

Zur Wiederholung und als Ausblick:

(16) (*lineare Funktionen*)

Es seien $v_1 = (3, 2)$, $v_2 = (2, -1)$ Vektoren im \mathbb{R}^2 . Durch $\phi(v_1) = 2$ und $\phi(v_2) = 3$, sowie durch $L(v_1) = (1, 2)$ und $L(v_2) = (3, -1)$ seien eine lineare Abbildung ϕ und ein linearer Operator L definiert. Ferner sei mit $B = \{(1, 1), (1, -1)\}$ eine weitere Basis gegeben.

(a) Stelle ϕ und L bezüglich der Standardbasis dar.

(b) Stelle ϕ und L bezüglich B dar.

(c) Ermittle eine Matrizenformel zur Umrechnung von Koordinaten bezüglich v_1, v_2 auf Koordinaten bezüglich B .

(d) Erprobe diese Formel an (b).

(17) (*Lineare Operatoren*)

Es sei P_2 der Vektorraum aller Polynomfunktionen bis zum Grad 2 auf dem Intervall $[1, -1]$.

(a) Zeige: Die durch $p_0(x) = 1$, $p_1(x) = x$ und $p_2(x) = x^2$ definierten Funktionen bilden eine Basis von P_2 .

(b) Zeige: Die durch $D(f) := f'$ (Ableitung) wird auf P_2 definierte Abbildung ist linear.

(c) Ermittle die Darstellung von D bezüglich der Basis aus (a).

(d) Ermittle Eigenwerte und Eigenvektoren von D .

Eventuell folgen noch weitere Aufgaben!