$\mathbb{R}^1$ affine Gerade $\mathbb{E}^1$

$(x_1) \in \mathbb{R}^1$ Punkt $[1, x_1] = \{(\lambda, \lambda x_1), \lambda \neq 0\}$

∞ Fernpunkt $[0, 1] = \{(0, \lambda), \lambda \neq 0\}$

$\mathbb{R}^1 \cup \infty$ projektive Gerade $\mathbb{P}^1$ $\{[v_0, v_1]\}$

(mit $v \sim \lambda v$) $= (\mathbb{R}^2 \setminus \{0\})/\sim$

oder: eindimensionale Teilräume $= \{\langle v \rangle, v \neq 0\}$

$\mathbb{R}^2$ affine Ebene $\mathbb{E}^2$

$(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ (eigentlicher) Punkt $[1, x_1, x_2]$

$= \{(\lambda, \lambda x_1, \lambda x_2), \lambda \neq 0\}$

$a_1 x_1 + a_2 x_2 = b$ Gerade $a_1 x_1 + a_2 x_2 = b \cdot 1 \mid \cdot \lambda$

projektive Gerade $a_0 v_0 + a_1 v_1 + a_2 v_2 = 0$

Fernpunkt in Richtung $x = (x_1, x_2)$ $\lim_{\lambda \to 0} [\lambda, x_1, x_2] = [0, x_1, x_2]$

Ferngerade $\{[0, x_1, x_2]\}$, $(x_1, x_2) \neq (0, 0)$

$\mathbb{R}^2 \cup \{\infty_x,\ x \neq (0, 0)\}$ projektive Ebene $\mathbb{P}^2$ $\{[v_0, v_1, v_2]\}$

(mit $v \sim \lambda v$) $= (\mathbb{R}^3 \setminus \{0\})/\sim$

oder: eindimensionale Teilräume $= \{\langle v \rangle, v \neq 0\}$

Gerade in $\mathbb{P}^2$ *(durch $[v]$ und $[w]$)*

Geradenbüschel (in $\mathbb{R}^3$): $\{[\lambda v + \mu w]\}$

oder: zweidimensionaler Teilraum $\langle v, w \rangle = \{\lambda v + \mu w\}$

(allgemein:) der d-dimensionale projektive Raum $\mathbb{P}^d$

$\mathbb{P}^d := (\mathbb{R}^{d+1} \setminus \{0\})/\sim$ *mit $v \sim \lambda v$*

oder: $\mathbb{P}^d = \{V \subset \mathbb{R}^{d+1}, \dim V = 1\}$

$(x_i) \in \mathbb{R}^d$ affine Koordinaten von $x \in \mathbb{E}^d$ $\leftrightarrow$ $[1, x_i]$

projektive Koordinaten von $v \in \mathbb{P}^d$ $[v_0, v_i]$

projektive Gerade $\leftrightarrow$ zweidimensionaler Teilraum von $\mathbb{R}^{d+1}$

projektiver n-dimensionaler Teilraum

$\leftrightarrow$ $(n+1)$-dimensionaler Teilraum von $\mathbb{R}^{d+1}$