Laudatio für den Gewinner des Förderungspreises (Franz Schuster)

Franz Schuster wurde am 4. August 1978 geboren und wuchs in St. Margarethen im Burgenland auf. Er besuchte das Realgymnasium und danach die Handelsakademie in Eisenstadt. Nach seinem Wehrdienst studierte er von 1998 bis 2003 Technische Mathematik an der TU Wien. Während seiner Dissertationszeit 2003 bis 2005 war er in meinem FWF-Projekt *Affin-assoziierte Körper* Projektassistent und im Rahmen des EU Marie Curie Research and Training Networks *Phenomena in High Dimensions* ein halbes Jahr Gastwissenschafter an der Universität Florenz.

Seine Dissertation mit dem Titel *Convolutions and multiplier transformations of convex bodies* schloss Franz Schuster 2005 ab. Danach arbeitete Franz Schuster im Rahmen von *Phenomena in High Dimensions* ein halbes Jahr als Gastwissenschafter an der Universität Freiburg. Wieder nach Wien zurückgekehrt, war er Projektassistent im Rahmen meines FWF-Projekts *Bewertungen auf konvexen Körpern* und von 2009 bis 2012 Universitätsassistent am Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie der TU Wien.

Franz Schuster habilitierte sich 2010 an der TU Wien und wurde im gleichen Jahr mit dem Hlawka-Preis der Österreichischen Akademie der Wissenschaften ausgezeichnet. Von 2010 bis 2013 leitete Franz Schuster das FWF-Projekt *Minkowski-Bewertungen und geometrische Ungleichungen*. Im Rahmen dieses Projekts betreute er die Dissertationen von Thomas Wannerer und Manuel Weberndorfer. Das Sommersemester 2012 verbrachte Franz Schuster als Gastprofessor am Polytechnic Institute of New York University. Im Jahr 2012 erhielt er einen ERC Starting Grant für sein Projekt *Isoperimetric inequalities and integral geometry*. Diesem Projekt wurde auch der START-Preis des FWF zuerkannt. Seit April 2013 ist Franz Schuster Professor für Geometrische Analysis an der TU Wien.

Franz Schuster hat in den letzten Jahren bedeutende Beiträge zur Konvexgeometrie und geometrischen Analysis geleistet. Dabei ist ein Schwerpunkt seiner Arbeit die Theorie der Bewertungen oder additiven Funktionen auf konvexen Körpern, also von Funktionen Φ, die auf $\mathcal{K}^n$, dem Raum der kompakten, konvexen Mengen im $\mathbb{R}^n$, definiert sind und für die gilt

$$\Phi(K \cup L) + \Phi(K \cap L) = \Phi(K) + \Phi(L),$$

wenn $K, L, K \cup L \in \mathcal{K}^n$.

Bewertungen sind seit Max Dehns Lösung des dritten Hilbertschen Problems im Jahr 1901 ein wichtiges Thema in der Geometrie. Ein Meilenstein war hier Hadwigers berühmter Funktionalsatz im Jahr 1952, demzufolge die einzigen bewegungsinvarianten, stetigen additiven Funktionale auf dem Raum der konvexen Körper im $\mathbb{R}^n$ die Linearkombinationen der inneren Volumina (Quermaßintegrale) sind. In den letzten Jahren haben Minkowski-Bewertungen großes Interesse auf sich gezogen, das sind Funktionen, die konvexen Körpern wiederum konvexe Körper zuordnen und die Bewertungen in Bezug auf die Minkowski-Addition sind. Erste Ergebnisse für Minkowski-Bewertungen haben sich mit $\mathrm{SL}(n)$ verträglichen Funktionen beschäftigt. Das wichtigste Beispiel ist hier durch den klassischen Projektionenkörper gegeben.

Beginnend mit seiner Dissertation 2005, erreichte Franz Schuster in mehreren Arbeiten grundlegende Resultate zur Klassifizierung von $\mathrm{SO}(n)$ kovarianten Minkowski-Bewertungen. Dies steht natürlich in der Tradition des Hadwigerschen Funktionalsatzes, stellt sich jedoch als wesentlich schwieriger heraus. In seiner Arbeit *Crofton measures and Minkowski valuations* (Duke Mathematical Journal 2010) gelingt es Franz Schuster, die Stützfunktionen von $\mathrm{SO}(n)$-kovarianten Minkowski-Bewertungen zu beschreiben und zu zeigen, dass sie sich als Faltung mit den sogenannten Crofton-Maßen μ_i darstellen lassen:

$$h(\Phi K, \cdot) = c_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \mathrm{vol}_i(K|\cdot) * \mu_i + c_n V(K),$$

wobei $h(L, \cdot)$ die Stützfunktion von L bezeichnet, das n-dimensionale Volumen mit V bezeichnet wird und $\mathrm{vol}_i(K|\cdot)$ das i-dimensionale Volumen der Projektion von K auf einen i-dimensionalen Unterraum ist.

Franz Schuster ist es auch gelungen, für Minkowski-Bewertungen isoperimetrische Ungleichungen herzuleiten. Die ersten Resultate dieser Art sind schon in seiner Dissertation enthalten. Viel stärkere Resultate erzielte er in der Arbeit *Valuations and Busemann-Petty type problems* (Advances in Mathematics 2008). Hier beweist er Sätze in der Tradition von Busemann und Petty für eine ganze Klasse von Minkowski-Bewertungen. Vor Kurzem gelang es Franz Schuster in Zusammenarbeit mit Semyon Alesker (Tel Aviv University) und Andreas Bernig (Universität Frankfurt), in der Arbeit *Harmonic analysis of translation invariant valuations* (Geometric and Functional Analysis 2011) grundlegende Ergebnisse zur Zerlegung des Raums der translationsinvarianten Bewertungen in irreduzible $\mathrm{SO}(n)$ invariante Unterräume zu erzielen. Konsequenzen aus dieser Darstellung sind eine Klassifizierung von $\mathrm{SO}(n)$-kovarianten Tensorbewertungen und neue isoperimetrische Ungleichungen für Minkowski-Bewertungen.

Franz Schuster beschäftigte sich auch mit vielen weiteren Fragen. Das reicht von seiner gemeinsamen Arbeit mit Peter M. Gruber über Ellipsoide, die aus Franz Schusters Diplomarbeit hervorgegangen ist, über seine Arbeiten mit Rolf Schneider über Minkowski-Klassen und mit Gabriel Maresch über isotrope Maße, zu seinen Arbeiten mit seinem Dissertanten Thomas Wannerer über $\mathrm{GL}(n)$ kontravariante Minkowski-Bewertungen und seinem Dissertanten Manuel Weberndorfer über Brascamp-Lieb-Ungleichungen.

Seine sehr erfolgreiche Zusammenarbeit mit Christoph Haberl sei besonders hervorgehoben. Haberl und Schuster ist es gelungen, die L_p-Petty-Projektionenungleichung von Erwin Lutwak, Deane Yang und Gaoyong Zhang aus dem Jahr 2000 wesentlich zu verschärfen. Diese gemeinsame Arbeit *General L_p affine isoperimetric inequalities* erschien 2009 im Journal of Differential Geometry und ist die Grundlage für zwei weitere gemeinsame Arbeiten. Einerseits wird in *Asymmetric affine L_p Sobolev inequalities* die L_p affine Sobolev-Ungleichung von Lutwak, Yang und Zhang verschärft; insbesondere ist dieses Resultat essentiell stärker als die L_p-Sobolev-Ungleichung von Aubin und Talenti. Andererseits ist in Kooperation mit Jie Xiao (University of Newfoundland) die Arbeit *An Asymmetric Affine Polyá-Szegö Principle* entstanden. Diese Arbeit enthält Verschärfungen der Resultate von Cianchi, Lutwak, Yang und Zhang über affine Sobolev-Ungleichungen. Speziell werden in dieser Arbeit verschärfte Versionen der affinen Moser-Trudinger- und der affinen Morrey-Sobolev-Ungleichungen sowie eine affine logarithmische Sobolev-Ungleichung bewiesen.

Franz Schuster hat im letzten Jahr eine große Arbeitsgruppe aufgebaut. Inzwischen hat auch Lukas Parapatits seine Dissertation bei Franz Schuster abgeschlossen und Florian Besau und Astrid Berg werden bald folgen. Franz Schuster ist ein effizienter Organisator und er scheint es zu genießen, große Projekte durchzuführen. Es freut mich sehr, dass seine Arbeit mit dem Förderungspreis der ÖMG ausgezeichnet wurde, und ich wünsche ihm weiterhin viel Erfolg und viele schöne mathematische Resultate.

(M. Ludwig)