

Wegen der Vielseitigkeit der Geometrie und ihrer Beziehungen zu den verschiedensten Zweigen der Mathematik gewinnen wir auf diesem Wege auch einen Überblick über die Mathematik überhaupt und einen Eindruck von der Fülle ihrer Probleme und dem in ihr enthaltenen Reichtum an Gedanken.

D. Hilbert und S. Cohn-Vossen  
*Anschauliche Geometrie. Berlin 1932*

Die Parallelprojektion  $\pi(P)$  (parallel zu  $g$ )  $P, g, \varepsilon$   
 eines Punktes  $P$  auf die Ebene  $\varepsilon$  ist  $h : P \subset h, h \parallel g$   
 der Schnittpunkt der Parallelen zu  $g$  durch  $P$  mit  $\varepsilon$ .  $\pi(P) := h \cap \varepsilon$   
*Es gilt:*  $\pi^2 = \pi$  und  $P \subset \varepsilon \Rightarrow \pi(P) = P, \pi^{-1}(P) \parallel g$   
 (*Strahlensatz*  $\Rightarrow$ ) Teilungsverhältnis ist invariant

$\lambda v_1 + (1 - \lambda)v_2$  die von  $P_1$  und  $P_2$  aufgespannte Gerade  
 $\sum \lambda_i v_i, \sum \lambda_i = 1$  der von  $P_i$  aufgespannte affine Teilraum  
 (zusätzlich)  $\lambda_i \geq 0$  die konvexe Hülle der  $P_i$   
 $\lambda_i$  sind die Schwerpunktkoordination (*barycentric coordinates*)  
 $v \mapsto Av + a_0$  (*Linearität*)  $\Rightarrow$  Schwerpunktkoordinaten invariant

Jede affine Abbildung

zwischen  $n$ -dimensionalen Teilräumen des  $E^d$  ist

Produkt von (höchstens)  $n + 1$  Parallelprojektionen.

$\alpha(P_i) = Q_i$  ( $i = 0, \dots, n$ ) *induktive Konstruktion:*  
 wähle  $\pi_0$  mit:  $\pi_0(P_0) = Q_0$   
 wähle  $\pi_1$   $\pi_1(\pi_0(P_1)) = Q_1$   
 wähle  $\pi_n$   $\pi_n(\pi_{n-1} \cdots \pi_0(P_n)) = Q_n$   
 (*Invarianz der Schwerpunktkoordinaten*  $\Rightarrow$  *Eindeutigkeit!*)