

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
G

- R. Steinbauer (Sommersemester 2007)
- H. Schichl (Wintersemester 2006/07)

Note:

Einführung in das mathematische Arbeiten (5.10.2007)

1. (*Kurvendiskussion*)

Ein Polynom p vom Grad 3 hat in $O = (0, 0)$ einen Extrempunkt und in $W = (1, \frac{2}{3})$ einen Wendepunkt.

- (a) Ermittle die Funktionsgleichung von p . (4 Punkte)
- (b) Bestimme *alle* Null-, Extrem- und Wendepunkte von p und skizziere den Funktionsgraphen. (4 Punkte)
- (c) Bestimme die Fläche, die vom Funktionsgraphen und der x-Achse zwischen den beiden dem Wendepunkt W am nächsten gelegenen Nullstellen von p eingeschlossen wird. (2 Punkte)

2. (*Analytische Geometrie*)

Eine Ebene ε im \mathbb{R}^3 hat die Gleichung $3x - 6y + 2z = 10$. Für den Punkt $P(-1|6|0)$ bestimme:

- (a) Die Gleichung der durch P gehenden Normalen n auf ε .
- (b) Den Schnittpunkt von n und ε .
- (c) Den Abstand von ε und P .
- (d) Den Punkt P' , der durch Spiegelung von P an ε hervorgeht.

(10 Punkte)

3. (*Algebra*)

(a) Gib jeweils ein Beispiel für die folgenden Strukturen an. (jeweils 1 Punkt)

- i. Eine Verknüpfung, die nicht assoziativ ist.
- ii. Eine Halbgruppe ohne Einselement.
- iii. Eine nichtkommutative Gruppe.
- iv. Eine Gruppe mit drei Elementen.
- v. Ein Ring, der kein Körper ist.

(b) Auf \mathbb{R} definieren wir die Verknüpfung

$$a \circ b := a(b - 3).$$

Welche der Eigenschaften einer abelschen Gruppe sind erfüllt? (5 Punkte)

4. (a) (*Richtig oder falsch*)

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch. Gib eine kurze Begründung an. (je 1 Punkt)

- i. \mathbb{Q} und \mathbb{R} sind gleichmächtig.
- ii. Die Abbildung $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = 2n$ ist surjektiv.
- iii. Es gibt einen Körper mit 3 Elementen.
- iv. Jede bijektive Abbildung ist auch injektiv.
- v. Jede nach oben beschränkte Teilmenge von \mathbb{R} hat ein Supremum.

(b) (*Satz von Euklid*)

Beweise, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. (5 Punkte)