идеи радикального решения проблемы вступительных экзаменов. Например, в вуз на один семестр можно брать всех желающих, можно также сделать общегосударственные школьные выпускные экзамены, независимые ни от школ, ни от вузов (при обоих вариантах набор в вузы становится от вузов независимым, вузы при этом лишатся важного элемента свободы). С дальнейшим развитием кризиса высшего образования вообще и кризиса вступительных экзаменов в частности вероятность реализации этих или им подобных идей (а также соответствующего перераспределения доходов) быстро возрастает.

зять хуже). Непосредственное репетиторство сейчас является единственной возможностью не протянуть ноги для большинства вузовских преподавателей, и опять-таки печально, что усилия этих людей (часто добросовестные) отношения к обучению школьников математике также не имеют. Сюда же надо добавить деятельность различных школ при вузах которые добросовестно обучают тому, что нужно учить (т.е. необходимым версиям вступительной математики).

Общие принципы реформы

1. Заменить 5 задач на 7–15, одновременно их существенно упростив¹⁰
2. Варианты должны относиться к элементарной математике, а не к математике вступительной.

Убрать все задачи, суть которых состоит в отслеживании ОДЗ. Убрать все подлянки нематематической природы (т.н. "подводные камни" или, точнее, "топляки"). Пусть хоть математика будет в нашем обществе честной.

3. Варианты не должны повторяться из года в год, более того они должны ощутимо различаться. Это отнюдь не противоречит общей предсказуемости. Любые идеи с "просвечиванием" абитуриента с помощью узкого пучка повторяющихся из года в год задач (сколь бы хороши они ни были сами по себе) ведет в перспективе к пагубным последствиям.

4. Геометрия должна составлять важную часть предлагаемых задач.

5. Не следует искать универсальную систему, которая подходила бы для всех вузов на 10 лет вперед. Например этих лет впереди может и не оказаться.

6. Чисто тестовые варианты (см. ниже задачи 1–5) допустимы на специальностях с особо низкой математической подготовкой. Для инженеров, программистов и т.н. прикладных математиков они не желательны. Математика предполагает способность к мысли и воображению, в то время как тест проверяет лишь способность совершения простейших ритуальных действий.¹¹

Образец варианта вступительного экзамена

1. Разделить отрезок $[-1, 7]$ вещественной оси в отношении 2 : 3
2. Решить неравенство $\frac{1}{x+1} \geq \frac{1}{x+2}$
3. Решить уравнение $x + \sqrt{x} = 72$
4. Российский бизнесмен, начав бизнес с 888 парагвайских карбованцев, получил 25% прибыли. При выезде из Парагвая после уплаты пошлины за

¹⁰В некоторых вузах это делается

¹¹P.S. Оказалось, что тестовые экзамены сейчас широко распространились. Их минусы. Во-первых, влияние теста на образование в любом случае не положительно. Во-вторых, в тех вариантах, которые мне пришлось видеть, предметом была по преимуществу, все та же вступительная математика.

вывоз национальной валюты у него осталось 444 парагвайских карбованца. Какой процент капитала бизнесмен заплатил на таможне?

5. Разложить на множители $x^5 + 2x^3 + 3x^2 + 6$.

6. Синус острого угла α равен $1/3$. Найти (выразить через радикалы) $\sin \alpha/2$

7. В прямоугольном треугольнике с катетами 5, 12 найти расстояние от вершины прямого угла до центра вписанной окружности.

8. Дан отрезок AB с вершинами $(0, 1)$, $(0, 2)$ и отрезок CD с вершинами $(1, 0)$, $(2, 0)$. Сколько на плоскости точек, из которых оба отрезка видны под углом 1° ? Иными словами, сколько есть точек R таких, что углы ARB и CRD равны 1° ?

9. 12 одинаковых яблок [пинпонговых мячиков] разделили между Ваней, Машей, собакой Жучкой и кошкой Муркой, так что Ване досталось больше, чем Маше; Маше больше, чем Жучке, а Жучке больше, чем Мурке. Найдите все возможные способы дележа

10. Вдоль совершенно секретной стены длиной 100 м прогуливаются туда-обратно (от одного конца к другому) два часовых, один – со скоростью 4км/ч, другой – со скоростью 5км/ч. Сколько раз они встретятся за 8 часов несения караула, если известно, что они выступили одновременно от одного конца стены

11. Дан правильный тетраэдр с ребром a . Найти расстояние между серединами противоположных ребер.

12. Дан куб со стороной a . Найти площадь его сечения плоскостью, проходящей через центр куба перпендикулярно диагонали

13. Что больше $1 + 2 + 2^2 \dots + 2^{300}$ или $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{200}$?

14. Решить уравнение $\sin x + \cos x = 1.9$

Комментарии к варианту.

а) Составление варианта для фиксированного вуза и фиксированной специальности – отдельный тонкий вопрос. Отдельный вопрос – связь продолжительности экзамена с числом задач. Данный текст варианта никакой определенной специальности в виду не имел и преднамеренно является образцом абстрактного жанра. Например, он явно длинноват. Я скорее утверждаю допустимость каждой задачи в отдельности (и задач в данном стиле), чем уравновешенность варианта.

б) Разумеется отрепетировать на деление отрезка 2 : 3 легче, чем отрепетировать на решения логарифмических неравенств. Однако в варианте буквально такая задача скорее всего не встретится. А если и встретится, не будет слишком дорого стоить.

в) Точно так же частота встречаемости задачи про проценты или про жучку Мурку (кстати возможных вариаций довольно много) не должна превышать $1/5$. Кстати задача про Жучку очень сложна для большинства студентов (эксперименты проводились в МИЭМ).

г) Элементы повторяемости при большом числе возможных задач уже не очень существенны. Во всяком случае, если будет много разных задач, то для школьника обучение будет иметь определенные достоинства по сравнению с натаскиванием.

д) Т.н. текстовые задачи, т.е. задачи для 5-ого класса типа "а через три часа, уже без четверти, три мужика вернулись в город B "¹² вполне допустимы (и пожалуй необходимы), это можете считать задачей номер 15 в варианте

е) По традиции, стереометрическая задача является "гробом", который решать и не рекомендуется. Бессмысленность "традиции" здесь вполне очевидна. Естественнее всего заменить имеющуюся задачу на пару более простых, а сами задачи сделать разнообразными. В этом случае разумно одну стереометрическую задачу сделать одноходовкой (тестовкой). Можно давать и одну задачу, но она не должна быть сложной.

Надо дать абитуриенту реальную возможность набрать какие-то баллы на стереометрии.

ж) По-моему, не следует стремиться к особой скучности вариантов. В сегодняшней обстановке авторитет математики в обществе падает с изрядной скоростью, знак этой скорости изменить за малое время невозможно, но остается еще вопрос о знаке и величине ускорения. Впрочем этот комментарий в применении к данному вопросу можно и не считать существенным. В любом случае не надо стремиться к отвратительности задач, сколь полезной и благотворной она не казалась бы составителям.

з) Разумеется разглашать информацию о степени секретности стены не обязательно.¹³ Неюридичность нескольких формулировок в списке задач тоже легко исправима.

и) Данный вариант со стороны разных людей подвергался резкой критике за чрезмерную легкость, а также за чрезмерную сложность. И то и другое легко устранимо. Чрезмерная тестовость тоже легко устранима. Можно скажем дать 7 тестовых задач и 3 нетестовых и т.п.

к) Процентный кризис может преодолеваться за счет изменения веса задач.

Проблема отладки.

При любом нововведении надо ждать каких-то непредвиденных последствий. Могу предложить два рецепта для получения предварительной информации

а) Система экзаменов сейчас довольно гибка, и я (может по полной неопытности) не вижу почему бы на одной из стадий этого дела не опробовать

¹²извиняюсь, из фольклора 5 класса

¹³P.S. В таком искаженном цензурой виде задача и давалась на экзаменах.

б) Ничто не мешает первого сентября провести для первокурсников контрольную с элементами такого рода вариантов. Если в разных потоках дать разные задачи, то это даст пищу и для репетиторов.

Разумеется далее надо делать необходимые поправки по поводу оценки влияния эксперимента на подготовку абитуриента.

в) Можно начать с того, чтобы в первый год вводить в варианты по 1-2 "нетрадиционные" задачи, при этом разные в разных циклах экзаменов. Разумеется, промежуточные варианты требуют отдельного просчитывания, но "сверхпроблемы" в этом нет.

г) Разумно увеличить круг людей, предлагающих экзаменационные задачи. Секретности вариантов как таковых это не противоречит, Проблема состоит в идеях, а профессионал-экзаменаор уже легко преобразует задачу к неузнаваемому виду.

Опасности выделения из строя.

Страх перед тем, что при данном варианте не будет принят кто-то, кто был бы принят при ранее существовавшем варианте не имеет оснований. Важно, чтобы вариант давал растянутую шкалу, которая давала бы возможность "провести черту" в любом нужном месте.

Более серьезное возражение – то, что вуз решившийся на реформу, может оказаться без абитуриентов. Здесь мы сталкиваемся с довольно распространенной ситуацией, когда сила естественного отбора действует на каждого отдельного индивида (в данном случае вуза) в направлении, губительным для вида (высшее образование) в целом. Я думаю, что эта опасность существует, но она преувеличена. В самом отсутствии "задач с модулем" есть элемент привлекательности для части людей. Никуда не денутся люди, тыкающиеся в разные вузы. Изрядную часть "абитуры" вуз сейчас готовит себе сам – она тоже никуда не денется. К тому же и вступительная математика в разных вузах – немного различается.

Некоторый минус – что люди, кончавшие какие-нибудь курсы при другом вузе будут не готовы к местным экзаменам. Но с другой стороны цель предлагаемого изменения – сделать экзамены максимально независимыми от предэкзаменационной подготовки как таковой.

Соображение в пользу необходимости поиска выхода из протivoестественной ситуации – то, что наше не слишком разумное и не слишком сентиментальное общество может начать искать иной выход независимо от людей, с математикой или математическим образованием связанных.

Я повторяю основную мысль записки. Существующая система разрушительным образом действует на образование как таковое. Вступительные экзамены и индустрия подготовки к ним в их современном виде – одна из важных причин, по которым вузы получают студентов, которых учить

математике уже более невозможно. Математика ранее, кроме ее непосредственной пользы, служила еще средством развития мышления. Сейчас математика в ее вступительной форме (наиболее осязаемой для большинства стремящихся к образованию молодых людей) превратилась в формализованную отупляющую силу. Данный текст – попытка найти возможно более мирные и консервативные пути для реформы,

Три года спустя. Послесловие

Мне не удалось провести реформу в МИЭМ, по причинам, прямого отношения к вступительным экзаменам не имеющим.

Что касается данной записки, то, как в ней и отмечается, ее конструктивная часть не имела в виду вузов типа мех-мата, мат-меха или физ-теха.

Реформу вариантов вступительных экзаменов на механико-математическом факультете МГУ предпринял Смуров Михаил Васильевич в 2002г (некоторые пробные ходы были сделаны им ранее в 2000г, когда он в предыдущий раз отвечал за вступительные экзамены). В этом смысле варианты мех-мата 2002 года, сохраняя преемственность по сравнению с предыдущими годами, содержат существенные новые элементы, которые должны быть интересны для любого эксперта в этой области.

К несчастью, сам Михаил Васильевич скоропостижно скончался 14 октября 2002 года после второго инфаркта (первый был в июне 2001 года; год рождения 1958). Хотя (насколько мне известно) ему удалось добиться определенного понимания со стороны своих коллег, я боюсь, что надежды на продолжение реформы на мех-мате все же немного.