Rekursive Erzeugung aller k-gliedrigen Partitionen

einer endlichen Menge

von

Heinz Lüneburg

Für die Stirlingzahlen 2. Art gilt die Rekursionsformel

$$S(n+1,k) = \sum_{i=k-1}^{n} \binom{n}{i} S(i,k-1) .$$

Man beweist sie zweckmäßigerweise so: Es sei M eine (n+1)-Menge und $a \in M$. Ist X eine Teilmenge von M mit $a \in X$ und $|M \setminus X| = i \geq k-1$, so gibt es genau $S(i,k-1)$ Partitionen mit genau k-1 Komponenten von $M \setminus X$. Daher gibt es genau $S(i,k-1)$ Partitionen von M, die genau k Komponenten besitzen, so daß X eine ihrer Komponenten ist. Aus dieser Bemerkung folgt unmittelbar obige Rekursionsformel.

Dieser Beweis liefert ein Schema von Algorithmen zur Ergänzung aller k-gliedrigen Partitionen einer endlichen Menge M:

Wähle $a \in M$.

Solange noch nicht alle Y abgearbeitet sind, tue das folgende:

1. Wähle nächstes $Y \subseteq M$ mit $a \in M$ und

   $|M \setminus Y| \geq k-1$.

2. Bestimme alle (k-1)-gliedrigen Partitionen

   $\sigma_1,\ldots,\sigma_t$ von $M \setminus Y$.

3. Für i := 1 bis t setze $\pi_{Y,i} = \{Y\} \cup \sigma_i$

   und füge die $\pi_{Y,i}$ aus dem bereits erzeugten

   Teil der Liste an.

Eine Realisierung dieses Schemas wurde angedeutet. Einzelheiten werden in der in Kürze erscheinenden Coxeter-Festschrift (Gießen) zu finden sein.