Algebra für Lehramtskandidaten

SS 2005 Peter Schmitt

Aufgaben für den 14. bzw. 15. März

Beachte: Aufgaben mit Stern (*) sind nur Beispiele für einen Aufgabentypus. Es wird erwartet, daß sie auch mit veränderten Angaben gelöst werden können.

Teilbarkeit

- (8^*) (Teiler) Bestimme Anzahl und Summe der Teiler für (a) 100 (b) 220 (c) 284 (d) 496.
- (9*) (Primzahlzerlegung)Bestimme (a, b) und [a, b] für (a) 83224 und 116655 und für (b) 2431 und 3059.
- (10*) (Euklidischer Algorithmus) Bestimme (a,b), [a,b] und eine Darstellung $(a,b) = \lambda a + \mu b \ (\lambda, \mu \in \mathbb{Z})$ für (a) 83224 und 116655 und für (b) 2431 und 3059.
- (11) (Primzahlen)Ermittle die Primteiler von (a) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1$ und (b) 7! + 1
- (11) (Teilersumme) Berechne die Summe der Teiler für beliebige Primzahlpotenzen p^k .
- (12) (Teilersumme)
 Berechne die Summe der Teiler für beliebige natürliche Zahlen n.
 (Induktion nach der Zahl verschiedener Primteiler.)
- (13*) (Rechnen modulo m) Berechne (a) $1 + 2 + \cdots + 100 \mod 11$, (b) 9! mod 13, (c) $5^{10} \mod 17$.
- (14*) (Restklassen)
 Bestimme wenn möglich die inverse Restklasse zu
 (a) 5 mod 11, (b) 37 mod 47, (c) 35 mod 60, (d) 37 mod 60.
- (15) (Teilbarkeitsregel)

 Zeige: Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 bzw. 9 teilbar,
 wenn die Ziffernsumme durch 3 bzw. 9 teilbar ist.
- (16) (Teilbarkeitsregel)
 Wie sieht eine zu (15) analoge Regel für Teilbarkeit durch 11 aus?
- (17) (Inkommensurabilität)

 Zeige anhand der folgenden Skizze, daß beim Quadrat
 das Verhältnis der Kanten- zur Seitenlänge nicht rational ist.

