Computerbeispiele für das

Proseminar zu Einführung in die Lineare Algebra und Geometrie

Sommersemester 2012

Beispiel 1)

Ein Dreieck habe die Eckpunkte $a:=\begin{pmatrix}-3\\9\\1\end{pmatrix}$, $b:=\begin{pmatrix}4\\5\\7\end{pmatrix}$, und $c:=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$. Berechne die numerischen Werte (also verwende den Befehl **N[.]**) der Seitenlängen, der Winkel (in Radianten) und der Fläche dieses Dreiecks jeweils auf 20 Stellen nach dem Komma (soferne nicht das exakte Ergebnis ganzzahlig ist).

Beispiel 2)

Es sei $A:=\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}$. Berechne A^2, A^3, A^4, ... und zwar solange, bis man eine Periode erkennen kann.

Beispiel 3)

Betrachte den Vektorraum
$V:=\{f(x)=a_1xe^{8x}+a_2e^{8x}+a_3x\cos(5x)+a_4x\sin(5x)+a_5\cos(5x)+a_6\sin(5x)+a_7\colon a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7\in\mathbb{R}\}$ mit der Basis $\mathcal{B}:=\{2xe^{8x}+7e^{8x}+x\cos(5x)+3x\sin(5x)-5\cos(5x)+4\sin(5x)+6,$
$3xe^{8x}+2e^{8x}+4x\cos(5x)-3x\sin(5x)+8\cos(5x)+4\sin(5x)+2,$
$5xe^{8x}+3e^{8x}+6x\cos(5x)+2x\sin(5x)-7\cos(5x)+\sin(5x)+3,$
$2xe^{8x}-4e^{8x}+2x\cos(5x)+8x\sin(5x)+3\cos(5x)-6\sin(5x)-2,$
$4xe^{8x}-5e^{8x}+7x\cos(5x)+x\sin(5x)-6\cos(5x)+3\sin(5x)-5,$
$5xe^{8x}+8e^{8x}-4x\cos(5x)+7x\sin(5x)+3\cos(5x)+6\sin(5x)-7,$
$xe^{8x}+2e^{8x}+3x\cos(5x)+7x\sin(5x)-2\cos(5x)+5\sin(5x)+6\}$. Stelle
$f(x)=-4xe^{8x}-2e^{8x}-2x\cos(5x)+4x\sin(5x)+4\cos(5x)+7\sin(5x)+2$ bezüglich $\mathcal{B}$ dar.

Beispiel 4)

Auf dem Vektorraum V aller differenzierbaren Funktionen $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ betrachte die durch $\varphi(f):=6f''+24f'-126f$ definierte Abbildung $\varphi:V\to V$.

a) Zeige, dass φ linear ist.

b) Es sei W_1 der Vektorraum aller Polynome vom Grad ≤ 3. Ist $\varphi:W_1\to W_1$ linear?
Hinweis: Die entscheidende Frage dabei ist, ob für ein $f\in W_1$ auch $\varphi(f)\in W_1$ gilt.

c) Untersuche, ob für $W_2:=\{ce^{5x}:c\in\mathbb{R}\}$ die Abbildung $\varphi:W_2\to W_2$ linear ist.

d) Ist $\varphi:W_3\to W_3$ für $W_3:=\{ce^{2x}\sin(3x):c\in\mathbb{R}\}$ linear?

e) Für $W_4:=\{c_1e^{-4x}\cos(2x)+c_2e^{-4x}\sin(2x):c_1,c_2\in\mathbb{R}\}$ untersuche, ob $\varphi:W_4\to W_4$ linear ist.

Beispiel 5)

Für die Matrix $A:=\begin{pmatrix}8&-4&5&-9\\-6&7&4&-5\\3&5&-3&8\\3&9&6&-6\end{pmatrix}$ berechne die Determinante $\det A$ und die Inverse A^{-1}.