

*Il est peu de notions, en Mathématique, qui soient plus primitives que celle de loi de composition ; N. Bourbaki, Algèbre, chap. 1, Note historique. (p.147)*

---

binäre Operation		Verknüpfung ( <i>composition</i> )
$(G \text{ Menge})$	$\circ : G \times G \rightarrow G$ $(g, g') \mapsto g \circ g'$	( <i>statt</i> $\circ(g, g')$ )

---

Eine **Gruppe** ist eine (nicht-leere) Menge mit einer assoziativen binären Operation mit beidseitig neutralem Element und einem beidseitigen Inversen zu jedem Element.

$G$  ist kommutativ (*abelsch*), wenn die Operation kommutativ ist.

---

$(G, \circ)$ ( $\circ$ eine binäre Operation auf $G$ )		ist eine Gruppe, wenn
(a) $(\forall a, b, c \in G)$	$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$	assoziativ
(b) $(\exists e \in G)$	$(\forall a \in G) e \circ a = a \circ e = a$	$e$ neutral
(c) $(\forall a \in G)$	$(\exists x \in G) a \circ x = x \circ a = e$	$x$ invers zu $a$
(d) $(\forall a, b \in G)$	$a \circ b = b \circ a$	kommutativ

Morphismen (*Kategorie der Gruppen = „Objekte“*)

Homomorphismus	$\varphi : G \rightarrow H$	$(G, \circ), (H, \diamond)$ Gruppen
$(\forall a, b \in G)$	$\varphi(a) \diamond \varphi(b) = \varphi(a \circ b)$	( <i>verträglich</i> )

Isomorphismus = bijektiver Homomorphismus (*gleiche Struktur*)

Endomorphismus := Homomorphismus  $G \rightarrow G$

Automorphismus := Isomorphismus  $G \rightarrow G$

Halbgruppe (*semigroup*) := Menge mit assoziativer Verknüpfung

Monoid := Halbgruppe mit neutralem Element

---

Summe ( <i>kommutativ</i> )	$a + b$	Nullelement 0
	negatives ( <i>entgegengesetztes</i> ) Element $-a$	
Produkt	$ab$	Einselement 1
		inverses Element $a^{-1}$
Ordnung ( <i>einer Gruppe</i> )	$ G  = \sum_{g \in G} 1$	<i>order</i>