1 Gleichung *(n Unbekannte)* $k = 1, \ldots, n$

$(1 \times n)$ Zeilenvektor $a = (a_k)$

$(n \times 1)$ Spaltenvektor $x = (x_k)$

$ax = 0$ $a_1 x_1 + \cdots a_n x_n = 0$ homogen

Lösungen $\leftrightarrow$ (Hyper-)Ebene durch Koordinatenursprung, normal zu a

$ax = b$ $a_1 x_1 + \cdots a_n x_n = b \neq 0$ inhomogen

Lösungen $\leftrightarrow$ (Hyper-)Ebene, normal zu a

---

m Gleichungen *(n Unbekannte)* $i = 1, \ldots, m$

$(m \times n)$ Matrix $A = (a_i) = (a_{ik})$ (aus i Zeilenvektoren)

$Ax = b$ Spaltenvektor $b = (b_i)$

wenn $Ax = b$ und $Ax' = b$

dann $A(x - x') = 0$ (und umgekehrt),

also $x = x' + y$ (allgemeine) Lösung

wo $y = (x - x')$ (allgemeine) Lösung des homogenen Systems: $Ay = 0$

und x' (spezielle) Lösung des inhomogenen System: $Ax' = b$

Lösungen $\leftrightarrow$ Schnitt von m (Hyper-)Ebenen

durch Ursprung (homogenes System) bzw.

durch Ursprung verschoben um einen (beliebigen) Lösungsvektor

---

ist $a_{i_0} = \sum_{i \neq i_0} \lambda_i a_i$ *(Zeilenoperation)*

so ist die Gleichung i_0 abhängig von den anderen

1. Fall: $b_{i_0} = \sum_{i \neq i_0} \lambda_i b_i$ die Gleichung ist redundant

z.B. 3 Ebenen durch 1 Gerade

2. Fall: $b_{i_0} \neq \sum_{i \neq i_0} \lambda_i b_i$ Widerspruch, System nicht lösbar

z.B. je 2 Ebenen durch 2 windschiefe Gerade

(die Seiten(-ebenen) eines Tetraeders)

z.B. die 3 Seiten(-ebenen) eines dreiseitigen Prismas

Rang r $\leftrightarrow$ Anzahl der wesentlichen Gleichungen $r \leq n, m$

$n - r$ Dimension des Lösungsraumes $\leftrightarrow$ Anzahl der freien Parameter

$r = n$ 1 Lösung (Punkt) *(0 Parameter)*

$m - r = 1$ Schnitt in einer Geraden *(1 Parameter)*

$m - r = 2$ Schnitt in einer Ebene *(2 Parameter)*