

This version: April 28, 2010

An experimental grammar for German mathematical text

**Peter Schodl
Arnold Neumaier**

*Fakultät für Mathematik, Universität Wien
Nordbergstr. 15, A-1090 Wien, Austria
email: Peter.Schodl@univie.ac.at
email: Arnold.Neumaier@univie.ac.at
WWW: <http://www.mat.univie.ac.at/~neum/>*

Abstract

This is a report on work in progress, for the FMathL project. It describes a preliminary grammar designed for ultimately parsing the German language lecture notes on analysis and linear algebra by the second author. The report will be updated from time to time. The most recent version of this paper is always available at <http://www.mat.univie.ac.at/~neum/FMathL.html#ALA>.

Contents

I	Overview	3
1	Introduction	3
2	Morphology	4
3	Syntax	9
II	The lexicon	9
4	Word lexicon	9
5	Endings lexicon	22
6	Phrase lexicon	22
III	The grammar	23
7	Lexical productions	23
8	Global productions	25
9	Definition productions	26
10	Statement productions	26
11	Proof productions	26
IV	Bibliography	27

Part I

Overview

1 Introduction

This is a report on work in progress, for the FMathL project. It describes a preliminary grammar designed for ultimately parsing the German language lecture notes on analysis and linear algebra by the second author. The report will be updated from time to time. The most recent version of this paper is always available at [2].

We give a preliminary grammar in Backus-Naur-form (BNF) of a language that should, after further development, allow to parse mathematics close to natural language. For a definition of the Backus-Naur-form, see COHEN [3].

Our goal was to be able to make sense out of mathematical text given as a \LaTeX -file, at first without considering formulas in the text. We emphasize that we are interested in *mathematical* text which essentially represents the logical relations between well-defined mathematical objects. Hence the language is much smaller and simpler than general natural language. We do not need to understand metaphors, jokes etc., or talk about the language itself – some of the things that make general natural language so hard to understand for machines.

Since the language of this grammar is restricted, but still sounds like natural language, it is a special case of a **controlled natural language** (CNL). There already exist several controlled natural languages, e.g., the ATTEMPTO project [8] at the University of Zürich, which does not have a specific mathematical emphasis. Another CNL with a strong emphasis on proof checking is used by the NAPROCHE project [6] at the University of Bonn.

More specifically, our grammar is designed to parse one specific text, and will be tested and optimized for this text. The text under consideration is a set of lecture notes in German on a beginner's course on analysis and linear algebra by NEUMAIER [1], about 450 pages in length. We chose this text because it starts with higher mathematics from scratch, hence almost everything is explicitly defined, and due to its length it should provide a rather expressive grammar that contains a wide variety of basic constructions of mathematical language.

As a reasonable compromise between flexibility and accurateness, we selected a grammar intended to be unambiguous concerning the logical relation represented by each production, i.e., two sentences with different logical structure will not be parsed by the same production. A complete list of the productions and their interpretations, where already rendered, is given in Part III.

The text to be parsed is assumed to be already divided into sentences, for which the environment is known, i.e., we parse sentences which are known to be either sentences in a theorem, a definition, a proof, comment etc. Everything in a \LaTeX formula or display environment is replaced by the string `FORMULA` and `DISPLAY` respectively, its contents is saved for separate analysis. Similarly, we replaced arbitrary references by `REF` and ellipsis by `DOTS`. We made further simplifications: all German umlauts have been replaced by their ASCII-equivalent. At present, we do not distinguish between upper and lower case letters, hence every sentence is converted to lower case. The list of resulting **ALA-sentences** is available at [2].

Parsing an ALA-sentence is done in three steps: Beginning on the word-level, the grammar produces different grammatical forms from words in the **lexicon**, i.e., a database of words

together with the information, to which category it belongs. These productions are called the **morphology**. The lexicon consists of the **word lexicon**, containing 1746 plain words, the **phrase lexicon**, containing 36 phrases, and the **ending lexicon**, which contains 45 endings for inflections. The entries of the lexicon are given in Part II.

For example, the morphology produces the words **negative**, **negatives**, **negativer** etc. from the word lexicon-entry **negativ** and the endings lexicon entries **e**, **es** and **er** respectively. Then, phrases are produced by the grammar, for example **vektorraum** produces **der vektorraum**, **beueglich vektorraum FORMULA**, **vektorraum ueber FORMULA** etc. In the last step, phrases are combined to sentences, e.g., the phrases **fuer FORMULA gilt FORMULA** and **also ist FORMULA eine gruppe** are combined to the sentence **fuer FORMULA gilt FORMULA also ist FORMULA eine gruppe**.

Mathematical notions are replaced by **categories**, i.e., a token that indicates a set of words with similar meaning. Categories are printed in the grammar as words prefixed with single or double quotes. For example **also**, **daher**, **deswegen** etc. which all stand for an implication and are found in the category **"hence**.

Acknowledgements. Supported by the Austrian Science Fund (FWF) under contract number P20631 is gratefully acknowledged.

2 Morphology

This section treats the way our grammar produces the grammatical forms out of some root-form of a word. Ultimately, the Grammatical Framework (GF) [5], a project at the University of Göteborg, will take care of this task. The Grammatical Framework is multi-lingual, see e.g., ANGELOV [9].

At the moment, we approximate a fully developed morphological analysis by a small **morphological grammar**. This is a first-stage grammar independent of the main grammar. The morphologic grammar has its own categories, all beginning with a single quotation mark. A complete list of these categories is given in Table 1.

The morphologic grammar allows to inflect words, but also to combine words, e.g. **funktionen** and **raum** can be combined to **funktionenraum**. Furthermore, it can produce variants of a word, e.g., from **definit** it can produce the words **indefinit**, **semidefinit** etc. Note that the morphological grammar is quite liberal, i.e., it is intended to recognize a *superset* of the set of words in ALA, and generates many words that would not be proper German.

The morphological grammar only concatenates words without blanks, hence it is guaranteed that no word produced by the morphological grammar contains a blank. Lexicon entries to be added to the list of productions are indicated by **&words** (for entries in the word lexicon) and **&endings** (for entries in the ending lexicon).

The current morphological grammar is as follows. (As usual, a pipe | separates alternatives for a nonterminal to be replaced.)

Productions for 'o (object, either 'do or 'udo)

'o = 'do | 'udo | 'n'o | 'o'o | 'p'o | 'o-'o | 'o'op | 'p'pt | 'v-'o
 | 'o'op'o

Category	Description
'o	object, either 'do or 'udo
'n	name modifiers
'art	articles
'p	property (distinct, unique, semidefinite, ...)
'pam	prefixes for 'am
'aa	actions that algorithms (“we”) take (multiply, cancel, reorder, ...)
'am	actions that objects take (converge, contradict, exist, ...)
'qt	quantification (some, any, n , ...)
'rg	reference outside the context
'nm	non-mathematical words
'ad	endings for 'art
'amt	ending for the use of an action as property
'ap	endings for plural forms of 'am and 'aa
'because	variations of “because”
'but	variations of “but”
'dash	dashes
'dir	directions
'dird	endings for 'dir
'do	defined object (mapping, root, approximation, ...)
'dots	ellipses
'f	formula
'fd	formula designator (equation, equality, expression, ...)
'follows	variations of “follows”
'hence	variations of “hence”
'if	variations of “if”
'nr	ordinal numbers
'nt	name termination
'op	endings for plural forms of 'do and 'udo
'pm	prefixes for 'p
'pp	postfixes for plural forms of 'p
'proofline	one-word proofs (trivial, analogous, ...)
'pt	postfixes for nominal use of 'p
'punct	punctuation
'qd	for inflections of 'qt
'rd	reference designator (theorem, lemma, example, ...)
'rl	reference to something in the same context
'since	variations of “since” or “by”
'suppose	variations of “suppose”
'te	endings for enumerations
'udo	undefined object (property, criterion, concept, ...)
'v	variables

Table 1: Morphological categories

Productions for 'n (name modifiers)

'n = &words | 'n'op | 'n'nt'op

Productions for 'art (articles)

'art = &words | 'art'ad

Productions for 'p (property)

'p = &words | 'p'p | 'n-'p | 'pm'p | 'p'pp | 'v'te | 'am'amt

Productions for 'pam (prefixes for 'am)

'pam = &words

Productions for 'aa (actions that algorithms (“we”) take)

'aa = &words | 'aa'ap | 'pam'aa

Productions for 'am (actions that objects take)

'am = &words | 'am'ap | 'pam'am

Productions for 'qt (quantification)

'qt = &words | 'v | 'qt'qd

Productions for 'rg (reference outside the context)

'rg = &words | 'n'rd | 'o'rd | 'n-'rd | 'o-'rd

Productions for 'nm (non-mathematical words)

'nm =

Productions for 'ad (endings for 'art)

'ad = &endings

Productions for 'amt (ending for the use of an action as property)

'amt = &endings

Productions for 'ap (endings for plural forms of 'am and 'aa)

'ap = &endings

Productions for 'because (variations of “because”)

'because = &words

Productions for 'but (variations of “but”)

'but = &words

Productions for 'dash (dashes)

'dash = &words

Productions for 'dir (directions)

'dir = &words | 'dir'dird

Productions for 'dird (endings for 'dir)

'dird = &words

Productions for 'do (defined object)

'do = &words | 'do'op

Productions for 'dots (ellipsis)

'dots = &words

Productions for 'f (formula)

'f = &words

Productions for 'fd (formula designator)

'fd = &words

Productions for 'follows (variations of “follows”)

'follows = &words

Productions for 'hence (variations of “hence”)

'hence = &words

Productions for 'if (variations of “if”)

'if = &words

Productions for 'nr (ordinal numbers)

'nr = &words

Productions for 'nt (name termination)

'nt = &words

Productions for 'op (endings for plural forms of 'do and 'udo)

'op = &endings

Productions for 'pm (prefixes for 'p)

'pm = &words

Productions for 'pp (postfixes for plural forms of 'p)

'pp = &endings

Productions for 'proofline (one-word proofs)

'proofline = &words

Productions for 'pt (postfixes for nominal use of 'p)

'pt = &words

Productions for 'punct (punctuation)

'punct = &words

Productions for 'qd (for inflections of 'qt)

'qd = &endings

Productions for 'rd (reference designator)

'rd = &words

Productions for 'rl (reference to something in the same context)

'rl = &words

Productions for 'since (variations of "since" or "by")

'since = &words

Productions for 'suppose (variations of “suppose”)

'suppose = &words

Productions for 'te (endings for enumerations)

'te = &endings

Productions for 'udo (undefined object)

'udo = &words | 'udo'op

Productions for 'v (variables)

'v = &words

3 Syntax

Now we are able to produce a wide variety of words in the first-stage grammar. But to gain more flexibility, we want to allow also groups of words to be of the same category, i.e., we firstly want to allow a phrase like *es folgt* to be in the same category as *folglich*, and secondly we want a words, that together make up the same kind of grammatical object as a single word, to be in the same category. For example, *nicht stetig* and *stetig* are both properties. We call these categories **lexical categories**, and they are given in Table 2. All lexical categories begin with a double quotation mark. Lexicon entries to be added to the list of phrases are indicated by **&phrases** (for entries in the phrases lexicon).

As a last step is to put these phrases together to sentences, for example a definition is made up from a phrase that introduce a name to be defined, and a second phrase that actually gives the definition. For example, to parse the sentence *Wir nennen A positiv definit, wenn FORMULA gilt*, we could replace the part preceding the comma by *A heisst positiv definit*, without altering the meaning. Hence we introduced a category for those parts of a sentence. We did similar things for sentences which express an implication, an equivalence, etc. The productions on the sentence-level deal with the **syntactical categories**, given in Table 3.

The grammar has 135 productions, given in Part III. On the other hand, we do *not* use the traditional grammatical categories (verb, noun, etc.).

Part II

The lexicon

4 Word lexicon

'sche: 'nt	-: 'dash	---: 'dash
,: 'punct	--: 'dash	.: 'punct

Category	Description
"aa	actions that algorithms (“we”) take (multiply, cancel, reorder, ...)
"am	actions that objects take (converge, contradict, exist, ...)
"but	variations of “but”
"dir	direction (left, above, ...)
"f	formula
"follows	variations of “follows”
"hence	variations of “hence”
"if	variations of “if”
"n	name modifiers (hesse-, principal-, eigen-, ...)
"o	objects
"p	property (distinct, unique, semidefinite, ...)
"ql	qualification of 'am and 'p (in point, relative to, ...)
"qt	quantification (some, any, n , ...)
"r	reference
"rg	reference outside the context
"rl	reference to something in the same context
"since	variations of “since” or “by”
"suppose	variations of “suppose”
"v	variable

Table 2: Lexical categories

Category	Description
"sentence	complete sentence
"context	a sentence that establishes some context
"equileft	the first part of an equivalence
"equiright	the second part of an equivalence
"implicleft	the first part of an implication
"implicright	the second part of an implication
"defcomment	some comment to a definition
"def1left	the first part of a definition of type 1
"def1right	the second part of a definition of type 1
"def2left	the first part of a definition of type 2
"def2right	the second part of a definition of type 2
"defsentence	a sentence that defines something
"statement	statement
"statementadd	some additional information to a statement
"proofline	a sentence in a proof
"prooflineadd	some additional information to a sentence in a proof

Table 3: Syntactical categories

::	'punct	abwechselnd:	'p	angegeben:	'p
;	'punct	abweichung:	'do	angemessen:	'p
DISPLAY:	'f	abzaehlbare:	'p	angenommen:	'if
DOTS:	'dots	abzaehlung:	'do	angenommen:	'suppose
EQN:	'f	abzieh:	'aa	angeordnet:	'p
FORMULA:	'f	achse:	'do	angewandt:	'p
FORMULA:	'v	addier:	'aa	angibt:	'aa
PREFIX:	'v	addition:	'do	annahme:	'rd
REF:	'rg	additionstheorem:	'do	annahmen:	'udo
ab:	'pam	additiv:	'p	annehm:	'am
abaender:	'am	adisch:	'p	annimmt:	'am
abbild:	'do	adjungiert:	'p	anordn:	'aa
abbilde:	'am	adjunkt:	'p	anordnung:	'udo
abbildung:	'do	aehnlich:	'p	anpassung:	'do
abbildungsgrad:	'do	aender:	'am	anregung:	'do
abbrech:	'am	aequidistant:	'p	ansatz:	'udo
abbruch:	'udo	aequivalent:	'p	anschliessend:	'p
abdivision:	'do	aequivalenz:	'do	ansteig:	'am
abelsch:	'p	aeusser:	'p	anstieg:	'do
aber:	'but	aeussere:	'p	anteil:	'udo
abgabe:	'udo	affin:	'p	anti:	'pm
abgebildet:	'p	algebra:	'do	antisymmetrie:	'do
abgebrochen:	'p	algebraisch:	'p	anwend:	'aa
abgeleitet:	'p	algebren:	'do	anwendbar:	'p
abgeschaetzt:	'p	all:	'qt	anwendung:	'do
abgeschlossen:	'p	allgemein:	'p	anzahl:	'do
abgeschnitten:	'p	allgemeiner:	'p	approximation:	'do
abhaeng:	'am	allgemeinfall:	'udo	approximier:	'am
abhaengig:	'p	alphabet:	'do	approximierbar:	'p
abkuerzung:	'fd	also:	'follows	arbeit:	'do
ableit:	'aa	also:	'hence	arccos:	'f
ableitung:	'do	alten:	'p	arctan:	'f
abnehm:	'am	alternier:	'am	arcus:	'f
abnehmend:	'p	alternierend:	'p	argument:	'do
abnimmt:	'am	amplitude:	'do	argument:	'udo
abschaetz:	'aa	analog:	'proofline	arithmetisch:	'p
abschaetz:	'am	analog:	'p	art:	'udo
abschaetzung:	'do	analogie:	'udo	assoziativ:	'p
abschaetzung:	'fd	analogon:	'udo	assoziativgesetz:	'rg
abschaetzung:	'rd	analyse:	'do	asymptotisch:	'p
abschluss:	'do	analyse:	'udo	atlanten:	'do
abschwaechung:	'do	analysis:	'do	atlas:	'do
absolut:	'p	analytisch:	'p	auf:	'pam
abstaende:	'do	andere:	'p	auffass:	'aa
abstand:	'do	anders:	'p	aufgabe:	'udo
abstandserhaltend:	'p	anfang:	'do	aufgeschlitzt:	'p
absteigend:	'p	anfangsbedingung:	'do	aufgeschlitzte:	'p
abstieg:	'udo	angabe:	'udo	aufgespannt:	'p
abstrakt:	'p	angeben:	'aa	auflist:	'aa

aufloes: 'aa	axiome: 'rd	beschleunigung: 'do
aufloes: 'am	banach: 'n	beschraenk: 'am
aufloesbar: 'p	banachschen: 'n	beschraenkt: 'p
aufschlitz: 'aa	band: 'do	beschreib: 'am
aufspalt: 'aa	barner: 'n	beschreibbar: 'p
aufspann: 'am	basen: 'do	beschreibend: 'p
aufsteigend: 'p	basis: 'do	beschreibung: 'udo
aufsummier: 'aa	beachte: 'if	beschrieben: 'p
auftret: 'am	beachte: 'suppose	besitz: 'am
auftretend: 'p	bedingt: 'p	besondere: 'p
auftritt: 'am	bedingung: 'do	besonderer: 'p
aus: 'since	bedingung: 'fd	besonders: 'p
ausdehn: 'aa	bedingung: 'rd	besser: 'p
ausdruck: 'do	beend: 'aa	best: 'p
ausdruck: 'udo	befind: 'am	besteh: 'am
ausdruecke: 'do	beginn: 'aa	bestimm: 'aa
auseinander: 'p	begriff: 'udo	bestimmenden: 'p
ausfuehrung: 'udo	behauptet: 'p	bestimmt: 'p
ausgegangen: 'aa	behauptung: 'do	bestimmung: 'udo
ausgeh: 'aa	behauptung: 'rd	betraege: 'do
ausgehend: 'aa	behauptungen: 'do	betrag: 'do
ausgerechnet: 'p	beid: 'qt	betragmaessig: 'p
ausgeschlossen: 'p	beide: 'qt	bewegung: 'do
ausgeschrieben: 'p	beidesmal: 'qt	beweis: 'aa
ausgezeichnet: 'p	beinhalte: 'am	beweis: 'rd
ausklammer: 'aa	beisammen: 'p	beweis: 'udo
auslenkung: 'do	beispiel: 'rd	beweisbar: 'p
ausmultiplizier: 'aa	beispiel: 'udo	beweisend: 'p
ausnahme: 'do	beispielsweise: 'p	bewiesen: 'p
ausrechn: 'aa	beitraeg: 'am	bezeichn: 'aa
ausreich: 'am	beitrag: 'am	bezeichnung: 'udo
ausreichend: 'p	bekannt: 'p	bezieh: 'aa
aussage: 'rd	bekomm: 'aa	beziehung: 'do
aussage: 'udo	bekomm: 'am	beziehung: 'fd
aussagen: 'do	beliebig: 'p	beziehung: 'rd
aussagen: 'udo	bemerkung: 'rd	beziehung: 'udo
ausschliess: 'aa	bemerkungen: 'udo	bezug: 'do
ausschliessendes: 'p	benachbart: 'p	bijektion: 'do
ausschreib: 'aa	benoetig: 'aa	bijektiv: 'p
ausssen: 'p	benoetigt: 'p	bild: 'aa
ausserhalb: 'p	benutz: 'aa	bild: 'am
auswaehl: 'aa	beobachtbare: 'p	bild: 'do
auswert: 'aa	beobachtung: 'udo	bilde: 'aa
auswirk: 'am	berechne: 'am	bilde: 'am
automorphismen: 'do	berechnung: 'udo	bildung: 'do
automorphismus: 'do	bereich: 'do	bildung: 'udo
axiom: 'do	bernoulli: 'n	bilinear: 'p
axiom: 'rd	beruh: 'am	binaer: 'p
axiomatisch: 'p	besag: 'am	binomial: 'p

binomisch: 'p	dass: 'follows	direkt: 'p
bisherige: 'p	dasselbe: 'p	dirichlet: 'n
block: 'do	daten: 'do	disjunkt: 'p
blockdiagonal: 'p	dazuaddier: 'aa	diskret: 'p
bloecke: 'do	def: 'rd	distributionen: 'do
bogen: 'do	defektiv: 'p	distributiv: 'p
bolzano: 'n	definert: 'p	divergent: 'p
borel: 'n	definier: 'am	divergenz: 'do
bosonen: 'n	definiert: 'p	divergier: 'am
bra: 'do	definit: 'p	divergierend: 'p
brauch: 'aa	definition: 'do	dividier: 'aa
brauchbar: 'p	definition: 'rd	dividier: 'am
breitenkreise: 'do	delta: 'do	division: 'do
bricht: 'am	dem: 'art	dominant: 'p
bring: 'aa	dem: 'rl	doppel: 'n
bronstein: 'n	den: 'art	doppeldeutig: 'p
brouwer: 'n	denn: 'because	doppelt: 'p
bruch: 'do	der: 'art	drehung: 'do
buchstabe: 'udo	derartig: 'art	drei: 'qt
cauchy: 'n	derjenig: 'art	dreick: 'do
cavalieri: 'n	derselbe: 'p	dreieck: 'do
cayley: 'n	des: 'art	dreieckig: 'p
charakterisiert: 'p	deshalb: 'hence	dritt: 'p
charakteristisch: 'p	dessen: 'art	dritte: 'nr
cholesky: 'n	deswegen: 'hence	dritten: 'nr
civita: 'n	deswegen: 'rl	dual: 'do
codierung: 'do	det: 'f	duennbesetzt: 'p
cos: 'f	determinante: 'do	durch: 'since
cosinus: 'do	deuteronomium: 'udo	durchgang: 'do
cramer: 'n	dezimal: 'do	durchlaeuf: 'am
d.h.: 'hence	dezimal: 'p	durchlauf: 'am
da: 'because	diagonal: 'p	durchlauf: 'do
dach: 'do	diagonale: 'do	durchschnitt: 'do
dadurch: 'follows	diagonalisierbar: 'p	e: 'dird
daempfung: 'do	diagramm: 'do	ebene: 'do
daher: 'follows	dict: 'p	ebenso: 'proofline
daher: 'hence	dichte: 'do	ebensolche: 'art
damit: 'follows	die: 'art	echt: 'p
damit: 'hence	diejenig: 'art	eck: 'udo
daniell: 'n	dies: 'art	eckig: 'p
dann: 'follows	dies: 'rl	eckpunkt: 'udo
dann: 'hence	diese: 'rl	effekt: 'do
darstell: 'aa	dieselbe: 'p	effekt: 'udo
darstell: 'am	differential: 'do	effizient: 'p
darstellbar: 'p	differenz: 'do	eigen: 'n
darstellung: 'udo	differenzierbar: 'p	eigenschaft: 'fd
das: 'art	dimension: 'do	eigenschaft: 'rd
das: 'rl	dimensional: 'p	eigenschaft: 'udo
dasjenig: 'art	dimensionsformel: 'rg	eigenshaften: 'rd

eigenvektor: 'do	enthaltend: 'p	existier: 'am
eigenwert: 'do	enthielt: 'am	experiment: 'udo
ein: 'art	entlang: 'p	explizit: 'p
ein: 'qt	entropie: 'do	exponent: 'do
einbett: 'aa	entsprech: 'am	exponential: 'n
einbettung: 'do	entsprechend: 'p	exponentiell: 'p
eindeutig: 'p	entspricht: 'am	extrem: 'p
eindimensional: 'p	entsteh: 'am	extremum: 'do
einfach: 'p	entstehend: 'p	extremwert: 'do
einfacher: 'p	entwickel: 'aa	faelle: 'udo
eingebetteten: 'p	entwicklung: 'do	faktor: 'do
eingeschraenkt: 'p	epimorphismus: 'do	faktorisier: 'aa
einheit: 'do	er: 'dird	faktorisieren: 'do
einheit: 'n	erforder: 'am	faktorisierung: 'do
einig: 'qt	erfuell: 'am	fakultaet: 'do
einmal: 'qt	erfuellbar: 'p	fallend: 'p
einmalig: 'qt	ergaben: 'am	falls: 'if
eins: 'do	ergaenz: 'aa	falsch: 'p
einschraenkung: 'do	ergaenzung: 'udo	familie: 'do
einseitig: 'p	ergeb: 'am	fass: 'am
einsen: 'do	ergebnis: 'udo	fast: 'qt
einsetz: 'aa	ergibt: 'am	fatou: 'n
einspaltig: 'p	ergibt: 'follows	fehl: 'am
einstein: 'n	erhalten: 'follows	fehlend: 'p
einzeilig: 'p	erhalten: 'p	fehler: 'do
einzel: 'p	erheblich: 'p	fehlerbehaftet: 'p
einzig: 'p	erlauben: 'p	feld: 'do
elektrischen: 'p	erlaubt: 'p	feldlinie: 'do
elektromagnetisch: 'p	ersetzt: 'aa	fest: 'p
elektron: 'do	erst: 'p	festgeleg: 'am
elektronisch: 'p	erste: 'nr	festgelegt: 'p
element: 'do	ersten: 'nr	festlaesst: 'am
elementar: 'p	erwart: 'am	figur: 'do
elimination: 'do	erwartet: 'p	finden: 'follows
ellipse: 'do	erwartungswert: 'do	finit: 'p
ellipsoid: 'do	erweis: 'aa	fixpunkt: 'do
en: 'dird	erweitern: 'am	fixpunktsatz: 'rg
end: 'n	erweitert: 'p	flaeche: 'do
endlich: 'p	erweiterung: 'do	fletcher: 'n
endomorphismus: 'do	erzeug: 'aa	folg: 'am
energie: 'do	erzwing: 'aa	folge: 'do
ensemble: 'do	erzwungen: 'p	folgen: 'follows
entartet: 'p	es: 'dird	folgend: 'dir
entbehrlich: 'p	euklidisch: 'p	folgend: 'p
entfernen: 'am	euler: 'n	folgerung: 'do
entgegengesetzt: 'p	exakt: 'p	folglich: 'hence
enthaelt: 'am	exemplarisch: 'p	folgt: 'follows
enthalt: 'am	existent: 'p	forder: 'am
enthalten: 'p	existenz: 'udo	forderung: 'fd

forderung: 'rd	gehorch: 'am	gleichung: 'udo
forderung: 'udo	gekennzeichnet: 'p	gleichungen: 'fd
form: 'do	gekoppelt: 'p	gleichungen: 'rd
form: 'udo	gelt: 'am	gleichungssystem: 'fd
formal: 'p	gelte: 'suppose	gleichviele: 'qt
formalisier: 'aa	gelten: 'follows	gleichwertig: 'p
formel: 'do	gemeinsam: 'p	gleichzeitig: 'p
formel: 'rd	genaehert: 'p	glied: 'do
formula: 'udo	genannt: 'p	glied: 'udo
formulier: 'aa	genau: 'p	gliedweise: 'p
formulierung: 'do	genauer: 'p	global: 'p
forster: 'n	genauigkeit: 'udo	grad: 'do
fortsetz: 'aa	genausoviele: 'qt	gradient: 'do
fortsetzung: 'do	genueg: 'am	gram: 'n
fourier: 'n	genuegend: 'p	graph: 'do
fredholm: 'n	genug: 'qt	gravitation: 'do
frei: 'p	geometrie: 'do	grenz: 'do
freiheiten: 'udo	geometrisch: 'p	grenze: 'do
freiheitsgrad: 'udo	geordnet: 'p	grenzfaelle: 'udo
frequenz: 'do	gerade: 'p	grenzfall: 'udo
fubini: 'n	gering: 'p	grenzwert: 'do
fuehrend: 'p	gesamt: 'n	groesse: 'do
fuer: 'since	gesamt: 'p	groessenordnung: 'do
fundamental: 'n	gesamtheit: 'do	groesser: 'p
fundamental: 'p	geschachtelt: 'p	groesst: 'p
fundamentalsatz: 'rg	geschlossen: 'p	groesstmoeglich: 'p
funktion: 'do	geschwindigkeit: 'do	gross: 'p
funktional: 'do	gesetz: 'do	grund: 'n
gaebe: 'suppose	gesetz: 'rd	gruppe: 'do
galilei: 'n	gesetze: 'do	gueltig: 'p
gamma: 'do	gesetze: 'rd	hab: 'am
ganz: 'p	gestalt: 'do	habe: 'suppose
ganzzahlig: 'p	gesuchte: 'p	haelfte: 'udo
gauss: 'n	geteilt: 'p	haette: 'suppose
ge: 'pam	getrennt: 'p	haetten: 'suppose
geben: 'aa	gewisse: 'p	haeuf: 'am
gebiet: 'do	gewisser: 'p	haeufig: 'qt
gebrochen: 'p	gilt: 'am	haeufigkeit: 'do
gedaempft: 'p	gilt: 'follows	haeufungspunkt: 'do
geeignet: 'p	gilt: 'if	halb: 'qt
gefordert: 'p	glatt: 'p	halboffen: 'p
gegeben: 'p	gleich: 'p	halbwertszeit: 'udo
gegebenenfalls: 'if	gleichbedeutend: 'p	hamilton: 'n
geeignet: 'p	gleichgewicht: 'do	harmonisch: 'p
gegenbeispiel: 'do	gleichheit: 'fd	hat: 'am
gegenbeispiel: 'udo	gleichmaessig: 'p	hatt: 'am
gegenseitig: 'p	gleichung: 'do	haupt: 'n
geh: 'am	gleichung: 'fd	hauptsatz: 'rg
gehoeer: 'am	gleichung: 'rd	hausdorff: 'n

hausdorffraum: 'do	ideal: 'do	integriert: 'p
heaviside: 'n	idealisiert: 'p	integritaet: 'do
heine: 'n	ident: 'p	interpolation: 'do
heit: 'pt	identifikation: 'do	intervall: 'do
herausgegriffene: 'p	identifizier: 'aa	invariant: 'p
herausgeschnitten: 'p	identifiziert: 'p	invarianz: 'do
herausheb: 'am	identisch: 'p	invers: 'p
herausstellt: 'p	ignoriert: 'p	inverse: 'do
herausziehe: 'aa	ihr: 'art	inversion: 'do
hergeleitet: 'p	imaginaer: 'p	invertierbar: 'p
hergestellt: 'p	immer: 'qt	involution: 'do
herleit: 'aa	implizieren: 'follows	irgendein: 'art
herleitung: 'do	impliziert: 'follows	irgendwo: 'qt
herleitung: 'rd	implizit: 'p	irrational: 'p
hermite: 'n	impuls: 'do	irregulaer: 'p
hermitesch: 'p	in: 'pm	isoliert: 'p
hervorgeh: 'am	index: 'do	isometrie: 'do
hesse: 'n	indices: 'do	isometrisch: 'p
hilbertraum: 'n	indizes: 'do	isomorphie: 'do
hilfs: 'n	indiziert: 'p	isomorphismen: 'do
hilfssatz: 'rd	indizierung: 'do	isomorphismus: 'do
hinreichend: 'p	induktion: 'do	ist: 'am
hinten: 'p	induktion: 'n	ist: 'follows
hinzufueg: 'aa	induktion: 'udo	ist: 'if
hinzunehm: 'aa	induktiv: 'proofline	ist: 'since
hinzunimmt: 'aa	induktiv: 'p	itaet: 'pt
hochdimensional: 'p	induziert: 'p	iteration: 'do
hoechst: 'p	ineinander: 'p	jacobi: 'n
hoehenlinie: 'do	infimum: 'do	jakobi: 'n
hoeher: 'p	infinitesimal: 'p	jed: 'qt
holomorph: 'p	information: 'do	jedesmal: 'qt
homeomorph: 'p	inhalt: 'do	jedoch: 'but
homeomorphismus: 'do	inhomogen: 'p	jene: 'art
homoeomorph: 'p	injektiv: 'p	jordan: 'n
homoeomorphismen: 'do	inkommensurabel: 'p	kanonisch: 'p
homoeomorphismus: 'do	inkommensurabl: 'p	kapitel: 'rd
homogen: 'p	innen: 'do	kapiteln: 'rd
homomorphismen: 'do	innen: 'p	kapitels: 'rd
homomorphismus: 'do	inner: 'do	kardinalitaet: 'do
homotop: 'p	innerem: 'do	karte: 'do
homotopie: 'do	inneres: 'do	kartesisch: 'p
honerkamp: 'n	innerhalb: 'p	kegel: 'do
hooke: 'n	int: 'f	kein: 'art
horner: 'n	integral: 'do	kein: 'qt
huelle: 'do	integralversion: 'udo	keinerlei: 'qt
huelLEN: 'do	integrand: 'do	keit: 'pt
hut: 'do	integration: 'do	kern: 'do
hyper: 'n	integrier: 'aa	ket: 'do
hypergeometrisch: 'p	integrierbar: 'p	kette: 'do

kettenregel: 'rg	konvention: 'udo	levi: 'n
kinetisch: 'p	konverengt: 'p	lie: 'n
klammern: 'do	konvergent: 'p	liefer: 'am
klar: 'proofline	konvergenz: 'do	liefern: 'follows
klar: 'p	konvergier: 'am	liefert: 'follows
klasse: 'do	konvergierend: 'p	lieg: 'am
klassifizier: 'aa	konvex: 'p	limes: 'do
klassisch: 'p	konzept: 'udo	limiten: 'do
klein: 'p	koordinate: 'do	linear: 'p
kleiner: 'p	koordinaten: 'do	linearisier: 'aa
kleinst: 'p	korrekt: 'p	linearisierung: 'do
koeffizient: 'do	korrekten: 'p	linie: 'do
koerper: 'do	kovariant: 'p	link: 'dir
koerperaxiome: 'rg	kraefte: 'do	linksstetig: 'p
kombination: 'do	kraft: 'do	liouville: 'n
komma: 'do	kreis: 'do	lipschitz: 'n
kommutativ: 'p	kreuz: 'do	loch: 'do
kommutativgesetz: 'rg	kriterien: 'udo	loecher: 'do
kommutator: 'do	kriterium: 'do	loes: 'aa
kommutier: 'am	kriterium: 'udo	loes: 'am
kommutierend: 'p	kritisch: 'p	loesbar: 'p
kompakt: 'p	krummlinig: 'p	loesung: 'do
kompatibilitaet: 'do	kryptographie: 'udo	logarithmus: 'do
komplement: 'do	kuerz: 'aa	logik: 'do
komplex: 'p	kuerzer: 'p	lokal: 'p
komplexitaet: 'do	kuerzere: 'p	lokalkompakt: 'p
komplexwertig: 'p	kuerzung: 'do	lorentz: 'n
komponente: 'do	kuerzungsregel: 'rg	mach: 'am
komponente: 'udo	kugel: 'do	maechtigkeit: 'do
komponenten: 'do	kugelschalen: 'udo	majorante: 'do
kompression: 'do	kumulative: 'p	majorisiert: 'p
konfidenz: 'do	kurve: 'do	mal: 'qt
kongruent: 'p	ladung: 'do	manchmal: 'qt
konjugation: 'do	laenge: 'do	mannigfaltigkeit: 'do
konjugier: 'aa	laesst: 'am	mass: 'do
konjugiert: 'p	lage: 'do	masse: 'do
konjunktiv: 'p	lagrange: 'n	matrix: 'do
konsequenz: 'udo	landau: 'n	matrixwertig: 'p
konservativ: 'p	laplace: 'n	matrizen: 'do
konsistent: 'p	lass: 'am	maxima: 'do
konstant: 'p	laut: 'since	maximal: 'p
konstante: 'do	lebesgue: 'n	maximum: 'do
konstruier: 'aa	lediglich: 'qt	maxwell: 'n
konstruiert: 'p	leer: 'p	mayer: 'n
konstruktion: 'udo	legendre: 'n	mechanik: 'udo
konstruktiv: 'p	leibniz: 'n	mehr: 'qt
kontinuierlich: 'p	lemma: 'do	mehrdeutig: 'p
kontrahierend: 'p	lemma: 'rd	mehrdimensional: 'p
kontraktion: 'do	letzt: 'p	mehrer: 'qt

mehrmalig: 'qt	naeherung: 'do	obsevable: 'do
meist: 'qt	naeherungsweise: 'p	offen: 'p
meistens: 'qt	naemlich: 'but	offenbar: 'p
menge: 'do	nah: 'p	offensichtlich: 'p
mengenlehre: 'udo	natuerlich: 'p	oft: 'qt
mengentheoretisch: 'p	naeherungsweise: 'p	ohne: 'qt
messbar: 'p	neben: 'do	omega: 'do
metrik: 'do	negativ: 'p	operation: 'do
metrisch: 'p	nenner: 'do	operator: 'do
mindest: 'n	neutrale: 'p	operier: 'am
minimal: 'p	newton: 'n	optimal: 'p
minimier: 'am	nicht: 'pm	optimierung: 'do
minimum: 'do	nicht-: 'pm	orbital: 'do
minkowski: 'n	nichtentartung: 'do	ordne: 'am
minkowsky: 'n	nichtnullen: 'do	ordnung: 'do
mit: 'since	nie: 'qt	orientierbar: 'p
mittel: 'do	niemals: 'qt	orientiert: 'p
mittelpunkt: 'do	nirgends: 'qt	orientierung: 'do
mittelwertsatze: 'do	niveau: 'do	ort: 'do
mittelwertsatz: 'rg	niveauflaeche: 'do	orthogonal: 'p
mittlere: 'p	niveaulinie: 'do	orthogonalisier: 'aa
modell: 'do	nochmal: 'qt	orthonormal: 'p
moebius: 'n	noetig: 'p	oszillier: 'am
moeglich: 'p	norm: 'do	paar: 'do
monom: 'do	normal: 'n	paarweise: 'p
monoton: 'p	normal: 'p	pack: 'aa
monotonie: 'do	normale: 'do	pade: 'n
multi: 'pm	normalerweise: 'p	parabel: 'do
multilinear: 'p	normalform: 'do	parallel: 'p
multiplikation: 'do	normier: 'aa	parallelepiped: 'do
multiplikator: 'do	normiert: 'p	parallelotop: 'do
multiplizier: 'aa	normierung: 'do	parameter: 'do
multiplizier: 'am	notwendigen: 'p	parametrisiert: 'p
nabla: 'do	notwendigkeit: 'udo	partial: 'n
nach: 'since	null: 'do	partialbrueche: 'do
nachdem: 'if	nulldimensional: 'p	partiell: 'p
nacheinander: 'do	nulldurchgaenge: 'do	pathologisch: 'p
nachfolgenden: 'p	nullen: 'do	pauli: 'n
nachpruef: 'aa	nullstelle: 'do	periode: 'do
nachpruefbar: 'p	nullteilerfrei: 'p	periodisch: 'p
nachrechn: 'aa	numerisch: 'p	periodizitaet: 'do
nachweis: 'udo	nun: 'but	permanenz: 'do
nachzupruefen: 'p	oben: 'dir	permutation: 'do
nachzuweis: 'aa	obenherum: 'dir	permutiert: 'p
naechst: 'p	ober: 'dir	pfaff: 'n
naechste: 'p	oberflaeche: 'do	phase: 'do
naehe: 'do	obig: 'dir	physik: 'udo
naeher: 'am	objekt: 'udo	physikalisch: 'p
naeher: 'p	observable: 'udo	pivotsuche: 'do

planck: 'n	radien: 'do	richtung: 'do
plateau: 'do	radius: 'do	riemann: 'n
poincare: 'n	raender: 'do	riemannsche: 'n
pol: 'do	raeume: 'do	riesz: 'n
polar: 'p	raeumen: 'do	ring: 'do
polarkoordinate: 'do	raeumlich: 'p	robertson: 'n
polynom: 'do	rand: 'do	rotation: 'do
polynomial: 'p	randfrei: 'p	rueckwaerts: 'p
positiv: 'p	rang: 'do	rundung: 'do
potential: 'do	rational: 'p	s: 'dird
potentiell: 'p	raum: 'do	saekular: 'p
potenz: 'do	real: 'p	saemtlich: 'qt
potenzgesetze: 'rg	realisierung: 'do	saetze: 'udo
praezis: 'p	rechengesetze: 'do	sard: 'n
praezisier: 'aa	rechenregeln: 'rd	sattel: 'do
praezisierung: 'udo	rechn: 'aa	satz: 'rd
prinzip: 'do	rechnung: 'do	satz: 'udo
prioritaet: 'udo	recht: 'dir	sch: 'nt
prismas: 'do	rechteck: 'do	schaetz: 'aa
problem: 'do	rechteckig: 'p	sche: 'nt
problem: 'udo	reduktion: 'do	scheibe: 'do
produkt: 'do	reduzier: 'am	schema: 'do
produktformel: 'rg	reell: 'p	scher: 'nt
projektion: 'do	reellwertig: 'p	sches: 'nt
projektiv: 'p	reflexiv: 'p	schliesslich: 'but
projiziert: 'p	regel: 'do	schluessen: 'udo
proportional: 'p	regel: 'fd	schmidt: 'n
proposition: 'do	regel: 'rd	schnitt: 'do
proposition: 'rd	regeln: 'rd	schranke: 'do
prozess: 'do	regelung: 'udo	schreib: 'aa
pseudo: 'pm	regulaer: 'p	schreib: 'am
punkt: 'do	reibung: 'do	schreibweise: 'udo
punktiert: 'p	reihe: 'do	schritt: 'do
punktweise: 'p	reihenfolge: 'udo	schrittweite: 'do
punktweiser: 'p	rein: 'p	schur: 'n
pythagoras: 'n	rekursiv: 'p	schwaecher: 'p
quader: 'do	relation: 'do	schwarz: 'n
quadrat: 'do	relation: 'fd	schwingung: 'do
quadratisch: 'p	relativ: 'p	sei: 'suppose
quadratur: 'do	residuen: 'do	sein: 'am
quadrier: 'aa	residuum: 'do	sein: 'art
quadrik: 'do	resonanz: 'do	seite: 'do
qualitativ: 'p	rest: 'do	seite: 'udo
quanten: 'udo	resultat: 'do	sekante: 'do
quarks: 'udo	resultierend: 'p	selbstabbildung: 'do
quasi: 'p	reversibel: 'p	semi: 'pm
quelle: 'do	reversibilitaet: 'do	semi: 'p
quellstaerke: 'do	reversible: 'p	senke: 'do
quotient: 'do	richtig: 'p	senkrecht: 'p

separabel: 'p	staerker: 'p	tabelle: 'do
separabl: 'p	staerkst: 'p	tafel: 'rd
setz: 'aa	stammfunktion: 'do	tangens: 'do
setze: 'suppose	standard: 'n	tangente: 'do
setzen: 'suppose	stationaer: 'p	tangential: 'p
signatur: 'do	steifigkeit: 'do	taylor: 'n
signifikant: 'p	steigung: 'do	technik: 'do
signum: 'do	stelle: 'do	teil: 'aa
simplex: 'do	stereographische: 'p	teil: 'am
sind: 'am	sternfoermig: 'p	teil: 'do
sind: 'follows	stetig: 'p	teil: 'n
sind: 'if	stets: 'qt	teilbar: 'p
sind: 'since	stieltjes: 'n	teilchen: 'do
singulaer: 'p	stimm: 'am	teilung: 'do
singularitaet: 'do	stoerungen: 'do	tensor: 'do
sinnlos: 'p	stokes: 'n	tensorfeld: 'do
sinnvoll: 'p	stom: 'do	term: 'do
sinus: 'do	streb: 'am	term: 'udo
skalar: 'do	strecke: 'do	theorie: 'do
skalar: 'p	streckenzug: 'do	theorie: 'udo
skizze: 'rd	streichen: 'udo	toeplitz: 'n
smith: 'n	streuzustaende: 'udo	topf: 'do
so: 'hence	strikt: 'p	topologie: 'do
sofern: 'if	stueck: 'do	topologisch: 'p
somit: 'hence	stueckweise: 'p	total: 'p
sonderfall: 'do	stuetzstellen: 'do	traeg: 'am
sortier: 'aa	stufe: 'do	traeger: 'do
sortiert: 'p	substituier: 'aa	traegheit: 'do
soviel: 'qt	substitution: 'do	trage: 'am
soweit: 'if	subtraktion: 'do	transformation: 'do
spalte: 'do	suedpol: 'do	transformier: 'aa
spaltenweise: 'p	sukzessiv: 'p	transformiert: 'p
sparse: 'p	summand: 'do	transitiv: 'p
spatprodukt: 'do	summation: 'do	translation: 'do
spektral: 'p	summe: 'do	transponier: 'aa
spektralschar: 'do	summenzeichen: 'udo	transponiert: 'p
spektrum: 'do	summier: 'aa	transposition: 'do
spezialfaelle: 'udo	superposition: 'do	trenn: 'aa
spezialfall: 'udo	support: 'do	trennung: 'do
speziell: 'p	suprema: 'do	treppe: 'do
spiegelung: 'do	supremum: 'do	trigonometrisch: 'p
spirale: 'do	surjektiv: 'p	trilinear: 'p
spitze: 'do	sylvester: 'n	tripel: 'do
sprung: 'do	symbol: 'do	trivial: 'proofline
sprung: 'udo	symbol: 'udo	trivial: 'p
spur: 'do	symmetrie: 'do	tschebyshev: 'n
spurformel: 'rg	symmetrisch: 'p	tupel: 'do
stabil: 'p	system: 'do	ueberall: 'qt
staerke: 'do	system: 'udo	ueberdeck: 'am

ueberdeckung: 'do	unten: 'dir	vertauscht: 'p
uebereinstimm: 'am	unter: 'dir	vertauschung: 'do
ueberfluessig: 'p	unter: 'do	vertauschung: 'udo
ueberfuehr: 'aa	unterhalb: 'p	verteilung: 'do
uebergang: 'do	unterschiedlich: 'p	vertraeglich: 'p
uebergehe: 'aa	ur: 'n	vervollstaendi: 'aa
ueberlagerung: 'do	ursprung: 'do	vervollstaendig: 'am
ueberschaetz: 'am	urysohn: 'n	vervollstaendigt: 'p
ueberschreite: 'am	variabel: 'p	verwend: 'aa
uebertraeg: 'aa	variable: 'do	verwende: 'aa
uebertrag: 'aa	variation: 'do	verwendet: 'p
ueberzeug: 'aa	variiere: 'aa	verwendung: 'do
ueberzugeh: 'aa	variiere: 'am	viel: 'qt
uebrig: 'p	vektor: 'do	vielfachheit: 'do
uebung: 'proofline	vektoriell: 'p	vielfachheiten: 'do
um: 'pam	vektorwertig: 'p	vier: 'qt
umfang: 'do	ver: 'pam	vollstaendig: 'p
umfass: 'am	verallgemeinern: 'am	volumen: 'do
umform: 'aa	verallgemeinert: 'p	volumina: 'do
umformulierung: 'udo	verbinde: 'am	voranstell: 'aa
umformung: 'do	verbindend: 'p	vorausgesetzt: 'p
umgebung: 'do	verbindung: 'do	voraussetzung: 'rd
umgekehrt: 'p	verbot: 'do	voraussetzung: 'udo
umkehr: 'do	verbunden: 'p	vorgegeben: 'p
umkehrbar: 'p	vereinfach: 'aa	vorhergehend: 'p
umkehrfunktion: 'do	vereinfach: 'am	vorig: 'dir
umkehrung: 'do	vereinigt: 'p	vorschrift: 'do
umlaeuft: 'am	vereinigung: 'do	vorwaertsbeweis: 'udo
umlauf: 'am	verfahren: 'udo	vorzeichen: 'do
umlauf: 'do	verfahrens: 'do	wachs: 'am
umlaufend: 'p	vergleich: 'aa	wachsend: 'p
umlaufsin: 'do	verhalten: 'udo	wachstums: 'do
umordn: 'aa	verifizier: 'am	waechs: 'am
umordnung: 'udo	verkleinere: 'aa	waechl: 'aa
umrechn: 'aa	verlangt: 'p	waechl: 'am
un: 'pm	verletzt: 'am	wahl: 'fd
unabhaengig: 'p	verletzt: 'p	wahr: 'p
unendlich: 'p	vernachlaessig: 'aa	wahrscheinlich: 'p
ungeaendert: 'p	verschiebung: 'do	wechsel: 'aa
ungenauigkeit: 'do	verschieden: 'p	wechsel: 'do
ungerade: 'p	verschwinde: 'am	weg: 'do
ungleichung: 'do	verschwindend: 'p	wegen: 'since
ungleichung: 'fd	verseh: 'aa	wegfaell: 'am
ungleichung: 'udo	verseh: 'am	wegfall: 'am
ungleichungen: 'fd	versieh: 'am	weggelass: 'aa
unitaer: 'p	vertaeglich: 'p	weggelassen: 'p
universell: 'p	vertausch: 'aa	weglaesst: 'aa
unmittelbar: 'p	vertausch: 'am	weglass: 'aa
unschaerfe: 'do	vertauschbar: 'p	wegnehmen: 'aa

wegunabhaengig: 'p	zaehler: 'do	zusaetzlich: 'p
weierstrass: 'n	zahl: 'do	zusammenfass: 'aa
weil: 'because	zahlengerade: 'do	zusammengefasst: 'p
weiter: 'qt	zahlenwertig: 'p	zusammengesetzt: 'p
welle: 'do	zahlreich: 'qt	zusammenhaengen: 'p
wenig: 'qt	zeichen: 'udo	zusammenhaengend: 'p
weniger: 'p	zeichnung: 'rd	zusammenhaengens: 'do
wenigstens: 'p	zeigt: 'follows	zusammenhang: 'do
wenn: 'if	zeile: 'do	zusatz: 'do
wert: 'do	zeit: 'do	zustand: 'do
werte: 'do	zeitabhaengig: 'p	zuviel: 'qt
wesentlich: 'p	zentrum: 'do	zwang: 'do
weshalb: "hence	zerleg: 'aa	zwei: 'qt
widersprich: 'am	zerleg: 'am	zweideutige: 'p
widerspruch: 'n	zerlegung: 'do	zweidimensional: 'p
wiederholt: 'qt	ziel: 'do	zweier: 'qt
windung: 'do	ziffer: 'do	zweierlei: 'qt
winkel: 'do	zu: 'pam	zweifach: 'p
wirbel: 'do	zueinander: 'p	zweimal: 'qt
wird: 'am	zufallsvariable: 'do	zweit: 'p
wo: 'if	zufallsvektors: 'do	zweite: 'nr
wohlbestimmt: 'p	zugehoerig: 'p	zweiten: 'nr
wohldefiniert: 'p	zugehoerige: 'p	zwischen: 'p
wuerfel: 'do	zuordn: 'aa	zwischenwertsatz: 'rg
wurzel: 'do	zuordnung: 'do	zyklisch: 'p

5 Endings lexicon

-fach: 'qd	en: 'ad	er: 'op	n: 'ap
-te: 'te	en: 'ap	er: 'pp	n: 'op
-ten: 'te	en: 'op	er: 'qd	n: 'pp
-tes: 'te	en: 'pp	ern: 'op	s: 'op
e: 'ad	en: 'qd	es: 'ad	t: 'ap
e: 'ap	end: 'amt	es: 'op	te: 'te
e: 'op	ende: 'amt	es: 'pp	ten: 'ap
e: 'pp	endem: 'amt	es: 'qd	ten: 'te
e: 'qd	enden: 'amt	est: 'pp	tes: 'te
em: 'ad	ender: 'amt	et: 'ap	
em: 'pp	endes: 'amt	fach: 'qd	
em: 'qd	er: 'ad	m: 'pp	

6 Phrase lexicon

also ist: "hence
aufgrund von: "since
aus diesem grund: "hence
beliebig viel: "qt
d.h. es ist: "hence

das eben bewiesene: "rl
 das heisst: "hence
 dem eben bewiesenen: "rl
 denn es gilt: "since
 denn es ist: "since
 der gesamtausdruck: "rl
 endlich viel: "qt
 ergibt sich: "follows
 ergibt sich aus: "since
 erhaelt man: "follows
 erhalten wir: "follows
 finden wir: "follows
 findet man: "follows
 folgt aus: "since
 im dem fall, dass: "if
 im fall: "if
 im fall, dass: "if
 im mittel: "ql
 mehr als ein: "qt
 nach dem eben bewiesenen: "rl
 nehmen wir an: "suppose
 nehmen wir an, dass: "if
 sehen wir: "follows
 seten wir: "suppose
 sieht man: "follows
 unendlich viel: "qt
 vorausgesetzt, dass: "if
 wir erhalten: "follows
 wir nehmen an: "suppose
 wir setzen: "suppose
 zeigt dass: "follows

Part III

The grammar

7 Lexical productions

Productions for "aa (actions that algorithms (“we”) take)

"aa = mit 'aa | 'aa "r | 'aa mit | 'aa von | nach 'aa | 'aa nach
 | durch 'aa | 'aa des 'o | 'aa mit "r | 'aa und 'v | 'aa von "r
 | 'aa von 'v | 'aa durch 'f | 'aa durch 'v

Productions for "am (actions that objects take)

"am = 'am | nicht 'am

Productions for "but (variations of “but”)

"but = 'but | "but "but

Productions for "dir (direction)

"dir = 'dir

Productions for "f (formula)

"f = 'f | 'fd 'f | 'art 'f | 'f (f.ue.) | 'f und 'f | fuer "p "v
| 'f oder 'f | 'f sowie 'f | 'f fast ueberall | in der form 'f
| 'f fuer "qt "v | sowohl 'f als auch 'f | 'f fuer ein geeignetes "v

Productions for "follows (variations of “follows”)

"follows = &phrases | 'follows | es 'follows | 'follows 'follows

Productions for "hence (variations of “hence”)

"hence = &words | &phrases | 'hence

Productions for "if (variations of “if”)

"if = &phrases | 'if

Productions for "n (name modifiers)

"n = 'n | 'art 'n

Productions for "o (objects)

"o = 'o | 'o "ql | 'art 'o | 'o von 'o | "o der "p "o

Productions for "p (property)

"p = 'p | "p "p | "p "ql | nicht 'p | nach "dir 'p

Productions for "punct ()

"punct = 'punct

Productions for "ql (qualification of 'am and 'p)

"ql = &phrases | in "v | um "v | zu "v | auf "v | von "v | bzgl. "v
| durch "v | ueber "v | bezueglich "v | zugehoerige "o | im "o "v
| in der "o | der "o "v | im punkt "v | relativ zu "v

| eingeschraenkt auf "v | mit der "o "v | von "v auf "v
| von "v nach "v | an der stelle "v | von "v ueber "v
| zu "v gehoerigen "o | von "v an der stelle "v

Productions for "qt (quantification)

"qt = &phrases | 'qt | nur 'qt | 'qt mal | fast 'qt | genau 'qt
| nicht 'qt | beliebig 'qt | 'qt beliebig | hoechstens 'qt
| mindestens 'qt | wenigstens 'qt

Productions for "r (reference)

"r = "rg | "rl | in "r | zu "r | zum "r | zur "r | 'rd "r | 'art "r
| "o in "r | "r bis "r | "r von "v | "r fuer "v statt "v

Productions for "rg (reference outside the context)

"rg = 'rg | "n 'rd | "o 'rd | 'rd von "n | 'rd von "o | 'rd fuer "o
| 'rd ueber "o | 'rd 'art 'o

Productions for "rl (reference to something in the same context)

"rl = &phrases | 'rl | beide 'fd | "dir seite | 'art 'nr 'do
| 'art 'nr 'rd | 'art "dir 'rd | 'art "dir seite
| 'art angegebene 'rd | 'art geforderte 'rd | 'art umgekehrte 'fd
| 'art "o in "r | auf der "dir seite | schritt "v des obigen "o
| 'art entsprechenden "r fuer "o

Productions for "since (variations of “since” or “by”)

"since = &phrases | 'since

Productions for "suppose (variations of “suppose”)

"suppose = &phrases | 'suppose | es 'suppose

Productions for "v (variable)

"v = 'v | 'art 'v | 'v mit "f | 'v und 'v | 'v fuer 'v

8 Global productions

Productions for "sentence (complete sentence)

"sentence = "proofline | "defsentence | "prooflineadd | "sentence "punct

Productions for "context (a sentence that establishes some context)

Productions for "equileft (the first part of an equivalence)

Productions for "equiright (the second part of an equivalence)

Productions for "implicleft (the first part of an implication)

Productions for "implicright (the second part of an implication)

9 Definition productions

Productions for "defcomment (some comment to a definition)

Productions for "def1left (the first part of a definition of type 1)

Productions for "def1right (the second part of a definition of type 1)

Productions for "def2left (the first part of a definition of type 2)

Productions for "def2right (the second part of a definition of type 2)

Productions for "defsentence (a sentence that defines something)

```
"defsentence = wir schreiben "statement
```

10 Statement productions

Productions for "statement (statement)

```
"statement = "f
```

```
"statement = "f "if "f
```

Productions for "statementadd (some additional information to a statement)

11 Proof productions

Productions for "proofline (a sentence in a proof)

```
"proofline = "suppose "statement
```

Productions for "prooflineadd (some additional information to a sentence in a proof)

```
"prooflineadd = "follows "f fuer "f
```

Part IV

Bibliography

References

- [1] Neumaier, A.: *Analysis und lineare Algebra*, Unpublished lecture notes, 2008.
<http://www.mat.univie.ac.at/~neum/FMathL/ALA.pdf>
- [2] <http://www.mat.univie.ac.at/~neum/FMathL.html#ALA>
- [3] Cohen, Daniel I.: *Introduction to computer theory*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1986.
- [4] *FMathL - Formal mathematical language*,
<http://www.mat.univie.ac.at/~neum/FMathL.html>
- [5] *GF - Grammatical Framework*,
<http://www.cs.chalmers.se/~aarne/GF/>
- [6] *NAPROCHE - Natural Language Proof Checking*
<http://www.math.uni-bonn.de/people/naproche/index.shtml>
- [7] *Mathlang: Experience-driven development of a new mathematical language*, Kamareddine, F. and Maarek, M. and Wells, JB, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 93, Elsevier, 2004.
- [8] *The Attempto Project*
<http://attempto.ifi.uzh.ch/site/>
- [9] K. Angelov: *Type-Theoretical Bulgarian Grammar*. In B. Nordström and A. Ranta (eds), *Advances in Natural Language Processing (GoTAL 2008)*, LNCS/LNAI 5221, Springer, 2008.