

Koordinaten und Basis

Dualraum

endlichdimensionaler Vektorraum V (über K) $\dim V = n$

Basis $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ Basisvektoren $b_i, i = 1, \dots, n$

lineare Abbildung $\varphi : V \rightarrow K$

$$\text{für } V \ni v = \sum_{i=1}^n v_i b_i \text{ gilt} \quad \varphi(v) = \sum_{i=1}^n v_i \varphi(b_i) = \sum_{i=1}^n b_i^*(v) \varphi(b_i)$$

also:

duale Basis $B^* = \{b_1^*, \dots, b_n^*\}$ mit $b_i^*(b_j) = \delta_{ij}$

$$b^* := \begin{pmatrix} b_1^* \\ \vdots \\ b_n^* \end{pmatrix} \quad \text{Spaltenvektor (mit linearen Abbildungen als Elementen!)}$$

(Koordinaten-)Darstellung (bezüglich B bzw. B^*)

$$V^* \ni \varphi = \sum_{i=1}^n a_i b_i^* \leftrightarrow [\varphi]_{B^*} := (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n) \in M_{1,n}$$

Zeilenvektor

$$\leftrightarrow (\varphi)_{B^*} := (a_1, a_2, \dots, a_n) \in K^n$$

Es ist: $\varphi = [\varphi]_{B^*} \cdot b^*$ und $\varphi(v) = [\varphi]_{B^*} \cdot [v]_B$