Heute versteht man unter einer Geometrie ein (formales) System von „Dingen und Relationen“, das für die Beschreibung des (physikalischen) Raumes geeignet ist oder doch als Verallgemeinerung eines solchen Systems verstanden werden kann.
Herbert Meschkowski, Mathematisches Begriffswörterbuch. 1965.

---

drei Punkte mindestens *(in allgemeiner Lage)* *vier Punkte*

$$P, Q,\ P \neq Q \ \Rightarrow\ g \text{ (eindeutig) mit } P \in g, Q \in g$$

$g,\ P \notin g \ \Rightarrow\ h$ *(eindeutig) mit* $h \parallel g$

$g, h,\ g \neq h \ \Rightarrow\ P$ *(eindeutig) mit* $P \in g, P \in h$

---

4 Punkte:	kleinste Ebene	*7 Punkte:*
P, Q, R, S		P, Q, R, S, X, Y, Z
6 Gerade mit je 2 Punkten:		*7 Gerade mit je 3 Punkten:*
PQ, RS		PQX, RSX
PR, QS		PRY, QSY
PS, QR		PSZ, QRZ
	(Ferngerade)	XYZ

3 Gerade durch jeden Punkt

$PQ = RS,\ PR = QS,\ PS = QR$ *(3 Richtungen)* $\leftrightarrow$

$\leftrightarrow$ *(3 Fernpunkte)* X, Y, Z

= affine Ebene *über* $\mathbb{Z}_2$ = projektive Ebene

---

affin	endliche (Inzidenz-)Ebene *(Ordnung k)*	*projektiv*
k	*Punkte je Gerade*	$k+1$
$k+1$	*Gerade durch jeden Punkt*	$k+1$
k^2	*Punkte*	k^2+k+1
$k(k+1)$	*Gerade*	k^2+k+1

Frage: Welche Ordnung ist möglich?

---

affiner Raum K^d	über Körper K	projektiver Raum $\mathcal{P}^d(K)$
Ordnung p	*z.B.* $K = \mathbb{Z}_p$ (p prim)	*(Charakteristik p)*
Ordnung p^s	*allgemeiner:* K endlicher Körper	$\lvert K\rvert = p^s$

Anwendung: Codierungstheorie