

Zur Wiederholung und als Ausblick:

(16) (*lineare Funktionen*)

Es seien  $v_1 = (3, 2)$ ,  $v_2 = (2, -1)$  Vektoren im  $\mathbb{R}^2$ . Durch  $\phi(v_1) = 2$  und  $\phi(v_2) = 3$ , sowie durch  $L(v_1) = (1, 2)$  und  $L(v_2) = (3, -1)$  seien eine lineare Abbildung  $\phi$  und ein linearer Operator  $L$  definiert. Ferner sei mit  $B = \{(1, 1), (1, -1)\}$  eine weitere Basis gegeben.

(a) Stelle  $\phi$  und  $L$  bezüglich der Standardbasis dar.

(b) Stelle  $\phi$  und  $L$  bezüglich  $B$  dar.

(c) Ermittle eine Matrizenformel zur Umrechnung von Koordinaten bezüglich  $v_1, v_2$  auf Koordinaten bezüglich  $B$ .

(d) Erprobe diese Formel an (b).

(17) (*Lineare Operatoren*)

Es sei  $P_2$  der Vektorraum aller Polynomfunktionen bis zum Grad 2 auf dem Intervall  $[1, -1]$ .

(a) Zeige: Die durch  $p_0(x) = 1$ ,  $p_1(x) = x$  und  $p_2(x) = x^2$  definierten Funktionen bilden eine Basis von  $P_2$ .

(b) Zeige: Die durch  $D(f) := f'$  (Ableitung) wird auf  $P_2$  definierte Abbildung ist linear.

(c) Ermittle die Darstellung von  $D$  bezüglich der Basis aus (a).

(d) Ermittle Eigenwerte und Eigenvektoren von  $D$ .

Eventuell folgen noch weitere Aufgaben!