

# Algebra für Lehramtskandidaten

SS 2005 Peter Schmitt

Aufgaben für den 7. bzw. 8. März

*Beachte:* Aufgaben mit Stern (\*) sind nur Beispiele für einen Aufgabentypus. Es wird erwartet, daß sie auch mit veränderten Angaben gelöst werden können.

## Permutationen

(1\*) (*Zyklenschreibweise*)

(a) Schreibe mit elementfremden Zyklen:  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 7 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

(b) Schreibe ausführlich:  $\sigma_2 = (96)(2358)(47)$

(2\*) (*Produkt*)

Berechne (a)  $\sigma_1 \circ \sigma_2$  (b)  $\sigma_2 \circ \sigma_1$  (c)  $\sigma_1 \circ \sigma_1$  (d)  $\sigma_2 \circ \sigma_2$

(3\*) (*Matrizendarstellung*)

Berechne die Potenzen von  $(124)(35)$  mittels Matrizen.

(4) (*Transpositionen*)

Berechne (a)  $(12)(13) \cdots (1n)$  und (b)  $(12)(23)(34) \cdots (n-1 n)$

(5) (*ebene Spiegelung*)

Welche Permutation der (a) Ecken und (b) Seiten bewirkt die Spiegelung eines regelmäßigen Fünfecks an einer seiner Achsen?

(6) (*Drehung im Raum*)

Welche Permutation der (a) Ecken, (b) Kanten und (c) Seiten bewirkt die Drehung (um 120 Grad) eines Würfels um seine Raumdiagonale?

(7) (*Mischen*)

Ein Stapel von fünf Euromünzen besteht aus (von oben) Münzen aus Österreich, Deutschland, Italien, Frankreich und Spanien. Dieser Stapel wird durch dreimalige Wiederholung des folgenden Vorgangs gemischt: Die oberste Münze wird danebengelegt, dann werden die beiden nächsten Münzen (gemeinsam) daraufgelegt, schließlich werden die beiden restlichen Münzen (gemeinsam) daraufgelegt. Welche Reihenfolge entsteht?

## Teilbarkeit

(8\*) (*Teiler*)

Bestimme Anzahl und Summe der Teiler für (a) 100 (b) 220 (c) 284 (d) 496.

(9\*) (*Primzahlzerlegung*)

Bestimme  $(a, b)$  und  $[a, b]$  für (a) 83224 und 116655 und für (b) 2431 und 3059.

(10\*) (*Euklidischer Algorithmus*)

Bestimme  $(a, b)$ ,  $[a, b]$  und eine Darstellung  $(a, b) = \lambda a + \mu b$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{Z}$ ) für (a) 83224 und 116655 und für (b) 2431 und 3059.