

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl(en):

	A	B	G
1			
2			
3			
4			
S			
N			

Einführung in das mathematische Arbeiten

Roland Steinbauer, Wintersemester 2010/11

9. Prüfungstermin (2.12.2011)

(A) SCHULSTOFF

1. *Kurvendiskussion.*

Gegeben seien die beiden Funktionen f und $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 5(x^2 - 2x - 15), \quad g(x) = ax^3 + bx^2 + cx.$$

Die Graphen beider Funktionen schneiden sich zweimal auf der x -Achse. Im rechten der Schnittpunkte fallen die Tangenten beider Kurven zusammen.

- (a) Bestimme die Funktionsgleichung von g und skizziere die Graphen von f und g im Intervall $[-3.5, 5.5]$. (4 Punkte)
- (b) Bestimme Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte sowie Wendepunkte von g . (4 Punkte)

2. *Analytische Geometrie.*

Untersuche (rechnerisch) die Lagebeziehung der drei angegebenen Ebenen. Berechne gegebenenfalls Schnittpunkt oder Schnittgeraden und fertige eine Skizze an. (5 Punkte)

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : \quad 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 11 \\ \varepsilon_2 : \quad 2x_1 - 1x_2 - 3x_3 &= -9 \\ \varepsilon_3 : \quad -x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 11. \end{aligned}$$

3. *Folgen.*

Ab welchem Index n_0 liegen die Folgenglieder der Folge $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ in der offenen ε -Umgebung von 0 für $\varepsilon = 0.001$. Konvergiert diese Folge gegen 0? (2 Punkte)

4. *Richtig oder falsch?*

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? (Je 1 Punkt)

- (a) Je zwei Ebenen im Raum haben genau einen Schnittpunkt oder sind parallel.

- (b) Der Betrag einer komplexen Zahl ist immer positiv.
- (c) Es gilt $(-1)^n \rightarrow \frac{1}{2}$ ($n \rightarrow \infty$).
- (d) Für Logarithmen der Basis a resp. b gilt $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_a b}$ ($x \in \mathbb{R}$).
- (e) Es gilt $\cos(0) = \cos(2\pi) = 1$.

(B) VORLESUNGSSTOFF

1. Algebra

- (a) Definiere den Begriff eines Nullteilers und gib ein Beispiel. (3 Punkte)
- (b) Ist die folgende Verknüpfung auf \mathbb{R} assoziativ, hat sie ein neutrales Element? (3 Punkte)

$$\circ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad a \circ b := ab - 12$$

2. Vermischtes.

- (a) *Vollständige Induktion.*
Beweise die folgende Aussage durch vollständige Induktion für alle natürlichen $n \geq 1$ (3 Punkte)

$$1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1).$$

- (b) *Äquivalenzklassen.*
Können Äquivalenzklassen leer sein? Begründe! (2 Punkte)

3. Zahlenmengen.

- (a) *Ordnungsvollständigkeit.*
Formuliere den Begriff ordnungsvollständige Menge. Gib ein Beispiel einer ordnungsvollständigen und einer nicht ordnungsvollständigen Menge an. (3 Punkte)
- (b) *Betrags- und Vorzeichenfunktion.*
Definiere die Betragsfunktion und die Signumfunktion auf \mathbb{R} und skizziere die Funktionsgraphen. (2 Punkte)

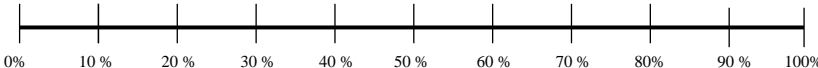

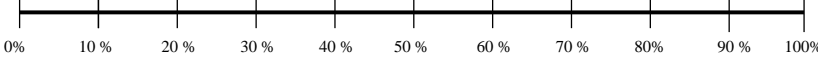

4. Richtig oder falsch?

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Gib jeweils eine kurze Begründung. (Je 2 Punkte)

- (a) Die kleinste Gruppe hat 2 Elemente.
- (b) Injektive Funktionen können auf ihrem Bild invertiert werden (d.h. auf ihrem Bild existiert die Umkehrfunktion).

Freiwillige Befragung

Bitte helfen Sie uns, Zusatzangebote zu Ihren Lehrveranstaltungen zu optimieren, indem Sie die folgenden 5 Fragen beantworten. Bitte kreuzen Sie das Zutreffende an!

1. In welcher Schulform haben Sie maturiert?
 AHS HTL HAK HLA Sonstige (bitte angeben)
2. Welche Materialien haben Sie zur Vorbereitung auf die Prüfung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ verwendet? In welchem Ausmaß?
 - Vorlesungsmitschrift
 gar nicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Lehrbuch von Hermann Schichl und Roland Steinbauer
 gar nicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Schulbuch/Schulbücher
(Nennen Sie gegebenenfalls den/die Titel/AutorInnen der Schulbücher)
 gar nicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Unterlagen aus den Workshops
 gar nicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Math-Bridge
 gar nicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Andere web-basierte Materialien (Nennen Sie gegebenenfalls die Webseiten/Adressen)
 gar nicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Sonstiges (Nennen Sie gegebenenfalls die Materialien)
 gar nicht geringfügig ausgiebig sehr viel
3. Wie viele Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs haben Sie besucht?
 keinen 1–5 6–10 11 oder mehr alle
4. Haben Sie beim Lernen für die Prüfung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ vorwiegend alleine, zu zweit oder in Gruppen gelernt? Schätzen Sie die jeweiligen Anteile ab!
 - alleine 
 - zu zweit 
 - in einer Gruppe 
5. Haben Sie beim Lernen für die Prüfung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ den Schwerpunkt auf den Schulstoff oder den Vorlesungsstoff gelegt? Schätzen Sie die jeweiligen Anteile ab!
 - Vorlesungsstoff 
 - Schulstoff 