

	$\varphi : G \rightarrow H$	Homomorphismus
	$\ker \varphi := \varphi^{-1}\{e\}$	Kern von φ kernel
	$\ker \varphi \triangleleft G$	Normalteiler
	$a \equiv b \pmod{\ker \varphi} \Leftrightarrow \varphi(ab^{-1}) = e$	Kongruenz
	$\pi : G \rightarrow G/\ker \varphi$ $a \mapsto a \ker \varphi$	Projektion (surjektiv)
	$\iota : G/\ker \varphi \rightarrow H$ $a \ker \varphi \mapsto \varphi(a \ker \varphi) = \varphi(a)$	Injektion (Einbettung)
	$\iota = \bar{\varphi} : G/\varphi = \bar{G} \rightarrow H$ $\bar{a} \mapsto \varphi(\bar{a}) = \varphi(a)$	(Restklassen)
	$G/\ker \varphi \cong \varphi(G) < H$	

Homomorphiesatz

(kanonische Zerlegung)

$$\begin{array}{ccc} G & & \\ \downarrow & \searrow & \\ G/\ker \varphi & \rightarrow & H \end{array} \quad \varphi = \iota \circ \pi$$

Beispiel

$$\begin{array}{ll} \varphi : V \rightarrow \mathbb{R} & \text{(lineare Abbildung)} \\ W = \ker \varphi & \text{Teilraum} \\ \dim V/W = \dim \varphi(V) & \text{Rang von} \end{array}$$

Beispiel

$$\begin{array}{ll} \pi : V \rightarrow V & \text{(Projektion)} \\ V = \ker \pi \oplus \pi(V) & \\ \pi(V) \cong V/\ker \pi & \end{array}$$

Beispiel

$$\begin{array}{ll} R : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} & \text{Rest (remainder)} \\ n \mapsto \bar{n} \pmod{m} & \\ \ker R = R^{-1}\{0\} = m\mathbb{Z} & \\ \mathbb{Z}/\ker R = \{\bar{r} = m\mathbb{Z} + r\} = \mathbb{Z}_m & \text{(Restklassen)} \\ \pi(n) = m\mathbb{Z} + r = \bar{r} & (n = km + r) \\ \iota(m\mathbb{Z} + r) = \iota(\bar{r}) = r & \end{array}$$

also

$$R = \iota \circ \pi$$