Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl(en):

1
2
3
4
G

Note:

Einführung in das mathematische Arbeiten

Roland Steinbauer, Wintersemester 2003/04

3. Prüfungstermin (5.12.2003)

1. (a) *(Analytische Geometrie)* Bestimme die Lagebeziehung der drei angegebenen Ebenen
$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad 3x - 2y + 4z &= 11 \\ \varepsilon_2: \quad 2x - y - 3z &= -9 \\ \varepsilon_3: \quad -x + 3y + 2z &= 11. \end{aligned}$$
(5 Punkte)

   (b) *(Gleichung)* Löse das folgende Gleichungssystem
$$\begin{aligned} 5^{x-y} &= 25 \\ 5^x 25^y &= 625. \end{aligned}$$
(5 Punkte)

2. (a) *(Kurvendiskussion)* Die Polynomfunktion $p(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ hat im Punkt $S = (1,4)$ einen Sattelpunkt. Bestimme die Funktionsgleichung von p und skizziere den Funktionsgrafen. (6 Punkte)

   (b) *(Ordnung und Schranken)* Wir betrachten $\mathbb{R}$ mit der natürlichen Ordnung $\leq$. Sind die folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}$ nach oben bzw. nach unten beschränkt? Wenn ja, gib Infimum bzw. Supremum an. Handelt es sich dabei jeweils um Minima resp. Maxima?
$$(-4, 18], \qquad (-3,-2) \cup (4, \infty), \qquad (-\infty, 4] \cap (1, \infty), \qquad \bigcup_{n \in \mathbb{N}} (-n, n)$$
(4 Punkte)

3. (a) *(Äquivalenzrelation)* Definiere den Begriff der Äquivalenzrelation auf einer Menge M. Gib ein einfaches Beispiel einer Äquivalenzrelation auf der Menge aller MathematikstudentInnen im 1. Semester. (6 Punkte)

(b) *(Logik)* Seien M, N Mengen und $h(m,n)$ eine Aussage für Elemente $m \in M$ und $n \in N$. Verneine die folgenden Aussagen

(i) $\forall m \in M: \ \exists n \in N: \ h(m,n)$

(ii) $\exists m \in M: \ \forall n \in N: \ \neg h(m,n)$

(4 Punkte)

4. *(Algebra)*

(a) Stelle (durch Nachprüfen der Gruppenaxiome) fest, ob $(\mathbb{R}, \oplus)$ eine abelsche Gruppe ist, wobei die Verknüpfung durch

$$a \oplus b := a + b - 8$$

definiert ist. (6 Punkte)

(b) Zeige, dass $M_2(\mathbb{R})$ (der Ring der (2×2)-Matrizen reeller Zahlen) nicht nullteilerfrei ist. (4 Punkte)