Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl(en):

1	
2	
3	
4	
G	

Note:

Einführung in das mathematische Arbeiten

Roland Steinbauer, Wintersemester 2003/04

4. Prüfungstermin (9.1.2004)

1. (a) *(Analytische Geometrie)* Untersuche (rechnerisch) die Lagebeziehung zwischen der angegebenen Ebene ε und der Geraden g. (4 Punkte)

$$\varepsilon : \, x + 6y - 18z = 65 \qquad g : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   (b) *(Kurvendiskussion)* Der Graph der Polynomfunktion

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

   hat in $O = (0,0)$ einen Extrempunkt und in $W = (1, \frac{2}{3})$ den Wendepunkt.

   (i) Ermittle die Funktionsgleichung von p. (3 Punkte)

   (ii) Bestimme alle Nullstellen sowie alle Extremstellen von p. (2 Punkte)

   (iii) Berechne die Fläche unter dem Graphen zwischen den beiden Nullstellen. (2 Punkte)

2. *(Körper)*

   (a) Gib drei Beispiele eines Körpers an. Gibt es auch Körper mit endlich vielen Elementen? Wenn ja, gib ein Beispiel an. (4 Punkte)

   (b) Beweise, dass $\sqrt{2}$ irrational ist. (7 Punkte)

3. *(Funktionen)*

   (a) Seien A und B Mengen. Definiere den Begriff einer Funktion (Abbildung) von A nach B und den Begriff ihres Graphen. (5 Punkte)

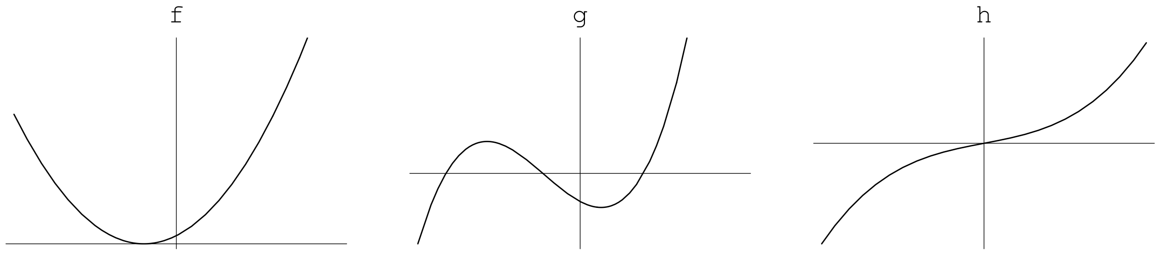
(b) Gib ein Beispiel

   (i) einer injektiven aber nicht surjektiven Funktion $f_1 : A_1 \to B_1$ und

   (ii) einer bijektiven Funktion $f_2 : A_2 \to B_2$

   an, wobei A_i und B_i $(i = 1, 2)$ (geeignete) Teilmengen von $\mathbb{R}$ sind. (4 Punkte)

4. *(Ableitungspuzzle)* Gegeben seien die Graphen der Funktionen f, g und h.

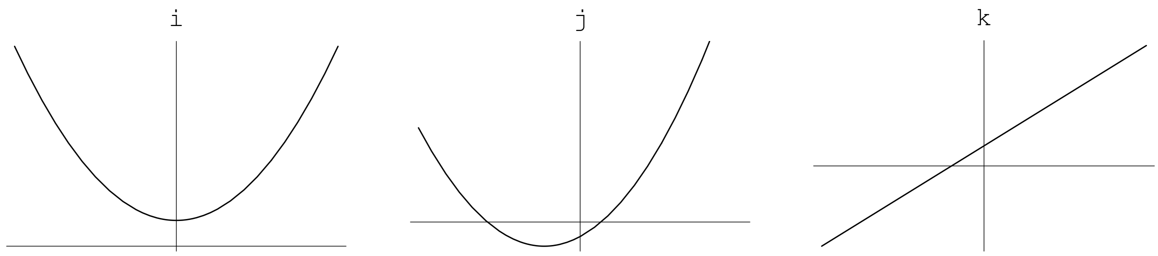


Welche der Funktionen i, j, k (Graphen siehe unten) ist

(a) die erste Ableitung von f:

(b) die erste Ableitung von g:

(c) die erste Ableitung von h:

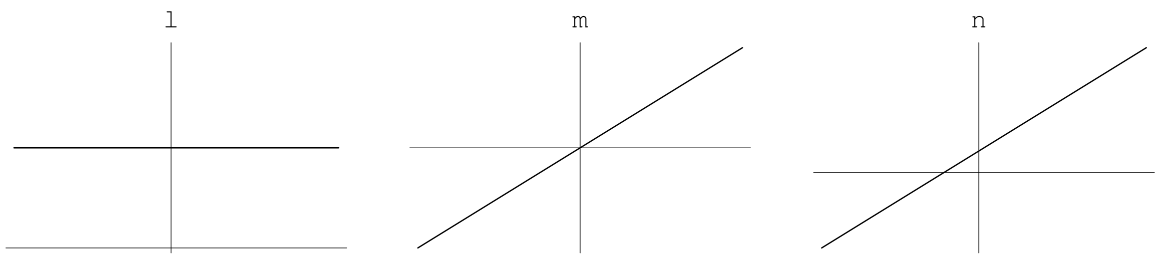


Welche der Funktionen l, m, n (Graphen siehe unten) ist

(d) die zweite Ableitung von f:

(e) die zweite Ableitung von g:

(f) die zweite Ableitung von h:



(9 Punkte)