$V = \mathbb{R}^2$ (kartesische) Koordinaten-Ebene *(Cartesian plane)*
$\leftrightarrow$ euklidische Ebene *(Euclidean plane)* $\mathbb{E}^2$
$V = \mathbb{R}^n$ n-dimensionaler Raum
(n-dimensional space, n-space) $\mathbb{E}^n$
$v \in V$ *(oder* $\{v\}$ *)* Vektor $\leftrightarrow$ Punkt *(point)* $P \in \mathcal{P}$
$V_1 + v_0$ affiner 1-dimensionaler Teilraum
$(\dim V_1 = 1)$ $\leftrightarrow$ Gerade *(straight line)* $g \in \mathcal{G}$
$V_2 + v_0$ affiner 2-dimensionaler Teilraum
$(\dim V_2 = 2)$ $\leftrightarrow$ Ebene *(plane)*
$V_{n-1} + v_0$ affiner $(n-1)$-dimensionaler Teilraum
$(\dim V_{n-1} = n-1)$ $\leftrightarrow$ Hyperebene *(hyperplane)*
$v \mapsto Av + a_0$ affine lineare Abbildung
$(\det A \neq 0)$ $\leftrightarrow$ Kollineation
$P \in g \ \rightarrow \ P \in g$

Ebene *(dabei)* Transformation *(der Ebene)*:
(ähnlich im Raum bijektiv *(one-to-one)* $\alpha : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}\mathcal{G} - > \mathcal{G}$;
bzw. $\mathbb{E}^d$*)* $P \mapsto \alpha P \coloneqq \alpha(P)$ und $g \mapsto \alpha g \coloneqq \alpha(g)$
Produkt $\alpha\beta \coloneqq \alpha \circ \beta : P \mapsto \alpha(\beta(P))$
Zusammensetzung *(composition)*

$(A^t = A^{-1}) = E$ Isometrie (orthonormale Abbildung)
$\Rightarrow$ $\det A = \pm 1$ $\leftrightarrow$ $(ebene) Bewegung, Kongruenzabbildung$
$(\det A = 1, A \neq E, a_0 \neq \mathrm{o})$ $\leftrightarrow$ Drehung *(um Fixpunkt)*
$(A = E)$ $\leftrightarrow$ Parallelverschiebung, Translation
kein Fixpunkt *(fixed point)*
Büschel aus parallelen Fixgeraden *(fixed lines)*
$(A = -E)$ $\leftrightarrow$ Punktspiegelung *(half turn)* (um $M = v_0/2$)
Fixpunkt M und Büschel von Fixgeraden durch M
$(\det A = -1)$ $\leftrightarrow$ Spiegelung an *(reflection in)* g
Gerade aus Fixpunkten, Büschel von parallelen Fixgeraden
(oder Spezialfall) $\leftrightarrow$ Gleitspiegelung
Fixgerade

(Eigenschaften) *(Axiome)*

v, w Durch zwei Punkte P, Q

$v + \langle w - v \rangle$ gibt es (genau) eine Gerade. $(\exists g)\ P \in g, Q \in g$

$v_0 + V_1, w_0 + W_1$ g, h

Zwei (verschiedene) Gerade in einer Ebene haben

$V_1 \neq W_1$ *entweder* (genau) einen Schnittpunkt, $P \in g$

$v_0 \neq w_0, V_1 = W_1$ *oder* sie sind parallel. $g \parallel h$

Zu jeder Geraden g und jedem Punkt P (nicht auf g)

gibt es (genau) eine Parallele zu g durch P

$v_i \in \mathbb{R}^d$ $(i = 0, \cdots, n)$ $P_i \in \mathbb{E}^d$

(Definition) $n + 1$ Punkte im d-dimensionalen Raum sind

in allgemeiner Lage, wenn sie

einen affinen Teilraum der Dimension d aufspannen.

$v_i - v_0, i = 1, \cdots, n$ *sind linear unabhängig*

Zweimal $(d + 1)$ Punkte $P_i, Q_i \in \mathbb{E}^d$ $(i = 0, \cdots, d)$

(in allgemeiner Lage) bestimmen eindeutig

eine affine Abbildung α (des d-dimensionalen Raumes)

mit $\alpha(P_i) = Q_i$ $(i = 0, \cdots, d)$

(Raum) windschiefe Gerade

$:\Leftrightarrow$ kein Schnittpunkt, nicht parallel

$P \in g, Q \in h$ Der Abstand von P und Q ist minimal

genau dann, wenn PQ normal auf g und h ist.